

2

291057
Регистрационный номерВоскресенский (МФТИ)
Площадка написанияСАНУ "Школа ЛЕТОВО"
ШколаФамилия ЗолотухинИмя ВладиславОтчество Витальевич

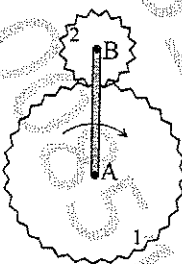
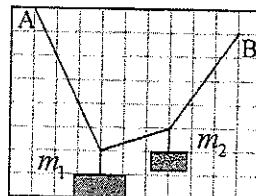
131

(не заполнять)


Подпись«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиадыНИЯУ МИФИ, РУТ (МИИТ), НГТУ, Самарский университет, СПбГЭТУ «ЛЭТИ», БГТУ им. В.Г. Шухова, ВлГУ
«Инженерная олимпиада школьников», Заключительный тур, 11 класс

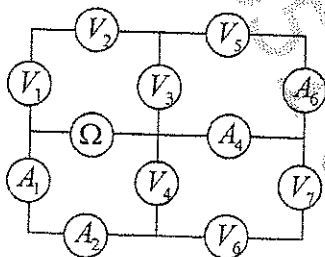
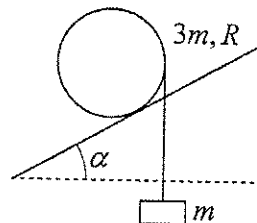
2 вариант

4. Концы невесомой веревки закреплены в точках А и В (см. рисунок). К веревке привязали два груза массами m_1 и m_2 . По приведенному рисунку найти отношение масс грузов m_1/m_2 .



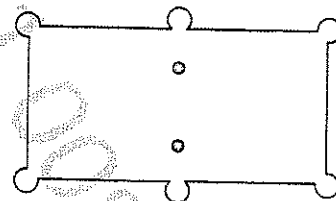
2. В дифференциалах автомобилей и автоматических коробках передач используются системы шестерней, в которых отсутствуют жесткие кинематические связи – планетарные передачи. Рассмотрите модель планетной передачи, в которой кривошип АВ (рычаг, вращающийся вокруг одного из своих концов) вращается вокруг оси А неподвижного зубчатого колеса 1. Колесо 2 имеет N зубьев, колесо 1 – $2N$ зубьев. Сколько оборотов вокруг своей оси совершит колесо 2, когда кривошип АВ совершит n оборотов вокруг оси А?

3. На однородный цилиндр радиуса R и массы $3m$ намотана невесомая нить, к концу которой привязано тело массы m . Цилиндр аккуратно кладут на наклонную плоскость, по которой он может катиться без проскальзывания, так, что его образующая перпендикулярна направлению быстреего спуска с плоскости (см. рисунок). При каком угле наклона плоскости α цилиндр будет двигаться вверх по плоскости?

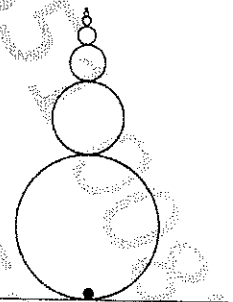


4. Собрана электрическая цепь, схема которой приведена на рисунке. Цепь состоит из шести амперметров, семи вольтметров и одного омметра (прибора для измерения сопротивлений). Известны показания вольтметра V_3 : $U = 1$ В и амперметра A_4 : $I = 1$ мкА. Найти сопротивление вольтметра и показания омметра Ω . Все вольтметры одинаковы, сопротивления амперметров очень малы.

5. Если два бильярдных шара встают напротив центральных луз бильярдного стола (рисунок), опытный игрок может ударить по одному из шаров так, что (1) оба шара попадут в лузу, расположенную в направлении удара; (2) один попадет в лузу, расположенную в направлении удара, а второй в противоположную. Как это делается? Опишите, как нужно наносить удар, как сталкиваются в этом случае шары, и почему в одном случае оба шара движутся после удара вперед, а в другом – один вперед, один назад. Ответ обосновать.



6. Незнайка решил изготовить «инновационного ваньку-встаньку». Для этого он взял очень много шаров одинаковой плотности, радиусы которых отличаются втрое. Незнайка скрепил шары так, что центры всех шаров лежат на одной прямой, а радиус каждого последующего меньше радиуса предыдущего в 3 раза. Незнайка решил, что из-за большой массы самого нижнего шара такая конструкция, поставленная на большой шар, будет устойчивой. Но «ванька-встанька» устойчивым не был. Объясните, почему. Знайка посоветовал Незнайке прикрепить к самой нижней точке большого шара точечное массивное тело. Какую оно должно иметь массу, чтобы «инновационный ванька-встанька» был устойчивым? Масса самого большого шара m .





ШИФР: 131
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по физике

Дата 27.02.2022

Вариант № 2

Площадка написания:

Атомный институт (МФТИ)

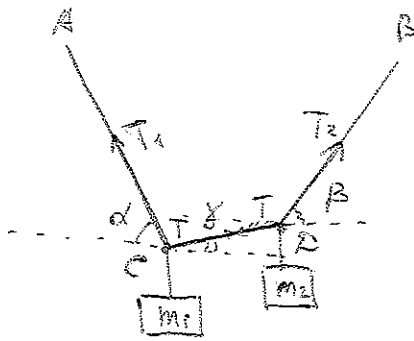
ФИО и рег. номер не
указывать!

ОЦЕНКА

(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
2	2	1	1	2	1	7	<i>[Signature]</i>

①

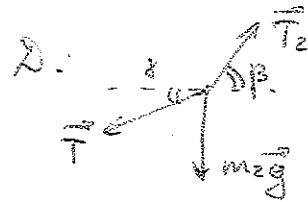
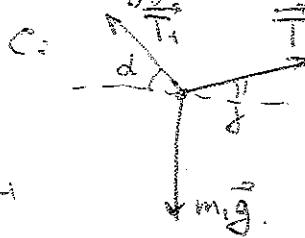


Из рисунка: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{6}{3} = 2 =$

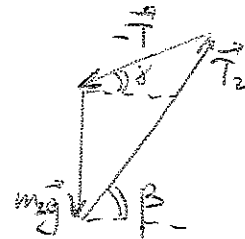
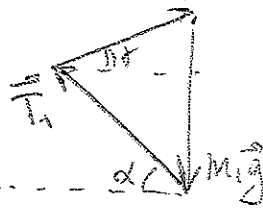
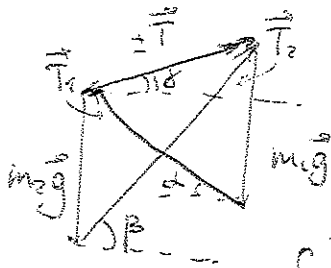
$$\operatorname{tg} \beta = \frac{4}{3}$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{3} \Rightarrow \sin \delta = \frac{1}{\sqrt{10}}, \cos \delta = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

Запишем условие равновесия для
узлов C и D: ($\sum F = 0$)



Изобразим силы
в одной векторной
треугольнике:



по теореме синусов для треугольников:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{T}{\sin(30-\beta)} &= \frac{m_2 g}{\sin(\beta-\delta)} \\ \frac{T}{\sin(90-\alpha)} &= \frac{m_1 g}{\sin(\alpha+\delta)} \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{\sin(\alpha+\delta) \cdot \cos \beta}{\cos \alpha \cdot \sin(\beta-\delta)} =$$

$$= \frac{(2 \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{10}})}{(\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{1}{\sqrt{10}})} = \frac{7/\sqrt{10}}{3/\sqrt{10}} = \frac{7}{3} = \frac{m_1}{m_2}$$

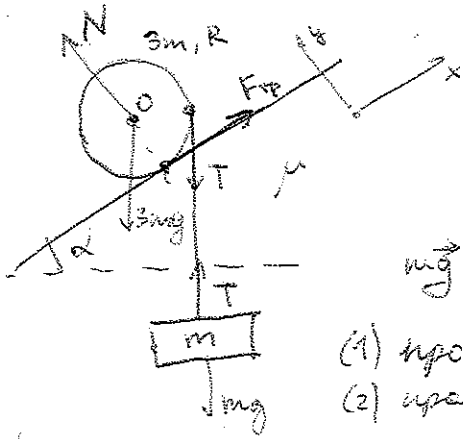
$$= \frac{(\operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \delta + \sin \delta)}{(\operatorname{tg} \beta \cdot \cos \delta - \sin \delta)}$$

Лист 1 из 3

Ответ: $\frac{7}{3}$ 7 20

Мисм 2 уз 6

3



Занесли в 3.Н. газ ека и момант ека, действующий на ека:

$$m\vec{g} + \vec{T} = 0 \Rightarrow \vec{T} = -m\vec{g} \Rightarrow T = mg \quad (4)$$

(1) уравнение на ось Ox: $\mu N - 3mg \sin \alpha - T \sin \alpha = 0$

(2) уравнение на ось Oy: $N - 3mg \cos \alpha - T \cos \alpha = 0$

в крайнем случае: Проверка равенств осн. форму 0 (замена нуля)

$F_{fp} = \mu N$

(3) $T \cdot R - \mu N \cdot R = 0$

Всё верно и верно!

Равая маленькая ур-а:

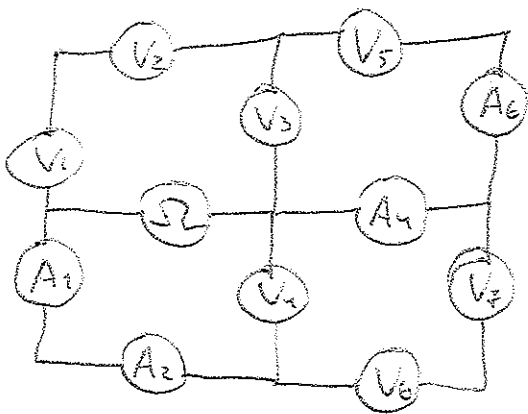
$$\begin{cases} mg = \mu N \\ 4mg \sin \alpha = \mu N \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mu \sin \alpha = 1 \\ \sin \alpha = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Т.е.

при $\alpha \leq \arcsin(\frac{1}{4})$

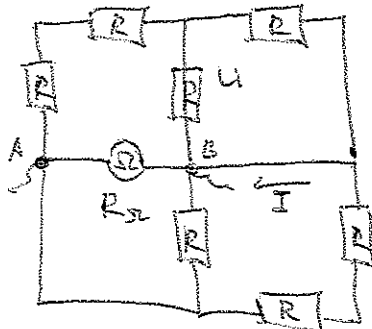
замена нуля (критический угол) берёт по условию.

4

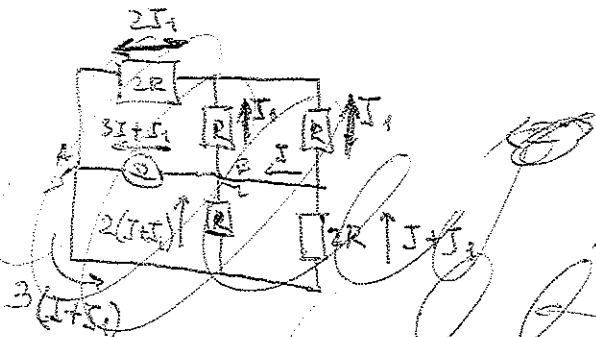


Пусть сопротивление конденсаторов (капаци) равно R, а амперметра $R \ll 0$ (по условию), омметра: $R \gg 0$

Схему можно переписать в удобном виде (для удобства).



Необходимо найти R_{AB} .



Расскажи ток & цепи в соответствии с законами Кирхгофа:

~~Тогда закон Кирхгофа закон сохранения заряда~~

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6 = 0$$

$$2I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6 = 0$$

$$3I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6 = 0$$

$$4I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6 = 0$$

$$5I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6 = 0$$

$$6I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6 = 0$$



ШИФР: 181
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по физике

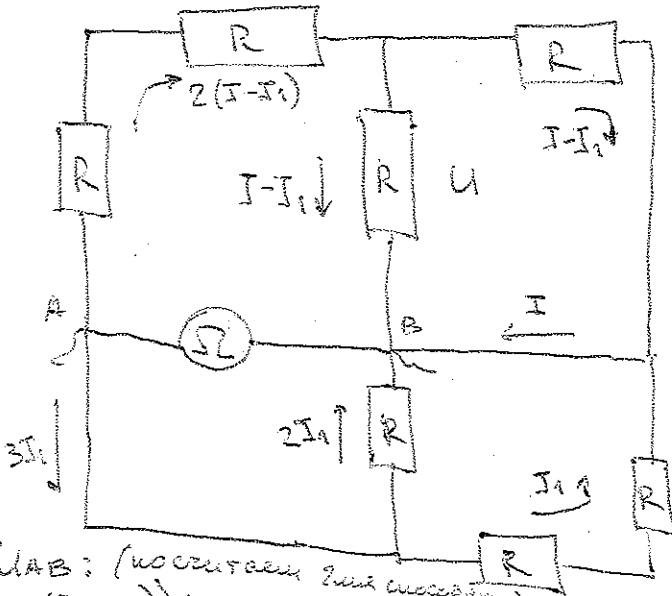
Дата 27.02.2022

Вариант № 2

Площадка написания:
Болондрный (МФТИ)

ФИО и рег. номер не
указывать!

(продолжение задачи 4)



U_{AB}: (исчисляем для каждого)
 $(3I_1 + 2(I - I_1))R_{AB} = 2I_1 R \Rightarrow$

$$\Rightarrow 20IR + 10I_1R = 38I_1R$$

$$20I = 28I_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{5}{7}I \Rightarrow R = \frac{U}{I - I_1} = \frac{7U}{2I} \Rightarrow R_{AB} = \frac{10}{19} \cdot \frac{7}{2} \frac{U}{I} =$$

$$= \frac{70}{38} \frac{U}{I} = \frac{35}{19} \frac{U}{I} =$$

$$= \frac{35}{19} \text{ МВ} \approx 1,84 \text{ МОм}$$

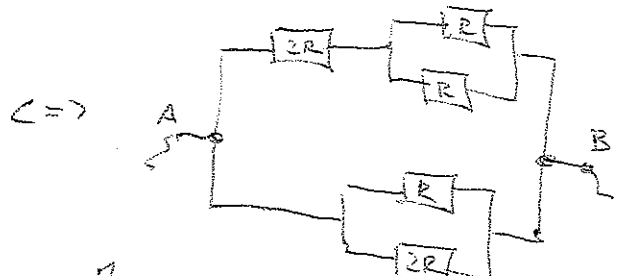
Ответ: 1,84 МОм

Лист 2 из 3

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

$$U = (I - I_1)R \Rightarrow I_1 = I - \frac{U}{R}$$



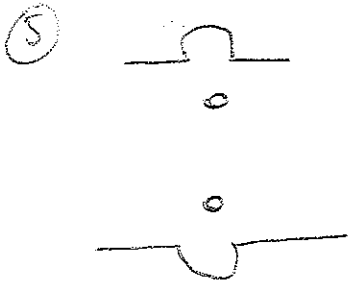
Рассчитаем эквивалентное сопротивление R_{AB}:

$$R_{AB} = \left(\frac{1}{2R + \frac{R}{2}} + \frac{1}{\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{2R}\right)^{-1}} \right)^{-1} =$$

$$= R \cdot \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{2} \right)^{-1} = \frac{10}{19} R$$

Кто борется,
тот побеждает!

1,5



а) Чтобы оба шара поехали в лужу, разнонаправленно по направлению удара необходимо, чтобы после соударения они оба двинулись в её сторону. Т.к. шары в данной задаче одинаковые по массе, то при центральном столкновении покояющейся шара, с шаром, движущимся поступательно и вращающимся без проскальзывания (т.е. $\omega R = v$) они обменяются скоростями поступательными и вращательными движениями

З.С.Ч. и З.С.Э.:

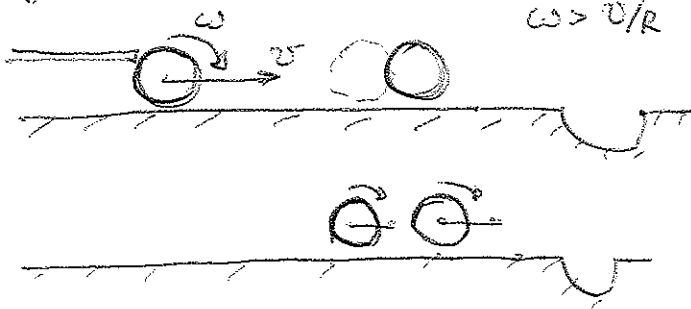
$$\begin{cases} mV = mV_1 + mV_2 \\ I\omega = I\omega_1 + I\omega_2 \\ \frac{I\omega_1^2}{2} + \frac{mV_1^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2} + \frac{I\omega_2^2}{2} + \frac{I\omega_2^2}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I\omega^2 + mV^2 = mV_1^2 + m(V-V_1)^2 + I\omega_1^2 + I(\omega-\omega_1)^2 \\ 0 = 2mV_1^2 - 2mVV_1 + 2I\omega_1^2 = 2I\omega\omega_1 \\ 0 = mV_1^2 - mVV_1 + I\omega_1^2 - I\omega\omega_1 \end{cases}$$

если $V = \omega R$, то:

$$\omega_1 = \omega \Rightarrow \omega_2 = 0$$

$$V_1 = V \Rightarrow V_2 = 0$$

Поэтому, чтобы шар, который наносит удар продолжал движение по направлению удара и поехал в лужу, необходимо, чтобы он до соударения двигался с проскальзыванием и вращался по направлению движения, чтобы часть его вращательного движения сохранилась. Для этого необходимо ^{сделать} дать шарику в верхней части шара

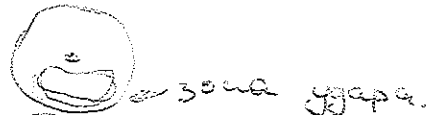
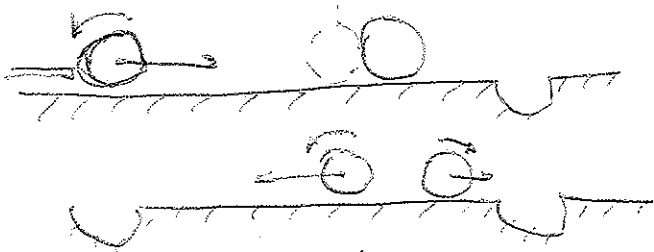


$\omega > v/R$ в верхней части шара (выше центра)



(2) рассуждая аналогично, чтобы ударяемый шар после удара поехал в противоположную лужу, необходимо, чтобы он проскальзывал против направления движения.

То есть дать шарику ниже центра:





ШИФР: 121
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по физике

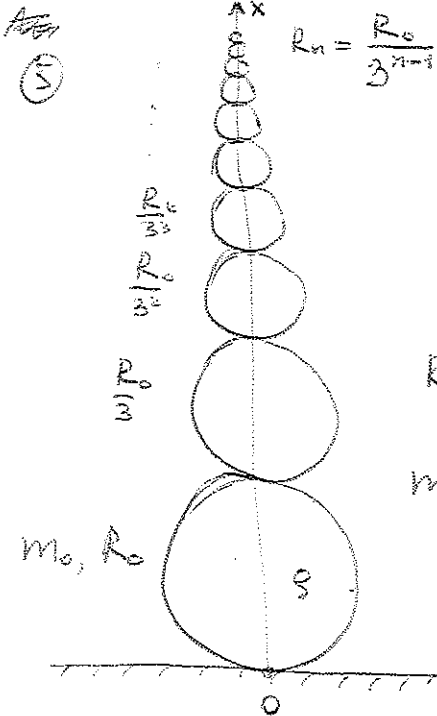
Дата 27.02.2022
Вариант № 2

Площадка написания:
Батопрудный (МФТИ)

ФИО и рег. номер не
указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись



$$R_n = \frac{R_0}{3^{n-1}}$$

$$g = \text{const}$$

Направим ось Ox вверх, найдём поочередно центры масс всех тел:

$$X_{ц.м.} = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i (\sum_{j=1}^i 2R_j) + R_i)}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

$$R_n = \frac{R_0}{3^{n-1}}$$

$$m_n = \frac{4}{3} \pi \rho R_n^3 = m_0 / (3^{n-1})^3$$

В пределе, когда кол-во шаров стремится к бесконечности $X_{ц.м.}$ стремится к конкретному числу $X_{ц.м.} = k \cdot R$

$$m_0 = \frac{4}{3} \pi \rho R_0^3$$

Рассмотрим цепочку из n и $n+1$ шаров, ($n \rightarrow \infty$)

и $X_{ц.м.}$ в пределе экивалентно:

$$n=1: X_{ц.м.} = R_0$$

$$n=2: X_{ц.м.} = R_0 \frac{1 + 1 + \frac{1}{27} \cdot (1 + \frac{1}{3})}{1 + \frac{1}{27}} = R_0 \frac{\frac{4}{3} + \frac{27}{81}}{\frac{28}{81}} = \frac{85}{84} R_0 \approx 1,012 R_0$$

$$n=3: X_{ц.м.} = R_0 \frac{1 + 1 + \frac{1}{27} \cdot (1 + \frac{1}{3}) + \frac{1}{27^2} \cdot (1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9})}{1 + \frac{1}{27} + \frac{1}{27^2}} = \frac{6888}{6883} R_0$$

$$X_{ц.м.}^{n+1} = \frac{X_{ц.м.}^n M + \frac{m_0}{(3^n)^3} X_n}{M + \frac{m_0}{(3^n)^3}}$$

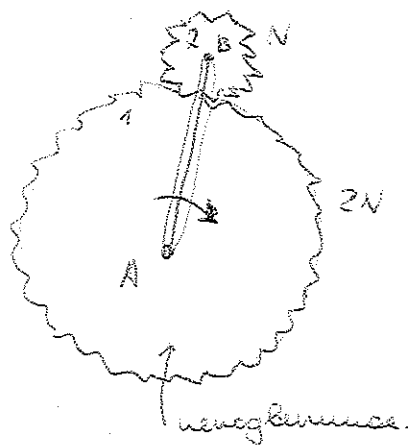
$$\Rightarrow X_{ц.м.} = \frac{m_0}{(3^0-1)^3} = 3R_0$$

Суммарная масса такой цепочки: $M = m_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{27}} = \frac{27}{26} m_0$
(сумма geom. прогрессии: $m_0 + \frac{1}{27} m_0 + (\frac{1}{27})^2 m_0 + \dots$)

Расстояние до центра n -го шара:

$$X_n = 2R_0 \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^{n-1}} \right) + R_n = 2R_0 \cdot \frac{1 - (\frac{1}{3})^n}{1 - \frac{1}{3}} + R_n \rightarrow 3R_0$$

2



т.к. шестерёнка А неограниченно, то за 1 оборот вокруг оси А маленькая шестерёнка сделает $\frac{2N}{N} = 2$ оборота вокруг своей оси \Rightarrow

\Rightarrow за n оборотов сделает

$$\frac{2N}{N} \cdot n = 2n \text{ оборотов. } 0,56$$

продолжение задачи 6:

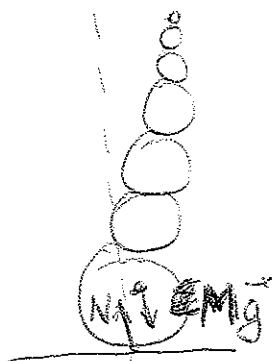
$$27^{n-1} \cdot 1 + 27^{n-2} \left(1 + \frac{1}{3}\right) + 27^{n-3} \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2}\right) + \dots + 27^0 \left(1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{3^{n-1}}\right)$$

$$X_{ц.м. n} = R_0$$

$$27^{n-1} + 27^{n-2} + \dots + 27^1 + 1$$

$$X_{ц.м. n} > R_0 !$$

"Ванька-встанька" не был устойчивым, т.к. центр масс системы был ~~ниже~~ выше центра шаров, т.е. при отклонении от положения равновесия на малый угол, возникала опрокидывающая сила. Mg (рис.)



Если бы центр масс был ниже $X_0 = R_0$, то при отклонении возникала ($X_{ц.м.} < R_0$) бы возвращающая сила, т.е. равновесие было бы устойчивым \Rightarrow

\Rightarrow поэтому для устойчивого центра масс небаяники Зинька посоветовал прикрепить

к о'гу массивное тело массы M_0

При этом новое положение центра масс:

$$X_{ц.м.}' = \frac{X_{ц.м.} \cdot M + 0}{M + M_0} < R_0 \Rightarrow \frac{27}{26} X_{ц.м.} < \left(\frac{27}{26} + \frac{M_0}{m_0}\right) R_0$$

$$(M = \frac{27}{26} M_0)$$

$$M_0 > \left(\frac{27}{26} \frac{X_{ц.м.}}{R_0} - \frac{27}{26}\right) m_0 =$$

$$= \frac{27}{26} \left(\frac{X_{ц.м.}}{R_0} - 1\right) m_0 \approx 0,0021 m_0$$

Для оценки возмущения значение

$X_{ц.м.}$ для 3х шаров:

$$\approx 1,002 R_0$$

