

2

372069
Регистрационный номер

Дом спортивный
Площадка написания

МБОУ «Гимназия № 44»
Школа

Фамилия Матюшин

Имя Александр

Отчество Александрович

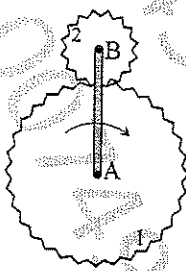
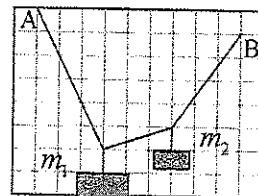
213
(не заполнять)

ДМ
Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

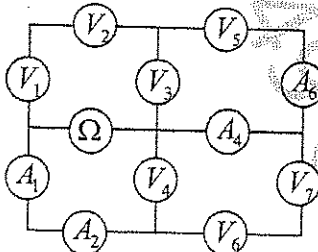
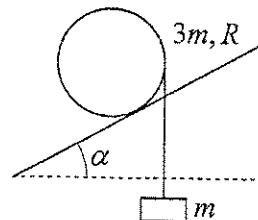
НИЯУ МИФИ, РУТ (МИИТ), НГТУ, Самарский университет, СПбГЭТУ «ЛЭТИ», БГТУ им. В.Г. Шухова, ВлГУ
«Инженерная олимпиада школьников», Заключительный тур, 11 класс
2 вариант

4. Концы невесомой веревки закреплены в точках А и В (см. рисунок). К веревке привязали два груза массами m_1 и m_2 . По приведенному рисунку найти отношение масс грузов m_1/m_2 .



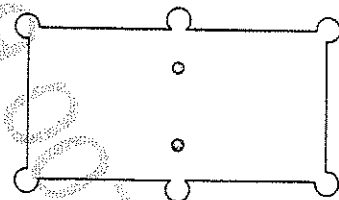
2. В дифференциалах автомобилей и автоматических коробках передач используются системы шестерней, в которых отсутствуют жесткие кинематические связи – планетарные передачи. Рассмотрите модель планетной передачи, в которой кривошип АВ (рычаг, вращающийся вокруг одного из своих концов) вращается вокруг оси А неподвижного зубчатого колеса 1. Колесо 2 имеет N зубьев, колесо 1 – $2N$ зубьев. Сколько оборотов вокруг своей оси совершит колесо 2, когда кривошип АВ совершит n оборотов вокруг оси А?

3. На однородный цилиндр радиуса R и массы $3m$ намотана невесомая нить, к концу которой привязано тело массы m . Цилиндр аккуратно кладут на наклонную плоскость, по которой он может катиться без проскальзывания, так, что его образующая перпендикулярна направлению быстрого спуска с плоскости (см. рисунок). При каком угле наклона плоскости α цилиндр будет двигаться вверх по плоскости?

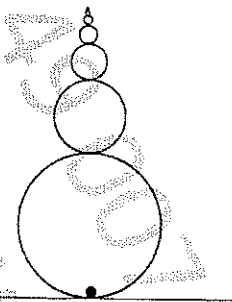


4. Собрана электрическая цепь, схема которой приведена на рисунке. Цепь состоит из шести амперметров, семи вольтметров и одного омметра (прибора для измерения сопротивлений). Известны показания вольтметра V_3 : $U = 1$ В и амперметра A_4 : $I = 1$ мкА. Найти сопротивление вольтметра и показания омметра Ω . Все вольтметры одинаковы, сопротивления амперметров очень малы.

5. Если два бильярдных шара встанут напротив центральных луз бильярдного стола (рисунок), опытный игрок может ударить по одному из шаров так, что (1) оба шара попадут в лузу, расположенную в направлении удара; (2) один попадет в лузу, расположенную в направлении удара, а второй в противоположную. Как это делается? Опишите, как нужно наносить удар, как сталкиваются в этом случае шары, и почему в одном случае оба шара движутся после удара вперед, а в другом – один вперед, один назад. Ответ обосновать.



6. Незнайка решил изготовить «инновационного ваньку-встаньку». Для этого он взял очень много шаров одинаковой плотности, радиусы которых отличаются втрое. Незнайка скрепил шары так, что центры всех шаров лежат на одной прямой, а радиус каждого последующего меньше радиуса предыдущего в 3 раза. Незнайка решил, что из-за большой массы самого нижнего шара такая конструкция, поставленная на большой шар, будет устойчивой. Но «ванька-встанька» устойчивым не был. Объясните, почему. Знайка посоветовал Незнайке прикрепить к самой нижней точке большого шара точечное массивное тело. Какую оно должно иметь массу, чтобы «инновационный ванька-встанька» был устойчивым? Масса самого большого шара m .





НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по физике

Дата 27.02.2022

Вариант № 2

Площадка написания:

Автоматически

ФИО и рег. номер не
указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
2	2	2	2	2	2	12	<i>[Signature]</i>

N 1

1) Усл. равновес. 1 груза:

$$T_4 = m_1 g$$

2) Усл. равновес. 2 груза:

$$T_5 = m_2 g$$

Равенства сил в узлах
нити:

3) A на ось x:

$$T_2 \cos \beta = T_1 \cos \alpha$$

4) A на ось y:

$$T_1 \sin \alpha + T_2 \sin \beta = T_4$$

5) B на ось x:

$$T_3 \cos \gamma = T_2 \cos \beta$$

6) B на ось y:

$$T_3 \sin \gamma = T_2 \sin \beta + T_5$$

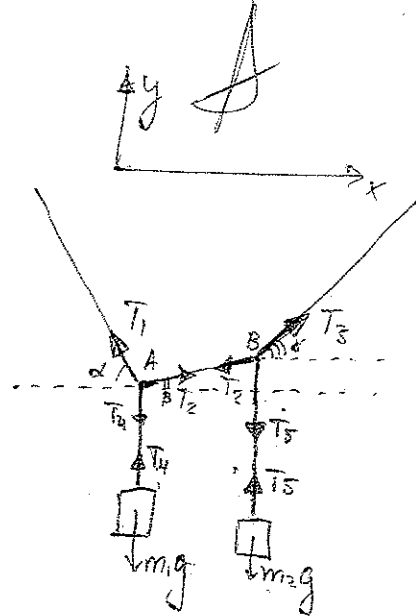
Решая систему:

разделим $\left\{ \begin{aligned} T_2 \cos \beta \cdot \operatorname{tg} \alpha + T_2 \sin \beta &= m_1 g \\ T_2 \cos \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma - T_2 \sin \beta &= m_2 g \end{aligned} \right.$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\cos \beta \cdot \operatorname{tg} \alpha + \sin \beta}{\cos \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma - \sin \beta} = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \beta} = \frac{2 + \frac{1}{3}}{\frac{4}{3} - \frac{1}{3}} = \frac{7}{3}$$

Лист 1 из 4

Ответ: $\boxed{\frac{7}{3}}$



Из рисунка.
 $\operatorname{tg} \alpha = \frac{6}{3} = 2$
 $\operatorname{tg} \beta = \frac{1}{3}$
 $\operatorname{tg} \gamma = \frac{4}{3}$

$$\approx \sqrt{2}$$

Заметим, что когда АВ совершает оборот вокруг ~~оси А~~ оси А, ~~ка~~ шестерня 2 совершает 1 "дополнительный" оборот по сравнению с тем, если бы колесо 2 "прошло" столько же зубьев по зубчатой плоскости. Попробуем

$$n_0 = \frac{N_1}{N_2} + 1 = \frac{2N}{N} + 1 = 3 \text{ оборота}$$

За n оборотов шестерня 2 сделает:

$$k = n_0 \cdot n = 3n \text{ оборотов}$$

Ответ: $3n$ оборотов

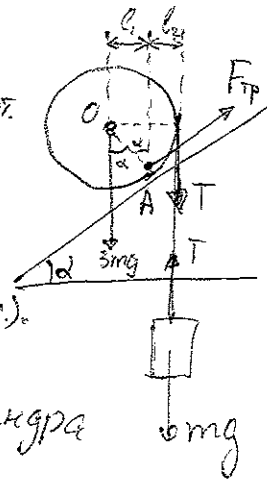
$$\sqrt{3}$$

Рассмотрим предельный случай, когда цилиндр стоит на месте.

Ур-ние равновесия груза (I закон Ньютона при $a=0$):

$$T = mg$$

Пусть А - точка прилота. F_{TP} (см. рис.).



Ур-ние моментов для цилиндра отн. т. А:

$$3mg l_1 = T l_2, \text{ где } l_1, l_2 - \text{плечи сил (см. рис.)}$$

Из геометрии (см. рис.):

$$l_1 = OA \cdot \sin \alpha = R \sin \alpha$$

$$l_2 = R - l_1 = R(1 - \sin \alpha)$$

Решая систему ур-ний:

$$3mg R \sin \alpha = mg R (1 - \sin \alpha)$$

$$3 \sin \alpha = 1 - \sin \alpha; \quad \sin \alpha = \frac{1}{4}; \quad \alpha = \arcsin \frac{1}{4} \approx 14,5^\circ$$

Отсюда видно, что $\alpha < 14,5^\circ$ цилиндр покатится вверх (l_1 уменьшится, Т перевесит $3mg$)

Ответ: $\alpha < 14,5^\circ$ ($\alpha < \arcsin \frac{1}{4}$)



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по Физике

Дата 27.02.2022

Вариант № 2

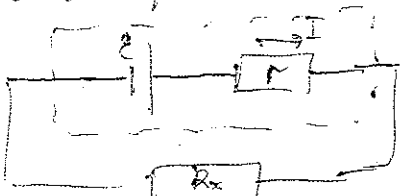
Площадка написания:

Аспирантский

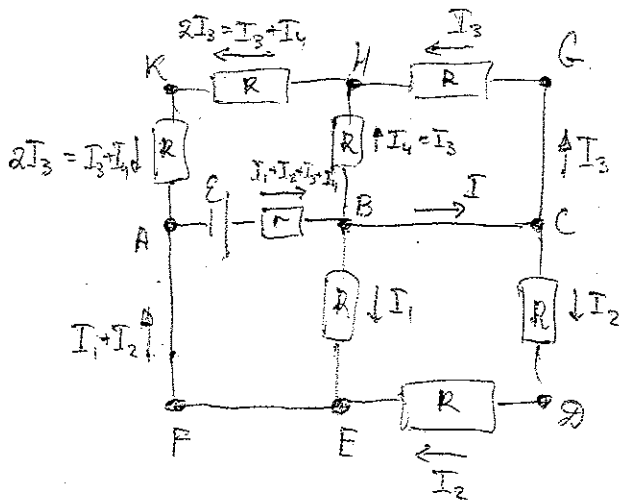
ФИО и рег. номер не
указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№ 4
Омметр можно эквивалентно представить, как:

при этом ~~кон~~ показания его будут
 $R_x = \frac{E}{I} - r$ (II прав. Кирх.,
 $E = I(r + R_x)$)

Пусть сопротив. вольтметра R. Перерисуем схему
и расставим на ней токи по
закону Ома и I и II правилам Кирхгофа



II правило Кирхгофа:

- 1) HBCG:
 $I_4 R = I_3 R$
 $I_3 = I_4$
- 2) BCDE:
 $I_1 R = I_2 R + I_2 R$
 $I_1 = 2I_2$
- 3) BKAFFE:
 $I_3 R + 2I_3 R + 2I_3 R = I_1 R$

$$I_1 = 5I_3$$

$$I_1 = 2I_2 \quad \left| \quad I_2 = \frac{5}{2} I_3 \right.$$

$$I_3 = \frac{1}{5} I_1, \quad I_2 = \frac{1}{2} I_1$$

Видим, что показания V_3 - это
напряжения между B и H.

Отсюда:

$$U = I_3 R$$

Ток через A_4 - это ток через BC. По I прав. Кирхгофа

для узла B:

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = I_3 + I + I_1$$

$$I = I_2 + I_4 = I_2 + I_3 = \frac{1}{2} I_1 + \frac{1}{5} I_1 = \frac{5}{2} I_3 + I_3 = \frac{7}{2} I_3$$

$$I_3 = \frac{2}{7} I$$

$$R = \frac{U}{I_3} = \frac{U}{\frac{7}{2}I} = \frac{7U}{2I} \approx 3,5 \text{ МОМ}$$

Показания омметра:

II правило Кирх. для АВЕФ:

$$\mathcal{E} = (I_1 + I_2 + I_3 + I_4)r + I_1 R = (5I_3 + \frac{5}{2}I_3 + 2I_3)r + 5I_3 R = \frac{19}{2}I_3 r + 5I_3 R$$

I_E - ток через источник \mathcal{E}

$$I_E = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 5I_3 + \frac{5}{2}I_3 + 2I_3 = \frac{14}{2}I_3 + \frac{5}{2}I_3 = \frac{19}{2}I_3$$

Показания омметра:

$$R_x = \frac{\mathcal{E}}{I_E} - r = \frac{\frac{19}{2}I_3 r + 5I_3 R}{\frac{19}{2}I_3} - r = r + \frac{5}{\frac{19}{2}} R - r = \frac{10}{19} R = \frac{10}{19} \cdot 3,5 \approx 1,842 \text{ МОМ}$$

$$\approx 1,842 \text{ МОМ}$$

Ответ: $R = 3,5 \text{ МОМ}$; $R_x = 1,842 \text{ МОМ}$

В 1 случае игрок должен бить по верхней части шара (выше его центра тяжести). В этом случае сила, с которой кий действует на шар, заставит шар вращаться вокруг центра (дополнительно) (по сравнению с центральным ударом, когда вращения сначала нет, а потом оно появляется из-за силы трения о стол, но остается слабым).

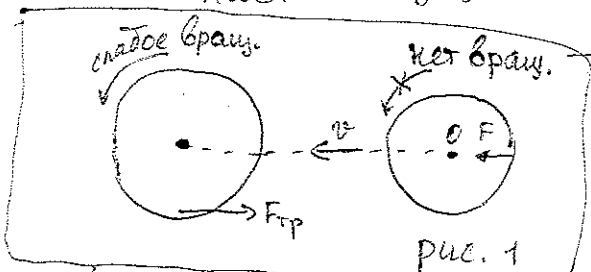
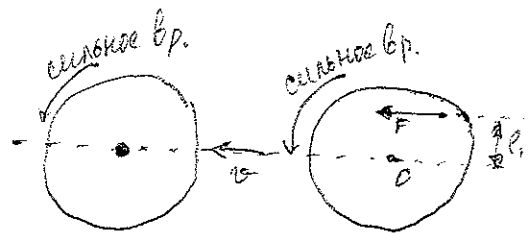


рис. 1

Центральный удар
(2 круга - рисунки 1-ого шара
в разные мом. времени
до столкновения)

Плечо силы F отк. центра
O равно 0, поэтому
сначала вращения
не будет

рис. 2



Удар для случая 1
Плечо l у силы F есть плечо
 l , отк. центра шара, поэтому
 $M \neq 0$, сила F закручивает
шар вперед



Работа по физике

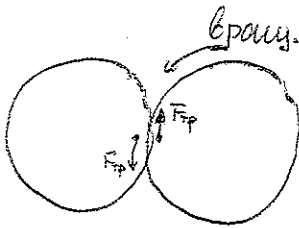
Дата 27.02.2022
Вариант № 2
Площадка написания:
Совместный
ФИО и рег. номер не
указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№ 5 (продолжение)

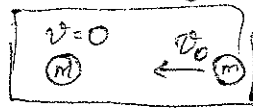
Т.к. шары достаточно твёрдые и неупругие, удар шара о шар кратковременный.



За время удара шара о шар сила трения не успеваает полностью скомпенсировать вращения (на это ещё влияет коэф. трения и шара о шар, который очень мал).

Т.к. шары твёрдые и коэф. трения мал, удар шар о шар можно приблизительно считать абсолютно упругим. Без учёта энергии вращ. двигт. (при центральном ударе кием по шару):

ШШ - удар шара о шар
кШ - удар кием по шару



до удара
ШШ



после ШШ

ЗСЭ:

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}$$

$$v_0^2 = v_1^2 + v_2^2$$

ЗИИ:

$$mv_0 = mv_1 + mv_2$$

$$v_0 = v_1 + v_2$$

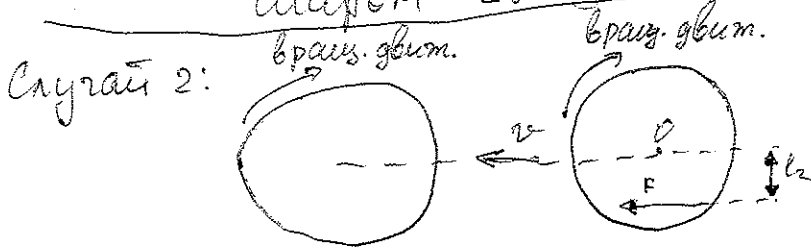
$$(v_1 + v_2)^2 = v_1^2 + v_2^2$$

$2v_1v_2 = 0$, $v_2 \neq 0$ (очевидно), значит $v_1 = 0$

Т.е. без учёта вращ. двигт. шар 1 останавливается после ШШ.

Удар III как на рис. 2 добавляет шару 1 энергию вращательного движения, которую $F_{\text{тр}}$ при III не успевает скомпенсировать (см. выше почему).

Передав шару 2 кин. энергию поступат. движения, шар 1 продолжает двигаться вперед за счет запасенной энергии вращ. движ. вперед, что позволяет ему попасть в лузу вслед за шаром 2.



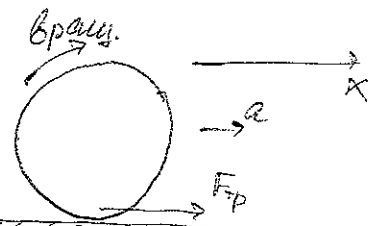
Удар нити центра тяжести O .
 Нет плеча силы F равно $l_2 \neq 0$, поэтому отн.т.О $M_F \neq 0$, сила F

раскручивает шар 1 против движения (см. рис.)

Аналогично случаю 1, при III шар 1 отдает кин. энергию поступ. движ. шару 2. Аналогично, сила трения не успевает скомпенс. ~~ки~~ вращение, поэтому шар 1 продолжает вращаться в обратном направлении (по час. стр. на рисунке).

При таком вращении с проскальзыванием $F_{\text{тр}}$ о стол разносит шар 1 вправо (см. рис. нити) как единственная горизонтальная сила на шар.

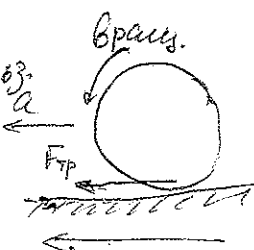
$F_{\text{тр}}$ против проскальз.,
 II зН на ось x :
 $F_{\text{тр}} = ma$.



Движение вправо и позволяет шару 1 закатиться в противоположную лузу.

В 1 случае

$F_{\text{тр}}$ против проскальз.,
 $F_{\text{тр}} = ma$ (II зН на ось x)



это всё после III ,

у 2-ого шара вращ. движ. в обоих случаях почти нет, потому что $F_{\text{тр}}$ при III не успевает внести серьёзный вклад.



Работа по Физике

Дата 27.02.2022

Вариант № 2

Площадка написания:

Дополнительный

ФИО и рег. номер не
указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№6

У однородных шаров центр тяжести находится в центре.

① Конструкция Незнайки

Объем 1 шара радиусом R:

$$V_1 = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{R}{3}\right)^3 = \frac{V_1}{27} \text{ (объем 2-ого шара)}$$

т.к. объем $V \propto r^3$, объёмы

будут сост. геом. прогр. с

$$q = \frac{1}{27}$$

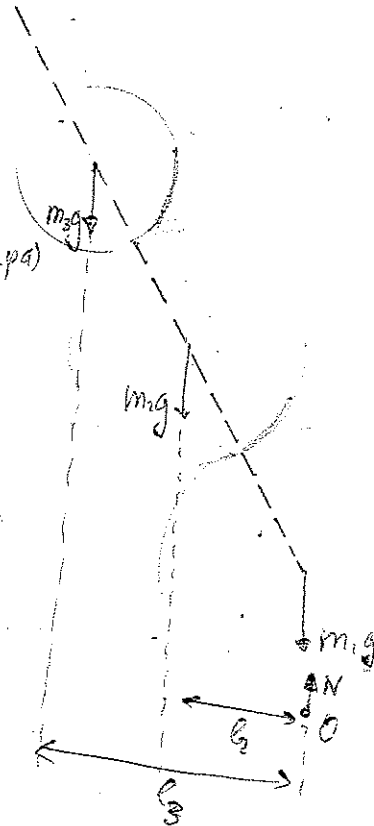
т.е. $V_n = \left(\frac{1}{27}\right)^{n-1} V_1$

Массы:

$$m_1 = \rho V_1$$

$$m_2 = \rho V_2 = \frac{\rho V_1}{27} = \frac{m_1}{27}$$

$$m_n = \left(\frac{1}{27}\right)^{n-1} m_1$$



Заметим, что при отклонении конструкции у сил $m_2 g, m_3 g, \dots$ появляются ненулевые плечи l_2, l_3, \dots

Поэтому уравнение равенства моментов отн. т. O:

$$m_1 g l_1 + m_2 g l_2 + m_3 g l_3 + \dots = 0$$

($l_1 = 0$)

Лист 4 из 4



не выполняется, поэтому конструкция валится

2) Конструкция ~~и~~ Знайки:

Пусть её отклонили на α

Плечи сил тяжести:

$$l_2 = O_1 O_2 \cos \alpha$$

$$l_3 = O_1 O_3 \cos \alpha$$

$$l_n = O_1 O_n \cos \alpha$$

$$L = R \cos \alpha$$

$$O_1 O_2 = R + \left(\frac{1}{3}\right)R$$

$$O_1 O_3 = R + 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)R + \left(\frac{1}{3}\right)^2 R$$

$$O_1 O_n = R + 2R \left(\left(\frac{1}{3}\right)^1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \right) + \left(\frac{1}{3}\right)^n R$$

$$M_2 = m_2 g l_2 = \left(\frac{1}{27}\right) m g \cdot \left(R + \left(\frac{1}{3}\right)R\right) \cos \alpha$$

$$M_3 = m_3 g l_3 = \left(\frac{1}{27}\right)^2 m g R \left(1 + 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^2\right) \cos \alpha$$

$$M_n = \left(\frac{1}{27}\right)^{n-1} m g R \left(1 + 2 \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^n\right) \cos \alpha$$

Ур-ние мом отн. т. ~~A~~:

$$M_A = 0$$

$$M_2 + M_3 + \dots + M_n = M g R \cos \alpha$$

Разделим всё на $m g R \cos \alpha$:

$$\left(\frac{1}{27}\right)^1 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right)^1 + \left(\frac{1}{27}\right)^2 \cdot \left(1 + 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2\right) + \left(\frac{1}{27}\right)^3 \cdot \left(1 + 2 \left(\left(\frac{1}{3}\right)^1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^3\right) + \dots$$

$$+ \left(\frac{1}{27}\right)^{n-1} \cdot \left(1 + 2 \left(\left(\frac{1}{3}\right)^1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\right) + \left(\frac{1}{3}\right)^n\right) = \frac{M}{m}$$

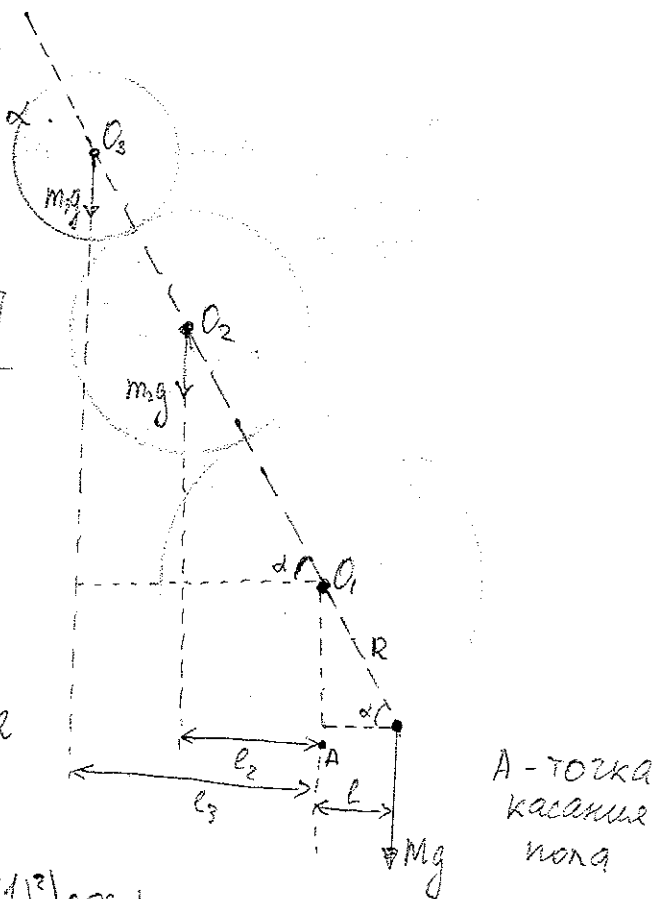
$$\frac{4}{81} + \frac{16}{6561} + \frac{52}{531441} + 3,7168917 \cdot 10^{-6} + 1,388098444 \cdot 10^{-7} + 5,155368 \cdot 10^{-9} + \dots = \frac{M}{m}$$

Слагаемые быстро убывают, поэтому ~~и~~ сложив первые 6 членов мы получим точность $\frac{M}{m}$ не хуже, чем до 9 знака после запятой. Посчитаем сумму:

$$\frac{M}{m} \approx 0,05192308, \text{ ответ не зависит от угла}$$

Ответ: $M \approx 0,0519 m$

Как устроит $M > 0,0519 m$, например, $M = 0,052 m$



A - точка касания пола