

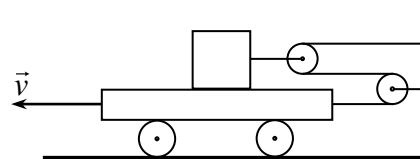
Решения и критерии оценки работ участников

Заключительного тура олимпиады «Росатом» по физике, 2020-2021 учебный год,

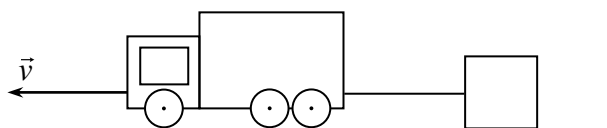
11 класс

Задание (международный комплект)

1. На тележке установлен груз, который с помощью веревки через систему блоков связан со стенкой. Тележку начинают перемещать со скоростью v (см. рисунок). Найти скорость груза относительно тележки. Нить нерастяжима.

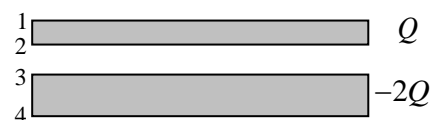


2. К грузовику с помощью упругого шнура привязан груз. В начальный момент времени шнур натянут, но не растянут. Грузовик начинает двигаться со скоростью v от груза, растягивая шнур. Через какое время после начала движения груз догонит грузовик? Какую скорость он будет при этом иметь? Масса груза m , жесткость шнура k , длина недеформированного шнура l_0 . Закон Гука справедлив для любых растяжений шнура. При «сминании» шнур никакого воздействия не оказывает. На груз сила трения не действует. Скорость грузовика постоянна.

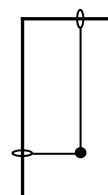


3. В вертикальном цилиндрическом сосуде под массивным подвижным поршнем находится идеальный газ. Чтобы уменьшить объем газа в 3 раза, на поршень надо положить груз массой m . Какой еще груз надо положить на поршень, чтобы уменьшить объем газа еще в 2 раза? Температура газа поддерживается постоянной.

4. Две большие металлические пластины зарядили зарядами Q и $-2Q$ и расположили параллельно друг другу. Считая, что размеры пластин гораздо больше их толщины и расстояния между ними найти заряды поверхностей пластин 1, 2, 3 и 4 - q_1, q_2, q_3 и q_4 (см. рисунок).



5. Два стержня соединены в форме буквы «Г». Один из стержней расположен горизонтально, другой вертикально. На стержни надеты маленькие невесомые колечки, которые могут без трения перемещаться по стержням. К колечкам прикреплена невесомая нить. На нить надета массивная бусинка, которая может без трения перемещаться по нити. В начальный момент бусинку удерживают так, что нить натянута, длина ее горизонтального участка l , вертикального $2l$. Бусинку отпускают. Найти ее ускорение. Через какое время бусинка достигнет вертикального стержня?



Решения

1. За некоторый интервал времени Δt тележка переместится на расстояние $v\Delta t$. Найдем, на сколько переместился груз. Поскольку нить от нижнего блока до тележки стала длиннее на $v\Delta t$, то веревка с другой стороны от этого блока стала короче на эту же величину. Это произойдет за счет приближения второго блока к стенке. Следовательно, второй блок приблизится к стенке на величину $v\Delta t/2$. Поэтому скорость груза относительно земли будет равна $v/2$. А поскольку тележка движется в противоположную сторону, скорость тела относительно тележки $v_{m.o.m.}$ составляет

$$v_{m.o.m.} = v/2$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Использована правильная идея решения – рассмотреть перемещение тележки за произвольное малое время, найти перемещение груза – 0,5 балла
2. Использованы формулы «расстояние-время-скорость» – 0,5 балла
3. Правильно использована относительность движения - 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

2. В начальный момент груз находится на расстоянии l_0 от грузовика. Для исследования движения груза перейдем в систему отсчета, связанную с грузовиком. В ней грузовик покоится, а грузу в начальный момент сообщили скорость v , направленную от грузовика. Затем груз движется, растягивая шнур, под действием упругой силы. Пока шнур растянут, это движение – гармоническое колебание с периодом

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Через половину периода груз снова окажется на расстоянии l_0 от грузовика, ее скорость также равна v , но направлена в сторону грузовика. После этого шнур сомнется и не будет оказывать влияния на машину. Поэтому машина будет двигаться с постоянной скоростью и достигнет грузовика через время l_0/v . Поэтому машина достигнет грузовика через время

$$t = \pi\sqrt{\frac{m}{k}} + \frac{l_0}{v}$$

В момент столкновения скорость машины относительно грузовика равна v , а, следовательно, ее скорость относительно земли равна $2v$.

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильная идея решения – переход в систему отсчета, связанную с грузовиком – 0,5 балла
2. Правильное нахождение времени возвращения груза назад и его скорости – 0,5 балла
3. Правильное рассмотрение равномерно движущегося груза – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

3. Пусть первоначальное давление газа в сосуде равно p . Это давление создается силой тяжести поршня и атмосферным давлением внешнего воздуха. Закон Клапейрона-Менделеева для газа в начальном состоянии дает

$$pV = \nu RT \quad \Rightarrow \quad p = \frac{\nu RT}{V} \quad (1)$$

где V - первоначальный объем газа, ν - количество вещества газа в сосуде, T - температура газа в сосуде. Когда на поршень положили дополнительный груз массой m , он создает дополнительное давление mg/S , где S - площадь сечения сосуда. Поэтому закон Клапейрона-Менделеева для газа в сосуде после того как на поршень положили груз массой m дает

$$\left(p + \frac{mg}{S}\right) \frac{V}{n} = \nu RT \quad \Rightarrow \quad p + \frac{mg}{S} = \frac{n\nu RT}{V} \quad (2)$$

здесь учтено, что объем газа уменьшился в $n = 3$ раза. Вычитая (1) из (2), получим

$$\frac{mg}{S} = \frac{(n-1)\nu RT}{V} \quad \Rightarrow \quad \frac{\nu RT}{V} = \frac{mg}{(n-1)S} \quad (3)$$

Положим на поршень еще один груз массой m_1 , чтобы объем газа уменьшился еще в $k = 2$ раз. Тогда закон Клапейрона-Менделеева дает

$$\left(p + \frac{mg}{S} + \frac{m_1 g}{S}\right) \frac{V}{kn} = \nu RT \quad \Rightarrow \quad p + \frac{mg}{S} + \frac{m_1 g}{S} = \frac{nk\nu RT}{V} \quad (4)$$

Вычитая (2) из (4), получим

$$\frac{m_1 g}{S} = \frac{nk\nu RT}{V} - \frac{n\nu RT}{V} = \frac{n(k-1)\nu RT}{V}$$

Используя теперь формулу (3), получаем окончательно

$$m_1 = \frac{nk\nu RT}{V} - \frac{n\nu RT}{V} = \frac{n(k-1)m}{(n-1)} = \frac{3n}{2}$$

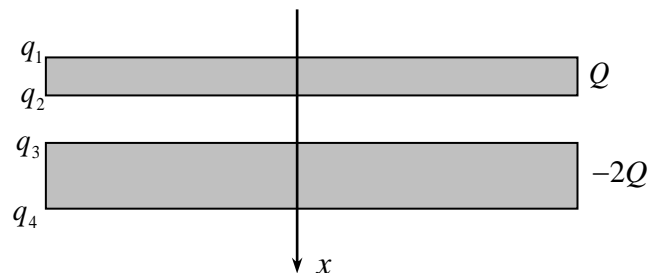
Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильные условия равновесия поршня с грузами – 0,5 балла
2. Правильный закон Клапейрона-Менделеева для газа под поршнем – 0,5 балла
3. Правильная система уравнений для массы груза – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

4. Пусть заряды поверхностей пластин равны q_1 ,

q_2 , q_3 и q_4 (см. рисунок). Тогда из закона сохранения электрического заряда имеем

$$\begin{aligned} q_1 + q_2 &= Q \\ q_3 + q_4 &= -2Q \end{aligned} \quad (1)$$



Поскольку пластины – проводящие, напряженность электрического поля внутри пластин равна нулю. С другой стороны, согласно принципу суперпозиции поле в каждой точке создается всеми имеющимися зарядами - q_1 , q_2 , q_3 и q_4 . Находя проекцию суммарного поля внутри первой и второй пластины на ось x (см. рисунок) и приравнивая ее к нулю, получим

$$\frac{q_1}{2S\varepsilon_0} - \frac{q_2}{2S\varepsilon_0} - \frac{q_3}{2S\varepsilon_0} - \frac{q_4}{2S\varepsilon_0} = 0$$

$$\frac{q_1}{2S\varepsilon_0} + \frac{q_2}{2S\varepsilon_0} + \frac{q_3}{2S\varepsilon_0} - \frac{q_4}{2S\varepsilon_0} = 0$$
(2)

где S - площадь пластин, ε_0 - электрическая постоянная (формулы (2) для проекции поля на ось x алгебраические, т.е. справедливы и для положительных, и для отрицательных зарядов). В результате из (1) и (2) имеем систему уравнений для зарядов q_1 , q_2 , q_3 и q_4 :

$$\begin{aligned} q_1 + q_2 &= Q \\ q_3 + q_4 &= -2Q \\ q_1 - q_2 - q_3 - q_4 &= 0 \\ q_1 + q_2 + q_3 - q_4 &= 0 \end{aligned}$$
(3)

Решая систему уравнений (3), получим

$$q_1 = -\frac{Q}{2}, \quad q_2 = \frac{3Q}{2}, \quad q_3 = -\frac{3Q}{2}, \quad q_4 = -\frac{Q}{2}$$

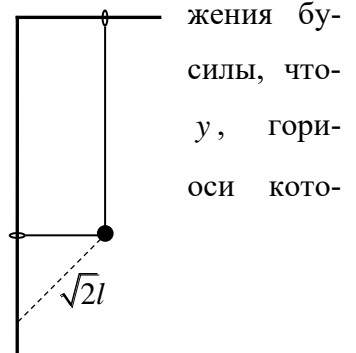
Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильное условие равновесия зарядов в проводнике – напряженность поля внутри проводника равна нулю – 0,5 балла
2. Закон сохранения электрического заряда для первой и второй пластинки – 0,5 балла
3. Правильные выражения для полей внутри пластинок – 0,5 балла
4. Правильные ответы – 0,5 балла

5. Так как нить и кольца невесомы и нет трения, то нить в процессе движения бусинки будет перпендикулярна стержням (достаточно бесконечно малой бы перемещать нить и кольца). Пусть длина вертикального участка нити горизонтального - x . Тогда $x + y = 3l$. А это значит, что в системе координат, в которой совпадают со спицами, траектория бусинки описывается функцией

$$y = -x + 3l$$

т.е. направлена под углом 45° к горизонту и пересекает вертикальную спицу на расстоянии $3l$ от точки их соединения (см. рисунок; траектория бусинки показана пунктиром, ее длина $\sqrt{2}l$).



Найдем ускорение бусинки. На бусинку действуют две силы натяжения и сила тяжести. Но поскольку сумма сил натяжения перпендикулярна траектории, то ускорение бусинки равно проекции ускорения свободного падения на направление траектории, т.е.

$$a = \frac{\sqrt{2}g}{2}.$$

Поэтому

$$\sqrt{2}l = \frac{\sqrt{2}gt^2}{4} \quad \Rightarrow \quad t = 2\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильно найдена траектория бусинки – 0,5 балла
2. Правильно найдено ускорение бусинки – 0,5 балла
3. Используются законы равноускоренного движения – 0,5 балла
4. Правильный ответ – 0,5 балла

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 10.

Правильные ответы без решения не засчитываются!