

2

367121

Регистрационный номер

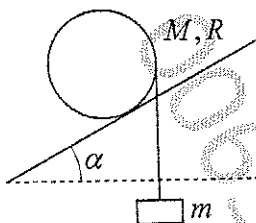
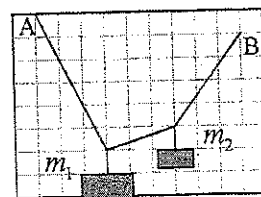
МФТИ, Долгoprудный
Площадка написанияАНОО «Физтех-лицей им. П.А.Копыца
ШколаФамилия ГайдарИмя АлександрОтчество Евгеньевич122
(не заполнять)

Подпись

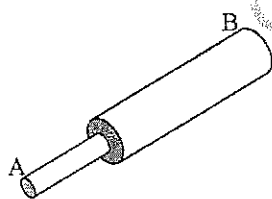
Утверждаю
Председатель оргкомитета олимпиадыНИЯУ МИФИ, РУТ (МИИТ), НГТУ им. Р.Е.Алексеева, Самарский университет, СПбГЭТУ «ЛЭТИ»,
БГТУ им. В.Г.Шухова, ВлГУ
«Инженерная олимпиада школьников», Заключительный тур, 10 класс
2 вариант

1. Когда в настольную лампу, рассчитанную на работу в бытовой электрической сети, вставили лампочку номинальной мощностью $P_1 = 60$ Вт, оказалось, что в соединительных проводах лампы выделяется мощность $P_2 = 10$ мВт. Пренебрегая сопротивлением соединительных проводов по сравнению с сопротивлением лампочки, найти, какая мощность будет выделяться в соединительных проводах при использовании лампочки номинальной мощностью $P_3 = 75$ Вт.

2. Концы невесомой веревки закреплены в точках А и В (см. рисунок). К веревке привязали два груза массами m_1 и m_2 . По приведенному рисунку найти отношение масс грузов m_1 / m_2 .

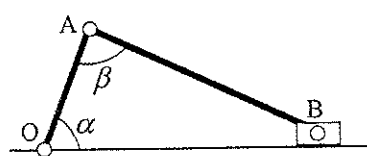
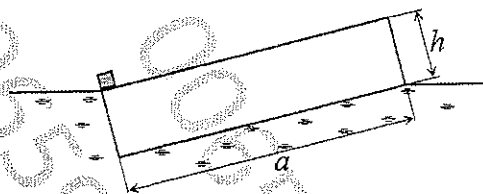


3. На однородный цилиндр радиуса R и массы M намотана невесомая нить, к концу которой привязано тело массы m . Цилиндр аккуратно кладут на наклонную плоскость, по которой он может катиться без проскальзывания, так, что его образующая перпендикулярна направлению быстреего спуска с плоскости (см. рисунок). При каком угле наклона плоскости α цилиндр будет двигаться вверх по плоскости?



4. Тело сварено из двух стержней одного и того же материала. Радиусы поперечных сечений стержней отличаются вдвое, длина более толстого стержня втрое больше длины более тонкого (см. рисунок). Тело нагрето так, что его температура меняется по линейному закону от значения $2T$ на тонком конце А до значения T на толстом конце В. Найти температуру тела после установления равновесия. Потерями тепла в окружающее пространство пренебречь.

5. С помощью квадратного пласта плотности ρ перевозят грузы. Точечный груз ставят на самый край пласта, и пласт занимает такое положение, что его противоположные края оказываются на поверхности воды (см. рисунок)? Найти отношение высоты пласта h к его ширине a (см. рисунок). Плотность воды ρ_0 известна. При любой ли плотности пласта ρ его можно так расположить в воде (при некоторой массе тела)?



6. Кривошипно-шатунный механизм состоит из кривошипа ОА (стержня, прикрепленного к шарниру О), шатуна АВ (стержня, шарнирно прикрепленного к кривошипу в точке А) и ползуна В (точечной детали, способной перемещаться вдоль поверхности и шарнирно связанного с шатуном). Известно, что механизм находится в равновесии в положении, показанном на рисунке. Найти коэффициент трения между ползуном и поверхностью, если $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 90^\circ$, массы кривошипа и шатуна одинаковы, масса ползуна пренебрежимо мала.



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Инженерная школа физиков
Работа по физике

Дата 27.02.2021

Вариант № 2

Площадка написания:

МФТИ, Долгопрудный

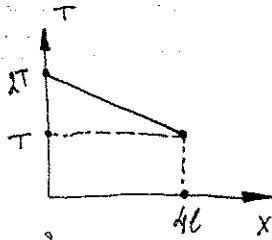
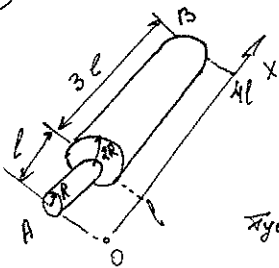
ФИО и рег. номер не
указывать!

ОЦЕНКА

(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
2	2	1	2	0,5	0,5	8	<i>[Signature]</i>

④



Пусть R - радиус толстой катушки
 r - радиус тонкой катушки.
 ρ - теплопроводность
 c - удельная теплоемкость

Пусть $AB = 4l$, тогда длина тонкой катушки l , а толстой катушки $3l$.

Рассмотрим сначала к какой температуре T_{KA} придет тонкая катушка. Для этого рассмотрим в малом сечении dx на расстоянии x от начала катушки, тогда:

$$\sum_i Q_A = \int_0^l c \cdot dx \cdot S \cdot \rho \cdot (T_{KA} + \frac{x}{4l} T - 2T) = \int_0^l c \rho \pi R^2 (T_{KA} - 2T + \frac{x}{4l} T) dx =$$

$$= \pi c \rho R^2 \int_0^l (T_{KA} - 2T + \frac{x}{4l} T) dx$$

Т.к. $\sum_i Q_A = 0$ то:

$$\pi c \rho R^2 \int_0^l (T_{KA} - 2T + \frac{x}{4l} T) dx = 0$$

$$\int_0^l (T_{KA} - 2T + \frac{x}{4l} T) dx = 0$$

$$\int_0^l T_{KA} dx - 2T \int_0^l dx + \frac{T}{4l} \int_0^l x dx = 0$$

$$T_{KA} \cdot l - 2T \cdot l + \frac{T}{4l} \cdot \frac{l^2}{2} = 0$$

$$T_{KA} - 2T + \frac{T}{8} = 0$$

$$T_{KA} = 1,875 T$$

Теперь повторим все самое с толстой катушкой:

$$\sum_i Q_B = \int_0^l c \cdot \rho \cdot dx \cdot \pi \cdot 4R^2 (T_{KB} - 2T + \frac{x}{4l} T) = 4\pi c \rho R^2 \int_0^l (T_{KB} - 2T + \frac{x}{4l} T) dx$$

м.к. $\sum Q_B = 0$, но:

$$4\pi R^2 \int_0^{4l} (T_{KB} - 2T + \frac{x}{4l} T) dx = 0 \Rightarrow \int_0^{4l} (T_{KB} - 2T + \frac{x}{4l} T) dx = 0$$

$$T_{KB} \int_0^{4l} dx - 2T \int_0^{4l} dx + \frac{T}{4l} \int_0^{4l} x dx = 0$$

$$3l \cdot T_{KB} - 2T \cdot 3l + \frac{T}{4l} \cdot \left(\frac{16l^2}{2} - \frac{l^2}{2} \right) = 0$$

$$3l \cdot T_{KB} - 2T \cdot 3l + \frac{5 \cdot 3l \cdot T}{8} = 0$$

$$T_{KB} = 2T - \frac{5}{8} T = 1,375 T$$

2

И в итоге: (рассматриваем два тела только часть температуры T_{KA} и часть температуры T_{KB})

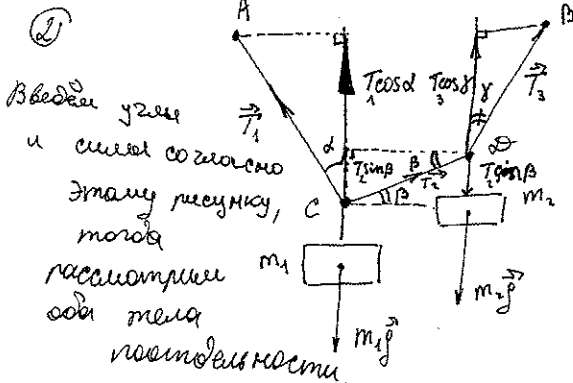
$$C \cdot \pi R^2 \cdot \rho \cdot l (T_K - T_{KA}) + C \cdot \pi \cdot 4R^2 \cdot \rho \cdot 3l (T_K - T_{KB}) = 0$$

$$T_K - T_{KA} + 12 (T_K - T_{KB}) = 0$$

$$13 T_K = T_{KA} + 12 T_{KB}$$

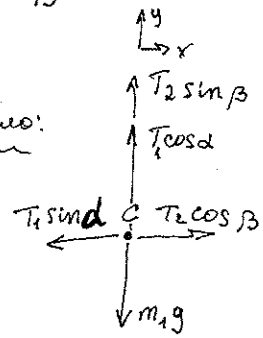
$$T_K = \frac{T_{KA} + 12 T_{KB}}{13} = \frac{1,875 + 12 \cdot 1,375}{13} T = \frac{147}{104} T \approx 1,41 T$$

Ответ: $T_K = 1,41 T$



Введем узел и центр тяжести эту точку, C тогда рассмотрим оба тела независимо.

1 тело:

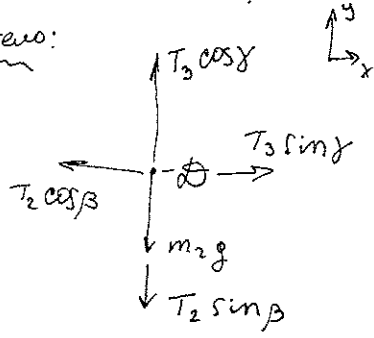


Второй закон Ньютона в проекции на ось Ox : $T_2 \cos \beta - T_1 \sin \alpha = 0$

Oy : $T_1 \cos \alpha + T_2 \sin \beta - m_1 g = 0$

2

2 тело:



Второй закон Ньютона в проекции на ось:

Ox : $T_3 \sin \gamma - T_2 \cos \beta = 0$

$$T_2 \cos \beta - T_3 \sin \gamma$$

$$T_3 = T_2 \frac{\cos \beta}{\sin \gamma}$$

Oy : $T_3 \cos \gamma - m_2 g - T_2 \sin \beta = 0$

$$m_2 g = T_3 \cos \gamma - T_2 \sin \beta$$

$$m_2 = \frac{T_2}{g} \left(\cos \gamma \cdot \frac{\cos \beta}{\sin \gamma} - \sin \beta \right) =$$

$$= \frac{T_2}{g} (\cos \beta \cdot \cot \gamma - \sin \beta)$$



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Инженерная академия и институты

Работа по физике

Дата 27.02.2022

Вариант № 2

Площадка написания:

МФТИ, Долгопрудный.

ФИО и рег. номер не
указывать!

ОЦЕНКА

(не заполнять)

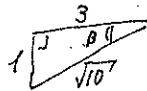
1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{T_2/g (\cos\beta \cdot \operatorname{ctg}\alpha + \sin\beta)}{T_2/g (\cos\beta \cdot \operatorname{ctg}\gamma - \sin\beta)} = \frac{\cos\beta \cdot \operatorname{ctg}\alpha + \sin\beta}{\cos\beta \cdot \operatorname{ctg}\gamma - \sin\beta}$$

Тригонометрические функции углов находим из рисунка на клетчатой бумаге:

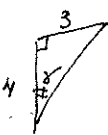


$\operatorname{ctg}\alpha = 2$



$\cos\beta = \frac{3\sqrt{10}}{10} = 0,3\sqrt{10}$

$\sin\beta = \frac{1\sqrt{10}}{10} = 0,1\sqrt{10}$



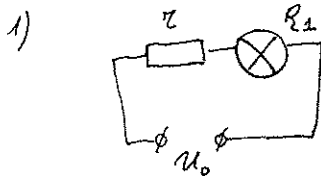
$\operatorname{ctg}\gamma = 4/3$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{0,3 \cdot \sqrt{10} \cdot 2 + 0,1 \cdot \sqrt{10}}{0,3 \cdot \sqrt{10} \cdot 4/3 - 0,1 \cdot \sqrt{10}} = \frac{0,6 + 0,1}{0,4 - 0,1} =$$

$= \frac{7}{3} \approx 2,33$

Ответ: $m_1/m_2 = 7/3 \approx 2,33$

①



$P_1 = U_0 I = U_0 \cdot \frac{U_0}{R_1} = \frac{U_0^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{U_0^2}{P_1}$

$I = \frac{U_0}{r + R_1} = \frac{U_0}{r + \frac{U_0^2}{P_1}}$

$P_2 = I^2 \cdot r = \frac{U_0^2}{\left(r + \frac{U_0^2}{P_1}\right)^2} \cdot r =$

$= \frac{U_0^2 r}{r^2 + \frac{U_0^2}{P_1} r + \frac{U_0^4}{P_1^2}} \Rightarrow P_2 \left(r^2 + 2 \frac{U_0^2}{P_1} r + \frac{U_0^4}{P_1^2} \right) = U_0^2 r$

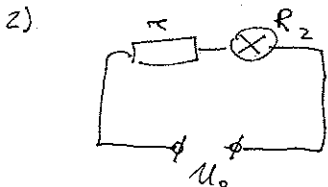
$$P_2 \left(r^2 + 2r \frac{U_0^2}{P_1} + \frac{U_0^4}{P_1^2} \right) = U_0^2 r$$

$$r^2 + 2r \frac{U_0^2}{P_1} + \frac{U_0^4}{P_1^2} = \frac{U_0^2}{P_2} r$$

$$r^2 + U_0^2 \left(\frac{2}{P_1} - \frac{1}{P_2} \right) r + \frac{U_0^4}{P_1^2} = 0$$

Подставляем $U_0 = 220\text{В}$ и решаем квадратное уравнение получаем:
 $P_1 = 60\text{Вт}$
 $P_2 = 10\text{мВт}$

~~.....~~ $r = 0,1345\text{ Ом}$



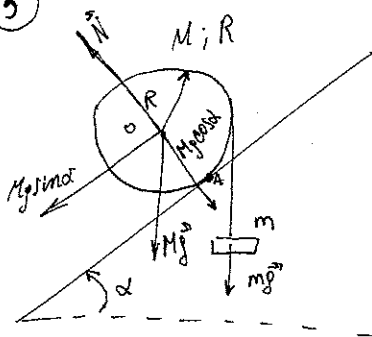
Аналогично $R_2 = \frac{U_0^2}{P_2}$

$$I = \frac{U_0}{r + R_2} = \frac{U_0}{r + \frac{U_0^2}{P_2}}$$

$$P_3 = I^2 r = \frac{U_0^2 r}{\left(r + \frac{U_0^2}{P_2} \right)^2} = 15,6\text{ мВт}$$

Ответ: $P_3 = 15,6\text{ мВт}$.

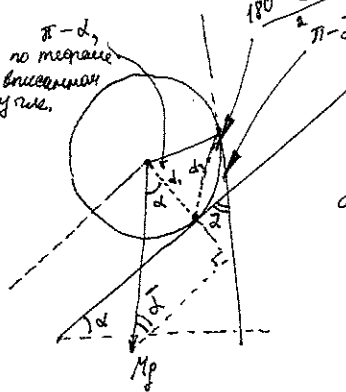
3)



$$d = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

Δ - точка касания:

$\pi - \alpha$,
 по теореме
 о вписанном
 угле.



$$d_1 = R$$

По теореме косинусов:

$$d_2^2 = d_1^2 + d_1^2 - 2d_1^2 \cos(\pi - \alpha) =$$

$$= 2R^2 - 2R^2 \sin \alpha = 2R^2(1 - \sin \alpha)$$

$$d_2 = R\sqrt{2 - 2\sin \alpha}$$

Первый момент силы тяжести:

$$M_1 = Mg \sin \alpha \cdot R$$

Второй момент силы тяжести:

$$M_2 = mg \cos \frac{\alpha}{2} \cdot R \sqrt{2} \cdot \sqrt{1 - \sin \alpha} =$$

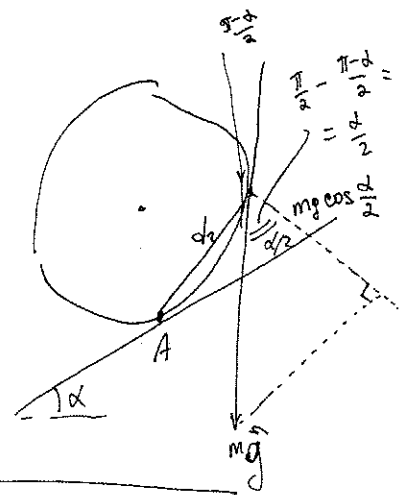
$$= mg R \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{1 + \cos \alpha}}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{1 - \sin \alpha} =$$

$$= mg R \sqrt{(1 + \cos \alpha)(1 - \sin \alpha)}$$

$$\exists \text{ центр: } M_1 = M_2 \Leftrightarrow M \sin \alpha = m \sqrt{(1 + \cos \alpha)(1 - \sin \alpha)}$$

$$\frac{M}{m} = \sqrt{\frac{1 - \sin \alpha + \cos \alpha - \cos \alpha \sin \alpha}{\sin^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \sin \alpha + \cos \alpha - \cos \alpha \sin \alpha}{\sin^2 \alpha}} =$$

$$= \sqrt{1 + \cot^2 \alpha - \frac{1}{\sin \alpha} + \cot \alpha \cdot \frac{1}{\sin \alpha} - \cot \alpha}$$





НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Иммерманн олимпиада школьников

Работа по физике

Дата 27.02.2022

Вариант № 2

Площадка написания:

МФТИ, Долгопрудный

ФИО и рег. номер не
указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

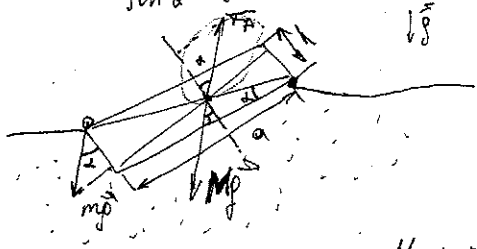
$$\left(\frac{M}{m}\right)^2 = 1 + \operatorname{ctg} \alpha (\operatorname{ctg} \alpha - 1) + \frac{1}{\sin \alpha} (\operatorname{ctg} \alpha - 1)$$

$$\left(\frac{M}{m}\right)^2 - 1 = (\operatorname{ctg} \alpha - 1) \left(\operatorname{ctg} \alpha + \frac{1}{\sin \alpha}\right)$$

$$\left(\frac{M}{m}\right)^2 - 1 = \frac{1}{\sin \alpha} (\cos \alpha - \sin \alpha) (\cos \alpha + 1) = \frac{1}{\sin \alpha} (\cos^2 \alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha - \sin \alpha) =$$

$$= \frac{1}{\sin \alpha} (1 - \sin^2 \alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha - \sin \alpha) ?$$

5



$$M = \rho V = \rho a^2 h$$

$$F_A = \rho_0 g V' = \rho_0 g \cdot \frac{1}{2} V = \frac{1}{2} \rho_0 g \rho a^2 h$$

$$Mg + mg = F_A$$

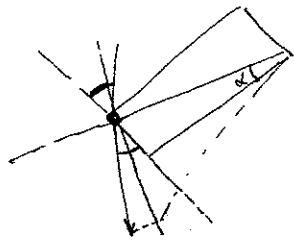
$$M + m = \frac{1}{2} \rho_0 \rho a^2 h \quad \rightarrow m = \frac{1}{2} \rho$$

Травимо моменты:

$$mg \cdot \frac{a}{2} + Mg \cdot \frac{a}{2} = F_A \cdot \frac{a}{2}$$

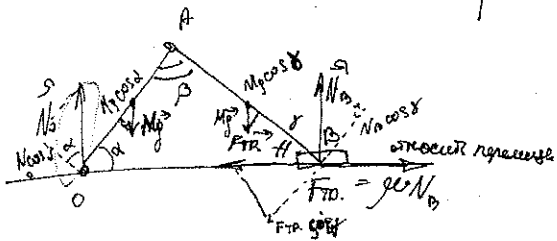
$$m + \frac{M}{2} = \frac{1}{4} \rho_0 \rho a^2 h$$

0,5



$$\frac{M}{2} = \frac{1}{4} \rho_0 \rho a^2 h \quad \rightarrow M = \frac{1}{2} \rho_0 \rho a^2 h$$

6)



$$\gamma = \pi - \alpha - \beta = \frac{\pi}{6}$$

Пусть $AB = L \cdot \sqrt{3}$, тогда:

$$\frac{AB}{OA} = \frac{1}{\tan \alpha}, \text{ т.к. } \beta = \frac{\pi}{2}$$

$$OA = \frac{AB}{\tan \alpha} = \frac{\sqrt{3}}{3} AB = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} L = L$$

$$OB = \frac{OA}{\tan \gamma} = \frac{L}{1/2} = 2L$$

Треугольник моментов:

$$Mg \cos \alpha \cdot \frac{L}{2} = N_B \cos \alpha \cdot L$$

$$\frac{Mg}{2} = N_B$$

Соединим:

$$\frac{Mg}{2} + N_B = 2Mg$$

$$N_B = \frac{3}{2} Mg$$

Ответ:

$$\mu = \sqrt{3} - 1 \approx 0,73$$

Сила реакции

Купона? Аксиомы!

$$F_{тр} = \mu N_B$$

Второй закон Ньютона в проекции на ось Oγ:

$$N_A + N_B - 2Mg = 0$$

$$N_A + N_B = 2Mg$$

0,5

Треугольник моментов:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} L \cdot Mg \cos \gamma + F_{тр} \sin \gamma \cdot L = N_B \cos \gamma \cdot L$$

$$L \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} Mg \cos \gamma + \mu N_B \sin \gamma L = N_B \cos \gamma L$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{Mg}{2} \cos \gamma + \mu \frac{Mg}{2} \cdot \frac{3}{2} \sin \gamma = \frac{Mg}{2} \cdot \frac{3}{2} \cos \gamma$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos \gamma + \mu \frac{3}{2} \sin \gamma = \frac{3}{2} \cos \gamma$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{3}{4} \mu = \frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$1 + \mu = \sqrt{3}$$

$$\mu = \sqrt{3} - 1 \approx 0,73$$