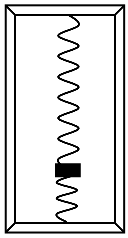
Решения и критерии оценивания решений
Задач заключительного тура олимпиады «Росатом», 2020-2021 учебный год,
физика, 7 класс

Задания

1. На заводе изготовили большие детали из одного металла, и малые детали – из другого. Известно, что масса большой детали на 20 % больше массы малой, а объем малой детали на 20 % меньше объема большой. Найти отношение масс двух одинаковых ящиков, полностью заполненных большими и малыми деталями.

2. По прямому шоссе с постоянными скоростями в противоположных направлениях едут два велосипедиста. Известно, что в $t_1 = 14$ часов расстояние между велосипедистами составляло l, а в $t_2 = 14$ часов 30 минут расстояние между ними составило $l/4$. В какой момент времени велосипедисты встретились?

3. Две пружины с коэффициентами жесткости k и $2k$ и длиной в недеформированном состоянии l прикрепили к торцам неподвижной вертикальной рамки высотой l (более жесткая пружина сверху). Затем между пружинами закрепили тело массой m. На какой высоте от нижнего торца рамки будет находиться положение равновесия тела? Размеры тела малы. Пружины вертикальны. Считать, что при любых деформациях пружин справедлив закон Гука: $F_{упр} = k\Delta x$, где Δx - деформация пружины.



4. $N = 30$ лыжников бежали индивидуальную гонку с раздельным стартом: каждый последующий участник стартовал на $\Delta t = 30$ с позже предыдущего. При этом продолжительность финиша (т.е. промежуток времени между первым и последним пересечениями финишной черты) составила $\tau = 5$ минут. Первым к финишу пришел спортсмен, стартовавший последним, а последним пришел спортсмен, стартовавший первым. Какой была бы продолжительность финиша, если бы лыжники стартовали в обратном порядке с теми же интервалами и пробежали бы дистанцию с теми же результатами?

5. На пути из города А в город В есть три деревни X, Y и Z. Известно, что расстояния между населенными пунктами относятся как: AX:XY:YZ:ZB=1:2:3:4. Автомобиль проехал из А в В так, что его скорости на участках AX, XY, YZ и ZB били постоянными, а времена прохождения участков относились как $t_{AX} : t_{XY} : t_{YZ} : t_{ZB} = 4:3:2:1$. Найти среднюю скорость на первой половине пути, если его скорость на участке ZB равнялась v.

Решения

1. Найдем соотношение плотностей больших и малых деталей. Пусть масса и объем большой детали - $m_б$ и $V_б$, масса и объем малой - $m_м$ и $V_м$. Поскольку масса большой детали на 20 % больше массы малой, то

$$m_б = m_м + 0,2m_м = 1,2m_м$$

Поскольку объем малой детали на 20 % меньше объема большой, то

$$V_м = V_б - 0,2V_б = 0,8V_б$$

Отсюда находим

$$\rho_б = \frac{m_б}{V_б}, \qquad \rho_м = \frac{m_м}{V_м} = \frac{m_б}{1,2} \cdot \frac{1}{0,8V_б} = 1,04\rho_б$$

Поэтому отношение масс одинаковых ящиков, заполненных большими ($M_б$) и малыми ($M_м$) деталями, равно

$$\frac{M_б}{M_м} = \frac{\rho_б}{\rho_м} = 1,2 \cdot 0,8 = 0,96$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильное использование определения плотности – 0,5 балла
2. Правильная связь масс и объемов больших и малых деталей – 0,5 балла
3. Правильная связь плотностей больших и малых деталей – 0,5 балла
4. Правильный ответ для отношения масс ящиков – 0,5 балла

2. Очевидно, что условию задачи не противоречат две ситуации: (1) встреча велосипедистов произошла после момента t_2 и (2) встреча велосипедистов произошла до момента t_2. Рассмотрим сначала первую ситуацию.

Если в момент времени t_1 расстояние между велосипедистами было равно l, а в момент времени t_2 - $l/4$, но велосипедисты еще не встретились, то за время $t_2 - t_1$ они проехали в сумме расстояние $3l/4$. Поэтому скорость сближения велосипедистов составляет

$$v_1 = \frac{3l}{4(t_2 - t_1)}$$

И расстояние l оба велосипедиста пройдут за время

$$\Delta t_1 = \frac{l}{v_1} = \frac{4(t_2 - t_1)}{3} \text{ минут}$$

Следовательно, велосипедисты встретятся в момент времени

$$t = t_2 + \Delta t_1 = t_2 + \frac{4(t_2 - t_1)}{3} = 14 \text{ часов 40 минут.}$$

Если к моменту времени t_2 велосипедисты уже встретились и едут друг от друга, то к этому моменту они прошли расстояние l и еще $l/4$, поэтому в сумме они прошли расстояние $5l/4$. Поэтому скорость их сближения-удаления составляет

$$v_2 = \frac{5l}{4\left(t_2 - t_1\right)}$$

И расстояние l оба велосипедиста пройдут за время

$$\Delta t_2 = \frac{l}{v_2} = \frac{5\left(t_2 - t_1\right)}{3} = 50 \text{ минут}$$

Следовательно, велосипедисты встретятся в момент времени

$$t = t_2 + \Delta t_2 = t_2 + \frac{4\left(t_2 - t_1\right)}{5} = 14 \text{ часов 24 минуты.}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильное использование формулы «расстояние-время-скорость» – 0,5 балла
2. Замечено, что условию не противоречат две ситуации – встреча произошла до момента t_2 и после момента t_2 – 0,5 балла
3. Правильные уравнения для расстояния между велосипедистами в момент времени t_2 – 0,5 балла
4. Правильные ответы для времени встречи – 0,5 балла

3. Когда тело будет в равновесии, силы упругости пружин компенсируют силу тяжести. При этом, поскольку недеформированные длины пружин равны длине рамки, то обе пружины будут сжатыми, и сила упругости нижней пружины действует на тело вверх, сила упругости верхней – вниз.

Пусть тело находится на высоте x от нижнего торца рамки. Тогда величина сжатия нижней пружины равна $l - x$, верхней x. Поэтому условие равновесия тела дает

$$mg + 2kx = k\left(l - x\right)$$

Отсюда

$$x = \frac{kl - mg}{3k} \qquad (*)$$

При $mg > kl$ величина x оказывается отрицательной, что означает, что тело будет лежать на нижнем основании рамки (напомним, что по условию закон Гука работает для любых сжатий пружин). Действительно, в этом случае даже в отсутствие верхней пружины нижняя не сможет удержать тело при любых деформациях.

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильное использование закона Гука – 0,5 балла
2. Правильное уравнение для расстояния тела от границ рамки – 0,5 балла
3. Замечено, что при $mg > kl$ решения у уравнения равновесия нет, и тело (при условии справедливости закона Гука для любых деформаций) окажется на нижнем основании рамки – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

4. Пусть первый спортсмен преодолел дистанцию за время t_1, N-ый – за время t_N. Тогда, если часы в момент старта первого спортсмена показывали время t_0, то в момент его финиша - $t_0 + t_1$. Поскольку в момент старта последнего спортсмена часы показывали время $t_0 + (N-1)\Delta t$, то в момент его финиша часы показывали время $t_0+(N-1)\Delta t+t_N$. Поэтому продолжительность финиша спортсменов составила

$$\tau=\left(t_0+t_1\right)-\left(t_0+(N-1)\Delta t+t_N\right)=t_1-t_N-(N-1)\Delta t$$

Отсюда находим разность времени прохождения первым (самым медленным) и последним (самым быстрым) спортсменами

$$t_1-t_N=\tau+(N-1)\Delta t \qquad (*)$$

Если спортсмены стартуют в обратном порядке, то к финишу первым придет N-ый спортсмен (который стартует первым), последним – первый. Поэтому если N-ый спортсмен (который стартует первым) стартовал, когда часы показывали время t_0, то он придет к финишу, когда часы будут показывать время t_0+t_N, первый (который стартует последним) – когда часы будут показывать время $t_0+t_1+(N-1)\Delta t$. Поэтому продолжительность финиша в этом случае будет равна

$$\tau_1=\left(t_0+t_1+(N-1)\Delta t\right)-\left(t_0+t_N\right)=t_1-t_N+(N-1)\Delta t$$

Подставляя теперь в эту формулу разность времен прохождения дистанции первым и последним спортсменами (*), получим

$$\tau_1=\tau+2(N-1)\Delta t=34 \text{ минуты}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Правильное использование формулы «расстояние-время-скорость» – 0,5 балла
2. Правильно найдена разность времени прохождения дистанции первым и последним спортсменом – 0,5 балла
3. Составлено правильное уравнение для времени финиша спортсменов, если самый быстрый стартует первым, самый медленный – последним – 0,5 балла
4. Правильный ответ для продолжительности финиша – 0,5 балла

5. Обозначим длину самого короткого участка пути как S ($\mathrm{AX}=S$), а время прохождения участка ZB как t. Тогда: $\mathrm{XY}=2S$, $\mathrm{YZ}=3S$, $\mathrm{ZB}=4S$, $t_{\mathrm{YZ}}=2t$, $t_{\mathrm{XY}}=3t$, $t_{\mathrm{AX}}=4t$. Найдем, какое время t_1 автомобиль затратил на прохождение первой половины пути.

Очевидно, первая половина пути составляет $5S$. В нее входит весь участок пути AX, весь участок пути XY, и две трети участка пути YB. Поэтому время, затраченное на ее прохождение, равно сумме времен прохождения участков AX, XY и двух третей времени прохождения участка YB. Поэтому

$$t_1=4t+3t+\frac{2}{3}2t=\frac{25}{3}t$$

Отсюда находим среднюю скорость автомобиля на первой половине пути

$$v_{cp}=\frac{5S}{(25/3)t}=\frac{3S}{5t}$$

А поскольку скорость автомобиля на последнем участке равнялась v, то $v=4S/t$, откуда получаем

$$v_{cp} = \frac{5}{20} v$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)
1. Использованы правильные формулы «расстояние-время-скорость» – 0,5 балла
2. Использовано правильное определение средней скорости на первой половине пути – 0,5 балла
3. Правильно вычислено время прохождения первой половины пути – 0,5 балла
4. Правильный ответ для средней скорости на первой половине пути – 0,5 балла

Оценка работы
Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 10.