

1423580
Регистрационный номерМФТИ
Площадка написания17604 1580
Школа

Фамилия

Имя

Отчество

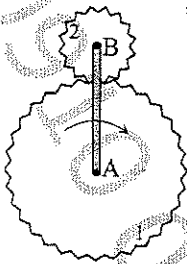
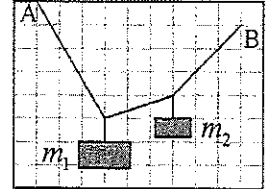
237
(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

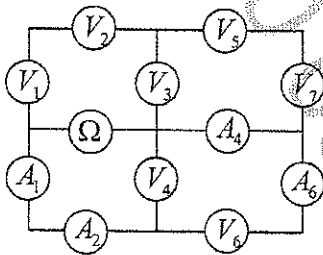
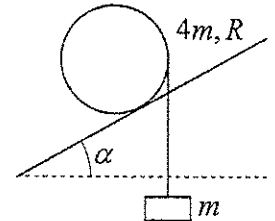
НИЯУ МИФИ, РУТ (МИИТ), НГТУ им. Р.Е.Алексеева, Самарский университет, СПбГЭТУ «ЛЭТИ»,
БГТУ им. В.Г.Шухова, ВлГУ
«Инженерная олимпиада школьников», Заключительный тур, 11 класс
1 вариант

1. Концы невесомой веревки закреплены в точках А и В (см. рисунок). К веревке привязали два груза массами m_1 и m_2 . По приведенному рисунку найти отношение масс грузов m_1/m_2 .



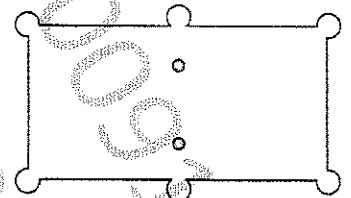
2. В дифференциалах автомобилей и автоматических коробках передач используются системы шестерней, в которых отсутствуют жесткие кинематические связи – планетарные передачи. Рассмотрите модель планетной передачи, в которой кривошип АВ (рычаг, вращающийся вокруг одного из своих концов) вращается вокруг оси А неподвижного зубчатого колеса 1. Колесо 2 имеет N зубьев, колесо 1 – $3N$ зубьев. Сколько оборотов вокруг своей оси совершит колесо 2, когда кривошип АВ совершит n оборотов вокруг оси А?

3. На однородный цилиндр радиуса R и массы $4m$ намотана невесомая нить, к концу которой привязано тело массы m . Цилиндр аккуратно кладут на наклонную плоскость, по которой он может катиться без проскальзывания, так, что его образующая перпендикулярна направлению быстреего спуска с плоскости (см. рисунок). При каком угле наклона плоскости α цилиндр будет двигаться вверх по плоскости?

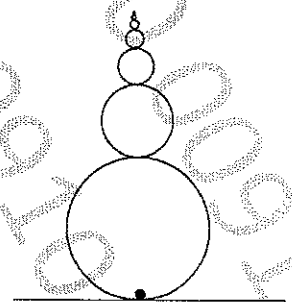


4. Собрана электрическая цепь, схема которой приведена на рисунке. Цепь состоит из шести амперметров, семи вольтметров и одного омметра (прибора для измерения сопротивлений). Известны показания вольтметра V_3 : $U = 1$ В и амперметра A_4 : $I = 1$ мкА. Найти сопротивление вольтметра и показания омметра Ω . Все вольтметры одинаковы, сопротивления амперметров очень малы по сравнению с сопротивлениями вольтметров.

5. Если два бильярдных шара встают напротив центральных луз бильярдного стола (рисунок), опытный игрок может ударить по одному из шаров так, что (1) оба шара попадут в лузу, расположенную в направлении удара; (2) один попадет в лузу, расположенную в направлении удара, а второй в противоположную. Как это делается? Опишите, как нужно наносить удар, как сталкиваются в этом случае шары, и почему в одном случае оба шара движутся после удара вперед, а в другом – один вперед, один назад. Ответ обосновать.



6. Незнайка решил изготовить «инновационного ваньку-встаньку». Для этого он взял очень много шаров одинаковой плотности, радиусы которых отличаются вдвое. Незнайка скрепил шары так, что центры всех шаров лежат на одной прямой, а радиус каждого последующего меньше радиуса предыдущего в 2 раза. Незнайка решил, что из-за большой массы самого нижнего шара такая конструкция, поставленная на большой шар, будет устойчивой. Но «ванька-встанька» устойчивым не был. Объясните, почему. Знайка посоветовал Незнайке прикрепить к самой нижней точке большого шара точечное массивное тело. Какую оно должно иметь массу, чтобы «инновационный ванька-встанька» был устойчивым? Масса самого большого шара m .





Работа по _____

Дата 27.02.2022

Вариант № 1

Площадка написания:
МФТИ

ФИО и рег. номер не
указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
2	0,5	2	1	2	1	8,5	<i>[Signature]</i>

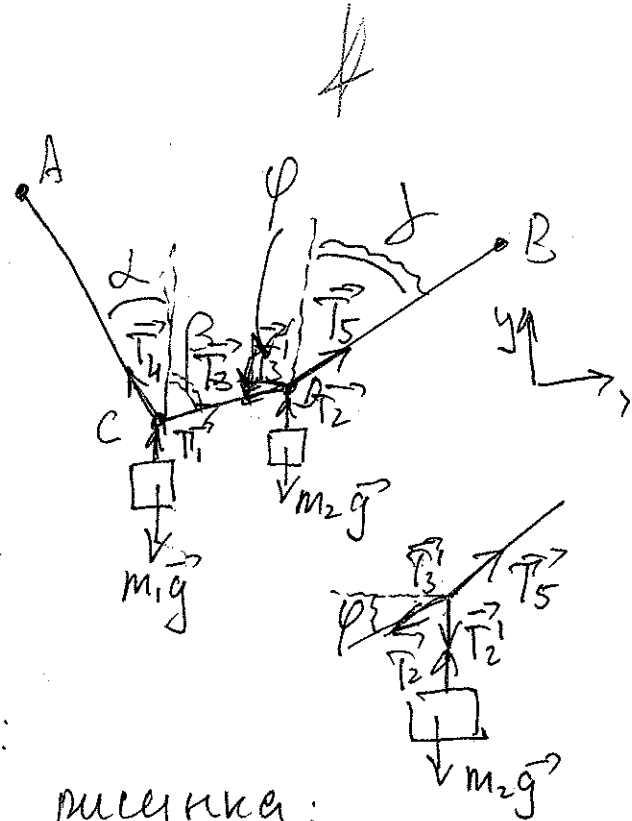
Решение:

Запишем 3-и Ньютона
для грузов и точек C и D:

$$\begin{cases} 0 = m_1 \vec{g} + \vec{T}_1 \\ 0 = m_2 \vec{g} + \vec{T}_2 \\ 0 = \vec{T}_1 + \vec{T}_3 + \vec{T}_4 \\ 0 = \vec{T}_2 + \vec{T}_5 + \vec{T}_3' \end{cases}$$

Спроецируем на оси x и y:

$$\begin{cases} m_1 g = T_1 \\ m_2 g = T_2 \\ T_1 = T_4 \cos \alpha + T_3 \cos \beta \\ T_3 \sin \beta = T_4 \sin \alpha \\ T_5 \cos \gamma = T_2 + T_3 \sin \varphi \\ T_5 \sin \gamma = T_3 \cos \varphi \\ T_3 \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} = T_4 \cdot \frac{3}{\sqrt{34}} \Rightarrow T_4 = T_3 \cdot \frac{\sqrt{34}}{\sqrt{10}} \\ m_1 g = T_3 \cdot \frac{\sqrt{34}}{\sqrt{10}} \cdot \frac{5}{\sqrt{34}} + T_3 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \end{cases}$$



Из рисунка:

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{5}{\sqrt{25+9}} = \frac{5}{\sqrt{34}}; \sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{34}} \\ \cos \beta &= \frac{1}{\sqrt{1+9}} = \frac{1}{\sqrt{10}}; \sin \beta = \frac{3}{\sqrt{10}} \\ \cos \varphi &= \frac{3}{\sqrt{9+1}} = \frac{3}{\sqrt{10}}; \sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \cos \gamma &= \frac{3}{\sqrt{9+9}} = \frac{1}{\sqrt{2}}; \sin \gamma = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Лист 1 из 4

$$\Rightarrow T_3 = \frac{\sqrt{10}}{6} m_1 g ; T_5 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = T_3 \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} \Rightarrow T_5 = T_3 \cdot \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10} \cdot 3\sqrt{2}}{6 \sqrt{10}} m_1 g \Rightarrow$$

$$T_5 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = m_2 g + T_3 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} ; \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} m_1 g = m_2 g + T_3$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} m_1 g \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = m_2 g + \frac{\sqrt{10}}{6} m_1 g \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \frac{m_1 g}{2} = m_2 g + \frac{m_1 g}{6}$$

$$\Rightarrow m_1 = 2m_2 + \frac{m_1}{3} \Rightarrow \boxed{\frac{m_1}{m_2} = 3}$$

N2

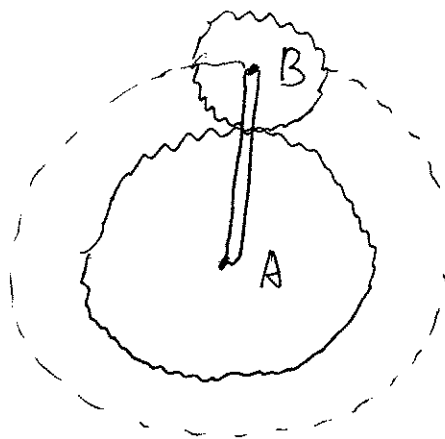
Ответ: $\frac{m_1}{m_2} = 3$ (20)

Дано:

Решение:

N
 $3N; n$

При n оборотах кривошипа колеса 2 пройдет $3Nn$ зубьев колеса 1



$n_2 = ?$

За это время колесо 2 совершит;

$$n_2 = \frac{3Nn}{N} = 3n$$

Ответ: $n_2 = 3n$ (25)

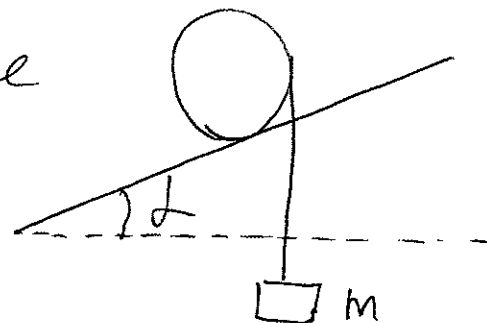
(25)

Дано:

Решение:

$R, 4m$
 m

См. решение задачи на 3-м месте



$L = ?$



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по _____

Дата 27.02.2022

Вариант № 2

Площадка написания:
МФТИ

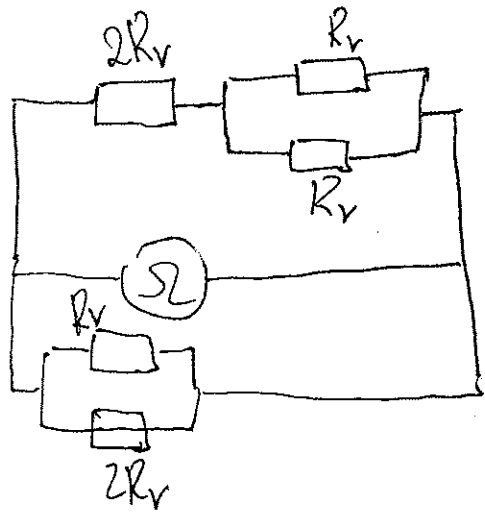
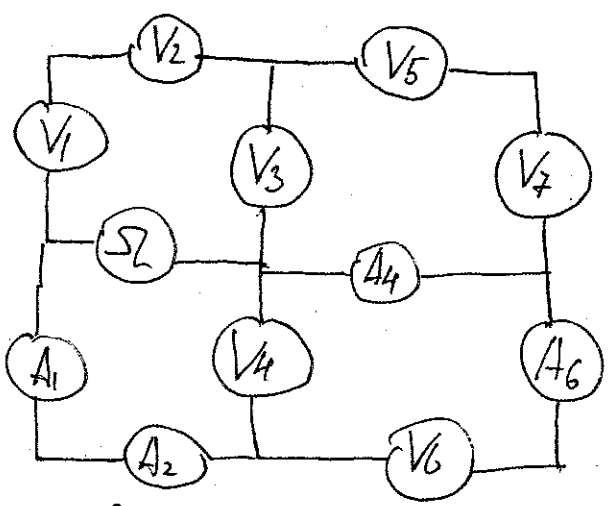
ФИО и рег. номер не
указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

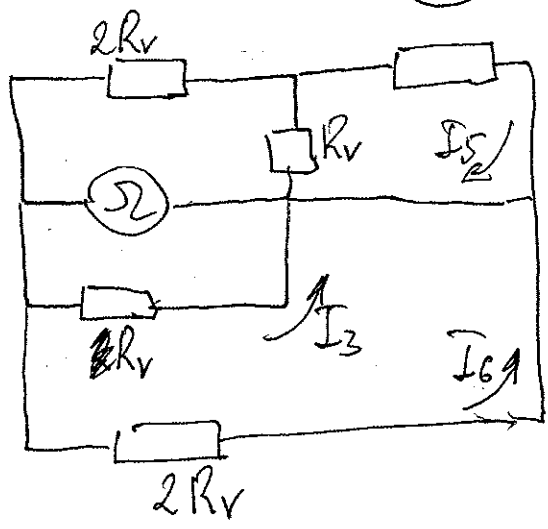
1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

Дано:
 $I_4 = 1 \text{ mA}$
 $U_3 = 1 \text{ V}$

Решение: N4
Упростили схему,
заменив все
вытметры
на резисторы,
а амперметры
на перемычки



⇐



$$R_6 = 2R_v + \frac{R_v}{2} = \frac{5}{2} R_v$$

$$R_H = \frac{2}{3} R_v$$

Пусть I_0 - общий ток,

$$\text{тогда } I_B = \frac{5R_V I_0}{R_V \left(\frac{5}{2} + \frac{2}{3} \right)} =$$

$$= \frac{5I_0}{5 + \frac{4}{3}} = \frac{15I_0}{19}$$

$$I_H = I_0 - I_B = I_0 - \frac{15I_0}{19} =$$

$$= \frac{4I_0}{19}$$

$$I_5 = \frac{R_V}{2R_V} I_{\text{всех}} = \frac{2}{19} I_0$$

Обозначим $I_4 = I_5 + I_6 = \frac{2I_0}{19} \Rightarrow I_0 = \frac{19}{7} I_4$

$$I_3 = \frac{2R_V}{3R_V} \cdot I_B = \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{19}{7} I_4 = \frac{10}{7} I_4$$

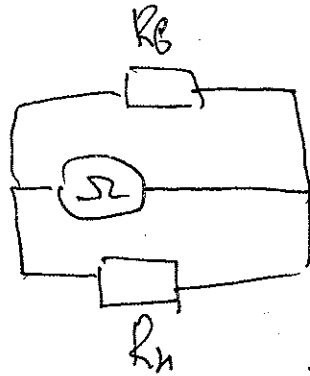
Сопоставление вольтметра:

$$R_V = \frac{U_3}{I_3} = \frac{7}{10} \cdot \frac{U_3}{I_4} - 3\text{-й Ом}$$

$$R_V = \frac{7}{10} \cdot \frac{1\text{В}}{10^{-6}\text{А}} = 700 \cdot 10^3 \text{ Ом} = 700 \text{ кОм}$$

$$R_\Omega = \frac{U_3}{I_0} = \frac{7}{19} \cdot \frac{U_3}{I_4} = \frac{7}{19} \cdot \frac{1\text{В}}{10^{-6}\text{А}} = 368 \text{ кОм}$$

Ответ: $R_V = 700 \text{ кОм}; R_\Omega = 368 \text{ кОм}$



$$I_6 = \frac{R_V}{3R_V} I_B = \frac{5I_0}{19}$$



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по _____

Дата 27.02.2022

Вариант № 2

Площадка написания:

МФТИ

ФИО и рег. номер не
указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№3

Решение:

Условие, при котором система движется
вверх:

$$Mmg > 4mng$$

$$mgx_2 > 4mgx_1 \Rightarrow x_2 > 4x_1$$

$$x_1 = R \sin \alpha$$

$$x_2 = R - R \sin \alpha = R(1 - \sin \alpha)$$

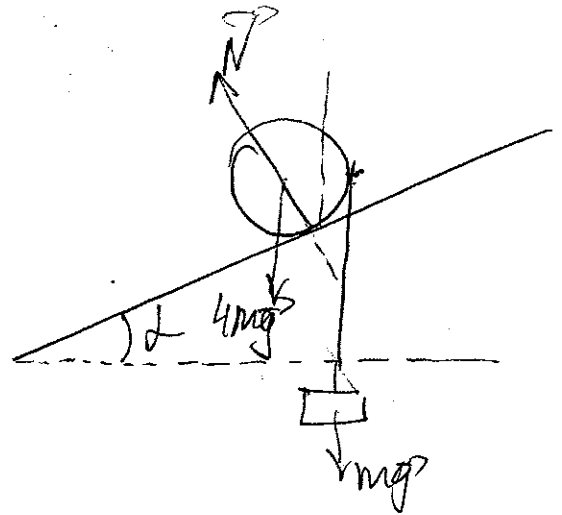
Получаем: $R(1 - \sin \alpha) > 4R \sin \alpha$

$$1 - \sin \alpha > 4 \sin \alpha$$

$$5 \sin \alpha < 1; \sin \alpha < \frac{1}{5}$$

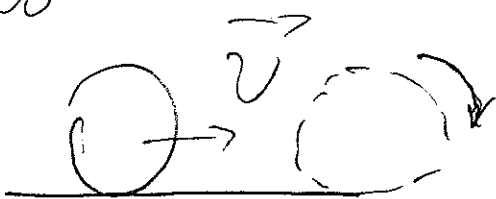
$$\alpha < \arcsin\left(\frac{1}{5}\right)$$

Ответ: $\alpha < \arcsin\left(\frac{1}{5}\right)$

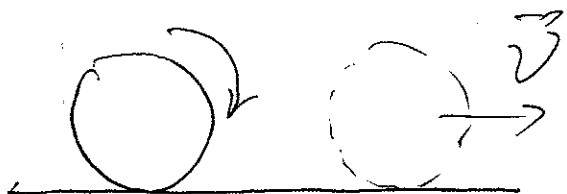


Решение:

1) "До"

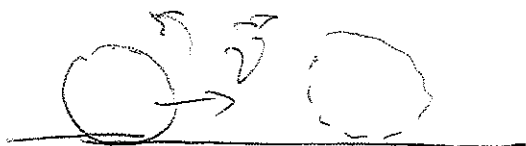


"После"



Но при этом шар 1 перевернется (т.к. все вращение в ту же сторону) (т.к. все вращение не может передаваться, т.к. шары гладкие) \Rightarrow шар начинает двигаться в ту же сторону, что и сначала \Rightarrow если шар ударился сверху, то оба шара движутся в одну сторону.

2) "До"



"После"



Если шар ударится снизу, то он будет вращаться против чл-ца. После столкновения шар 1 останавливается \Rightarrow шар 2 останавливается обратно. Шар 2 при этом движется туда, куда движется шар 1. Шары после "стыка" шары пойдут в противоположные стороны.

\Rightarrow Если шар ударился сверху, то оба шара движутся в одну сторону.





НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по _____

Дата 22.02.2022

Вариант № 1

Площадка написания:

МФТИ

ФИО и рег. номер не
указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№6
Если к системе прикреплять шары
в самой нижней точке, то центр
масс всей системы уменьшится,
следовательно система станет более
устойчивой. Найдём центр масс
первоначальной конструкции:

$$X_{y.u.} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i x_i}{\sum_{i=1}^N m_i}, \text{ где } m_i = \frac{1}{8} m_{i-1} = \left(\frac{1}{8}\right)^{i-1} m$$

$$x_i = x_{i-1} + R_{i-1} + \frac{1}{2} R_{i-1} + \dots +$$

$$x_0 = x_{i-1} + \frac{3}{2} R_{i-1}$$

$$x_i = R + \frac{3}{2} R + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} R + \dots = R + \frac{3}{2} R (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots)$$

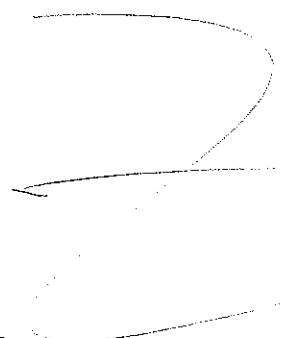
$$= R + \frac{3}{2} R \cdot \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{i-1} - 1}{\left(1 - \frac{1}{2}\right)} = R + 3R \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{i-1}\right)$$

$$X_{y.u.} = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{8}\right)^{i-1} (4 - 3(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{i-1})) m R}{\sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{8}\right)^{i-1} m} \quad \text{⊖}$$

$$= \frac{mR \left(\sum 4 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{i-1} - \sum 3 \cdot \left(\frac{1}{24}\right)^{i-1} \right)}{m / \left(1 - \frac{1}{8}\right)} = \frac{mR \left(4 \cdot \frac{8}{7} - 3 \cdot \frac{24}{23} \right)}{m \cdot \frac{8}{7}} =$$

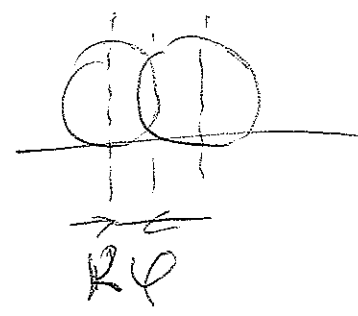
$$= \frac{7}{8} \left(4 \cdot \frac{8}{7} - 3 \cdot \frac{24}{23} \right) R = \left(4 - \frac{21 \cdot 3}{23} \right) R = \frac{29}{23} R$$

(0,58)



Усл.е устойчивости системы: $X_{y.u} \psi < R\psi$
 Координаты центра масс $X_{g.u} < \psi$
 с грузом M :

$$X_{y.u} = \frac{\frac{8}{7} m \cdot \frac{29}{23} R}{\frac{8}{7} m + M} < R$$



$$\frac{8 \cdot 29 m R}{23 \cdot 7 \left(\frac{8}{7} m + M \right)} < R$$

$$\frac{232 m R}{184 m + 161 M} < R \Rightarrow$$

$$232 m < 184 m + 161 M$$

$$48 m < 161 M$$

$$M > \frac{48}{161} m \approx 0,3 m$$

Ответ: $M > \frac{48}{161} m \approx 0,3 m$ (48)