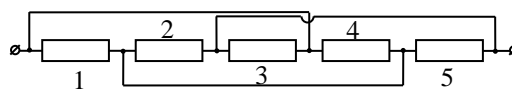


**Задания, решения и критерии оценки работ очного отборочного тура  
Инженерной олимпиады школьников  
9 класс, 2022-2023 учебный год**

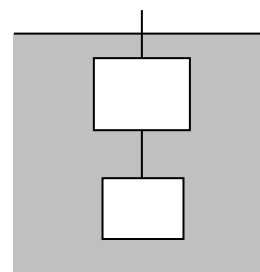
1. В комнате находится три электрических лампочки, каждая из которых включается одним из трех выключателей, расположенных в соседней комнате. Для того чтобы определить, какая лампочка каким выключателем включается, нужно сходить из одной комнаты в другую, включить какой-нибудь из выключателей, вернуться назад и посмотреть, какая из ламп горит. Какое минимальное количество заходов в комнату, где расположены выключатели, и возвращений назад нужно сделать, чтобы однозначно ответить на поставленный вопрос. Опишите, как вы это будете делать.

2. При причаливании танкера к речному причалу произошло небольшое столкновение, и часть нефти вылилась в реку. Была проведена очистка акватории реки, во время которой собрали объем  $V = 2000$  л загрязненной жидкости, которая имела массу  $m = 1,725$  т. Какую массу нефти содержала данная жидкость? Плотность нефти  $\rho = 800$  кг/м<sup>3</sup>, плотность воды  $\rho_0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>.

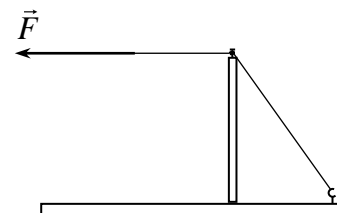
3. Найдите сопротивление электрической цепи, изображенной на рисунке. Сопротивление резисторов таковы:  $r_1 = r_2 = r_4 = r_5 = r$ ,  $r_3 = 2r$ . Сопротивление соединительных проводов мало.



4. Для доставки оборудования водолазам, работающим в водолазном колоколе, два контейнера с грузом связали тросом и за один из контейнеров привязали к еще одному тросу. Известно, что сила натяжения верхнего троса в два раза больше силы натяжения троса, связывающего контейнеры. Когда контейнеры опустили в воду (см. рисунок), сила натяжения верхнего троса уменьшилась (по сравнению со случаем, когда трос и контейнеры были на воздухе) в  $n = 1,2$  раза, нижнего – в  $k = 1,3$  раза. Найти средние плотности верхнего и нижнего контейнеров. Плотность воды  $\rho_0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>.



5. На горизонтальной доске вертикально установили стержень, в верхнюю часть которого вбили гвоздь. На некотором расстоянии от гвоздя в доску вбили крючок. К крючку привязали конец нерастяжимой нити, которую затем намотали на гвоздь так, что участок нити от крючка до гвоздя натянут. Второй конец веревки начали тянуть в горизонтальном направлении с увеличивающейся силой. Какая часть нити – до стержня или между стержнем и доской – порвется первой? При каком значении силы  $F$  порвется нить, если она выдерживает максимальную силу натяжения  $T_0$ ? Расстояние от крючка до стержня вдвое меньше длины стержня. Нижний конец стержня не может скользить по доске.



6. В ясную солнечную погоду в небо поднимается вертолет. Оказалось, что вертолет отбрасывает тень на землю, если высота его подъема не превышает  $h=1$  км. При больших высотах тень от вертолета пропадает. Считая, что угловой размер Солнца составляет  $\Delta\alpha=0,5^\circ$ , оцените размеры вертолета. Считайте, что Солнце находится в зените (прямо над головой).

## Решения и критерии оценивания

1. Достаточно одного захода-выхода. Нужно войти в комнату, где расположены выключатели, включить два из них, потом один выключить. После этого нужно зайти в комнату, где расположены лампы. Та лампа, которая горит, связана с замкнутым выключателем. Та лампа, которая не горит, но является теплой, связана с выключателем, который замыкался на некоторое время. Та лампа, которая не горит, но холодная, связаны с оставшимся выключателем.

**Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла):**

1. Если написано, как идентифицировать связи выключателей с лампами за два захода – сначала с одной лампой, потом с другой – 0,5 балла
2. Есть главная идея, как уменьшить количество заходов – обнаруживать горевшую лампочку по тепловому действию тока – 1 балл
2. Описана (словами) последовательность действий, которые нужно совершить, чтобы идентифицировать связи выключателей и ламп – 0,5 балла

2. Из данных условия находим среднюю плотность загрязненной жидкости

$$\rho_{cp} = \frac{m}{V}$$

С другой стороны, среднюю плотность смеси можно найти через плотности компонент. Пусть масса воды в загрязненной жидкости  $m_1$ , масса нефти -  $m_2$ . Тогда для средней плотности имеем

$$\rho_{cp} = \frac{m}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}}$$

где  $m_1$  и  $m_2$  - массы воды и нефти в смеси. Поскольку  $m = m_1 + m_2$ , эту формулу можно продолжить так

$$\rho_{cp} = \frac{m}{\frac{m - m_2}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}}$$

Поэтому

$$\frac{m - m_2}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} = V$$

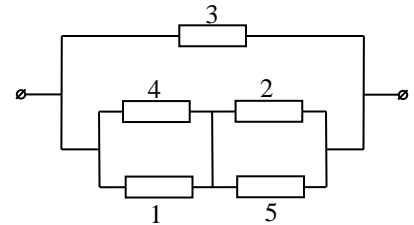
Отсюда находим

$$m_2 = \frac{(V\rho_1 - m)\rho_2}{\rho_1 - \rho_2} = 1100 \text{ кг}$$

**Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла)**

1. Правильное использование формулы, связывающей массу, плотность и объем - 0,5 балла.
2. Правильная идея решения – возможность определить содержание нефти через среднюю плотность жидкости – 0,5 балла.
3. Правильное уравнение, из которого можно найти массу нефти в загрязненной жидкости – 0,5 балла
4. Правильный ответ – и формула и число – 0,5 балла.

3. С помощью деформации проводов данную электрическую цепь можно преобразовать к цепи, показанной на рисунке, т.е. свести к цепи, содержащей только последовательно и параллельно соединенные элементы. Очевидно, общее сопротивление нижнего участка равно  $r$ , верхнего (по условию) -  $2r$ . Поэтому общее сопротивление данной цепи равно



$$r_{\text{общ}} = \frac{2r}{3}$$

**Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла)**

1. Правильное сведение данной электрической цепи к цепи с последовательно и параллельно соединенными резисторами - 0,5 балла.
2. Правильные формулы для сопротивления последовательно соединенных резисторов – 0,5 балла.
3. Правильные формулы для сопротивления параллельно соединенных резисторов – 0,5 балла
4. Правильный ответ для общего сопротивления цепи – 0,5 балла.

4. Пусть масса верхнего контейнера  $m_1$ , плотность  $\rho_1$ , нижнего – соответственно  $m_2$  и  $\rho_2$ , плотность воды -  $\rho_0$ . Поскольку веса верхнего и нижнего контейнеров в воде будут следующими

$$P_1 = (\rho_1 - \rho_0) g V_1, \quad P_2 = (\rho_2 - \rho_0) g V_2$$

где  $V_1$  и  $V_2$  - объемы верхнего и нижнего контейнеров, то сила натяжения троса, связывающего контейнеры, уменьшится в

$$k = \frac{\rho_2 g V_2}{(\rho_2 - \rho_0) g V_2} = \frac{\rho_2}{\rho_2 - \rho_0}$$

раз. Отсюда

$$\rho_2 = \frac{k \rho_0}{k - 1} = 4333 \text{ кг/м}^3$$

Найдем теперь плотность верхнего контейнера. Для силы натяжения верхнего троса на воздухе (с учетом того, что сила натяжения верхнего троса в два раза больше силы натяжения троса, связывающего контейнеры) имеем

$$T_1 = \rho_1 g V_1 + \frac{1}{2} T_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} T_1 = \rho_1 g V_1 \quad (*)$$

Для силы натяжения этого троса в воде, имеем аналогично

$$\frac{T_1}{n} = (\rho_1 - \rho_0) g V_1 + \frac{1}{k} \frac{T_1}{2} \quad \Rightarrow \quad T_1 \frac{2k - n}{2kn} = (\rho_1 - \rho_0) g V_1 \quad (**)$$

Деля формулу (\*\*) на формулу (\*), получим

$$\frac{2k - n}{kn} = 1 - \frac{\rho_0}{\rho_1}$$

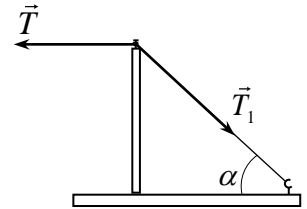
Откуда находим

$$\rho_1 = \frac{nk\rho_0}{nk - 2k + n} = 9750 \text{ кг/м}^3.$$

**Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла)**

1. Правильные формулы для силы натяжения тросов на воздухе (через плотности контейнеров) – 0,5 балла.
2. Правильные формулы для уменьшения веса контейнеров в воде – 0,5 балла.
3. Правильный ответ для плотности нижнего контейнера – 0,5 балла
4. Правильный ответ для плотности верхнего контейнера – 0,5 балла.

5. Поскольку участок нити от крючка до гвоздя до крючка натянут, а нить нерастяжима, при натягивании нити стержень будет оставаться вертикальным. Но чтобы стержень оставался вертикальным, сумма горизонтальных проекции сил натяжения, действующих на его конец, должна равняться нулю. Отсюда получаем (см. рисунок)



$$T = T_1 \cos \alpha$$

где  $T$  - сила натяжения горизонтального участка нити (равная внешней силе  $F$ ),  $T_1$  - сила натяжения участка нити от крючка до гвоздя,  $\alpha$  - угол наклона этого участка нити к горизонту (поскольку нить намотана на гвоздь, силы натяжения этих участков нити не обязаны быть одинаковыми). Отсюда следует, что  $T_1 > T$ , и, следовательно, при натягивании горизонтального участка нити, ее наклонный участок натягивается сильнее и быстрее достигнет предельно допустимой силы, которую выдерживает нить. Поэтому наклонный участок нити порвется первым.

Если нить выдерживает максимальную силу натяжения  $T_0$ , то наклонный участок нити порвется, когда к горизонтальному участку нити будет приложена внешняя сила

$$F = T_0 \cos \alpha$$

Поскольку расстояние от крючка до стержня вдвое меньше длины стержня, то длина наклонного участка нити  $l$  равна

$$l = \sqrt{x^2 + (2x)^2} = \sqrt{5}x$$

где  $x$  - расстояние от крючка до стержня. Поэтому

$$\cos \alpha = \frac{x}{l} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

В результате получаем окончательно значение силы, при которой порвется нить

$$F = \frac{T_0}{\sqrt{5}}$$

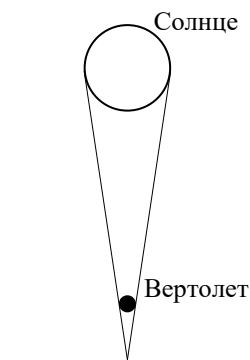
**Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла)**

1. Правильное условие равновесия стержня и связь сил натяжения участков нити – 0,5 балла.
2. Правильный вывод о том, какая нить порвется первой – 0,5 балла.
3. Правильно найден косинус угла наклона нити – 0,5 балла

4. Правильный ответ для силы, с которой нужно тянуть горизонтальную нить, чтобы повисла нить от гвоздя до крючка – 0,5 балла.

6. Будем для оценки считать, что вертолет имеет форму шара. Очевидно, вертолет перестает отбрасывать тень на землю, когда его угловой размер становится равным угловому размеру Солнца (см. рисунок). В этом положении тень от вертолета становится точкой. При большей высоте подъема лучи, идущие от разных точек солнечного диска, будут освещать всю землю под вертолетом, и вертолет не будет отбрасывать тень. Поэтому

$$\frac{d}{h} = \Delta\alpha \quad \Rightarrow \quad d = h\Delta\alpha$$



где  $d$  - размер вертолета, причем угол должен быть задан в радианах. Для угла, заданного в градусах, имеем для размера вертолета

$$r = \frac{\pi}{180} \Delta\alpha h \approx 9 \text{ м}$$

**Критерии оценивания (максимальная оценка за задачу – 2 балла)**

1. Правильная идея решения – тень вертолета на земле пропадает, когда его угловой размер становится равным угловому размеру Солнца – 0,5 балла.
2. Правильные формулы для размера вертолета через его угловой размер – 0,5 балла.
3. Правильный пересчет градусов в радианы или использование тригонометрических формул – 0,5 балла
4. Правильная оценка размера вертолета (с точностью до множителя 2) – 0,5 балла.

**Оценка работы**

Оценка работы складывается из оценок задач. Максимальная оценка работы – 12 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 12.