

1

230858

Регистрационный номер

МФТИ

Площадка написания

Фамилия Харамисевич

Имя Николай

Отчество Евгеньевич

14/1
(не заполнять)

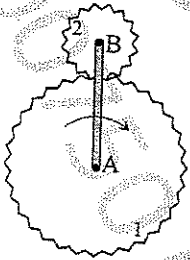
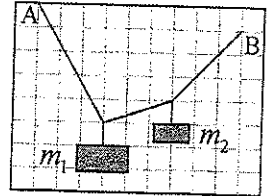
Мас
Подпись

АНОС "Физтех-лигеи" им. П.А. Капицы
Школа

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

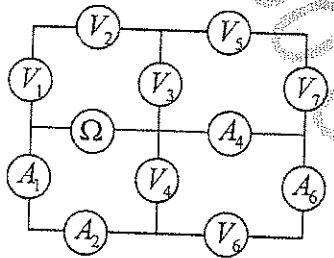
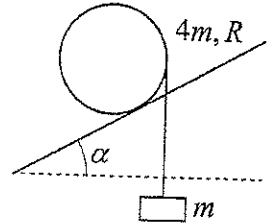
НИЯУ МИФИ, РУТ (МИИТ), НГТУ им. Р.Е.Алексеева, Самарский университет, СПбГЭТУ «ЛЭТИ»,
БГТУ им. В.Г.Шухова, ВлГУ
«Инженерная олимпиада школьников», Заключительный тур, 11 класс
1 вариант

1. Концы невесомой веревки закреплены в точках А и В (см. рисунок). К веревке привязали два груза массами m_1 и m_2 . По приведенному рисунку найти отношение масс грузов m_1 / m_2 .



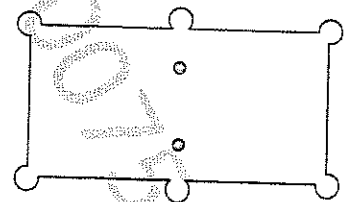
2. В дифференциалах автомобилей и автоматических коробках передач используются системы шестерней, в которых отсутствуют жесткие кинематические связи – планетарные передачи. Рассмотрите модель планетной передачи, в которой кривошип АВ (рычаг, вращающийся вокруг одного из своих концов) вращается вокруг оси А неподвижного зубчатого колеса 1. Колесо 2 имеет N зубьев, колесо 1 – $3N$ зубьев. Сколько оборотов вокруг своей оси совершит колесо 2, когда кривошип АВ совершит n оборотов вокруг оси А?

3. На однородный цилиндр радиуса R и массы $4m$ намотана невесомая нить, к концу которой привязано тело массы m . Цилиндр аккуратно кладут на наклонную плоскость, по которой он может катиться без проскальзывания, так, что его образующая перпендикулярна направлению быстреего спуска с плоскости (см. рисунок). При каком угле наклона плоскости α цилиндр будет двигаться вверх по плоскости?

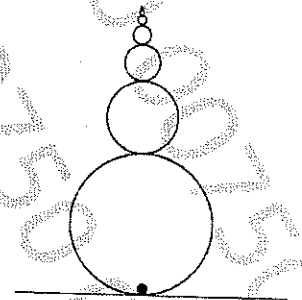


4. Собрана электрическая цепь, схема которой приведена на рисунке. Цепь состоит из шести амперметров, семи вольтметров и одного омметра (прибора для измерения сопротивлений). Известны показания вольтметра V_3 : $U = 1$ В и амперметра A_4 : $I = 1$ мкА. Найти сопротивление вольтметра и показания омметра Ω . Все вольтметры одинаковы, сопротивления амперметров очень малы по сравнению с сопротивлениями вольтметров.

5. Если два бильярдных шара встают напротив центральных луз бильярдного стола (рисунок), опытный игрок может ударить по одному из шаров так, что (1) оба шара попадут в лузу, расположенную в направлении удара; (2) один попадет в лузу, расположенную в направлении удара, а второй в противоположную. Как это делается? Опишите, как нужно наносить удар, как сталкиваются в этом случае шары, и почему в одном случае оба шара движутся после удара вперед, а в другом – один вперед, один назад. Ответ обосновать.



6. Незнайка решил изготовить «инновационного ваньку-встаньку». Для этого он взял очень много шаров одинаковой плотности, радиусы которых отличаются вдвое. Незнайка скрепил шары так, что центры всех шаров лежат на одной прямой, а радиус каждого последующего меньше радиуса предыдущего в 2 раза. Незнайка решил, что из-за большой массы самого нижнего шара такая конструкция, поставленная на большой шар, будет устойчивой. Но «ванька-встанька» устойчивым не был. Объясните, почему. Знайка посоветовал Незнайке прикрепить к самой нижней точке большого шара точечное массивное тело. Какую оно должно иметь массу, чтобы «инновационный ванька-встанька» был устойчивым? Масса самого большого шара m .





НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по физике

Дата 27.02.2022

Вариант № 1

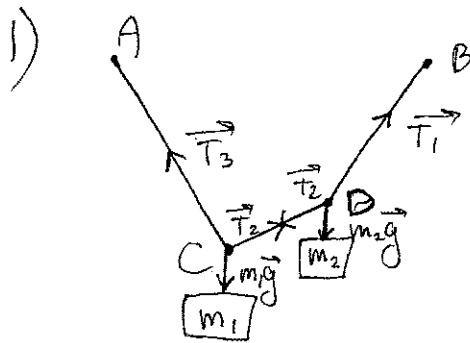
Площадка написания:

МФТИ

ФИО и рег. номер не
указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

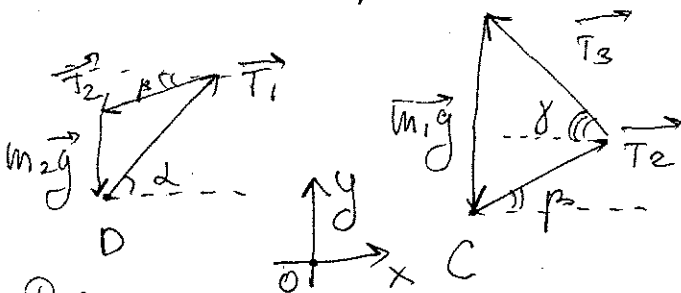
1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
2	1	2	5	2	1	9	<i>[Signature]</i>



Линии невесомые \Rightarrow силы натяжения
направления вдоль нитей, и в каждой
бв отн. точки крепления создаются
бв $M \neq 0$, а при $J=0$ ($m=0$) $\rightarrow E \neq \infty$,
что быть не может. (при равн.)

для нитей CM и DM :
 $T_C = m_1 g$ $T_D = m_2 g$

Для точек C и D : на них действуют 3 силы, C и D поко-
яны \Rightarrow по теореме о 3 силах: они образуют треугольник:



Посчитаем три функции
углов α, β, γ наклона нитей
к горизонту:

$$\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{18}} = \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$\cos \beta = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$\sin \gamma = \frac{5}{\sqrt{34}}$$

$$\cos \gamma = \frac{3}{\sqrt{34}}$$

Равновесие на оси Ox, Oy :

$$Ox: T_1 \cos \alpha = T_2 \cos \beta$$

$$T_1 \frac{\sqrt{2}}{2} = T_2 \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$Ox: T_2 \cos \beta = T_3 \cos \gamma$$

$$T_2 \frac{3}{\sqrt{10}} = T_3 \frac{3}{\sqrt{34}}$$

$$Oy: m_2 g = T_1 \sin \alpha - T_2 \sin \beta = T_1 \frac{\sqrt{2}}{2} - T_2 \frac{1}{\sqrt{10}} = T_2 \left(\frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{1}{\sqrt{10}} \right) = \frac{2T_2}{\sqrt{10}}$$

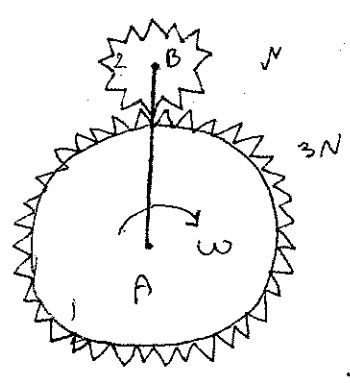
$$Oy: m_1 g = T_2 \sin \beta + T_3 \sin \gamma = T_2 \frac{1}{\sqrt{10}} + T_2 \frac{\sqrt{34}}{\sqrt{10}} \cdot \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{34}} = \text{Лист } 1 \text{ из } 3$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{m_1 g}{m_2 g} = \frac{6T_2 \cdot \sqrt{10}}{\sqrt{10} \cdot 2T_2} = \frac{6}{2} = 3$$

Ответ: 3 = $\frac{m_1}{m_2}$

$\frac{m_1}{m_2} = 3$

2)



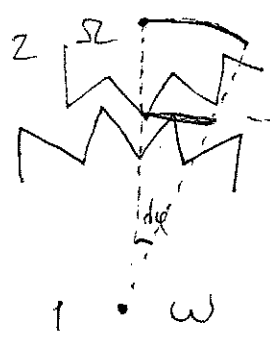
для обеспечения постоянного сцепления частота шипов на колесах должна быть равной.

Пусть r - радиус к.1.
 R - радиус к.2.

$$\nu = \frac{N}{2\pi r} = \frac{3N}{2\pi R} \Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{3}{R} \Rightarrow R = 3r$$

Пусть ω - угловая скорость вращения кривошипа
 Ω - угловая скорость вращения колеса 2.

Рассмотрим поворот за время dt :



dl - пройденное расстояние на окружности:

$$dl = R d\varphi = 3r \cdot \omega dt$$

С другой стороны,

$$dl = r d\gamma = r \cdot \Omega dt$$

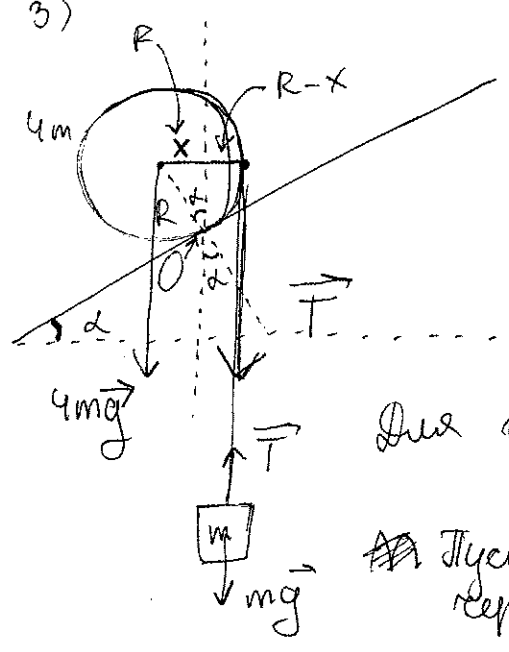
$$\left. \begin{array}{l} dl = R d\varphi = 3r \cdot \omega dt \\ dl = r d\gamma = r \cdot \Omega dt \end{array} \right\} 3\omega r dt = \Omega r dt$$

$$\Omega = 3\omega$$

$n = \frac{\varphi_{пов.}}{2\pi} = \frac{\omega t}{2\pi}$ за это же время колесо 2 повернется на $\Omega t = 3\omega t$, т.е. $n_2 = \frac{\Omega t}{2\pi} = \frac{3\omega t}{2\pi} = 3n$

Ответ: $n_2 = 3n$

3)



Цилиндр вращается отн. точки O, по касательной ступеньке.

Рассмотрим граничный случай: цилиндр покажется, а момент сил отн. O равен нулю, но при небольшом увеличении цилиндр начнет вращаться отн. по часовой стрелке, и будет ехать вверх!

Для груза: $m\vec{a}^0 = mg - T \Rightarrow T = mg$
цилиндр покажется

Пусть x - расстояние от вертикальной, прох. через O до вектора $4mg$

$$M = T \cdot (R - x) - 4mg \cdot x - mgR - mgx - 4mgx = mg(R - 5x) \geq 0 \Rightarrow R \geq 5x \Rightarrow x \leq 0,2R$$



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по физике

Дата 27.02.2022

Вариант № 1

Площадка написания:

МФТИ

ФИО и рег. номер не
указывать!

ОЦЕНКА

(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

д. угол наклона плоскости

из рисунка $\left. \begin{matrix} \sin \alpha = \frac{x}{R} \\ x \leq 0,2R \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} \sin \alpha \leq \frac{0,2R}{R} \\ \sin \alpha \leq 0,2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \alpha \leq \arcsin(0,2)$

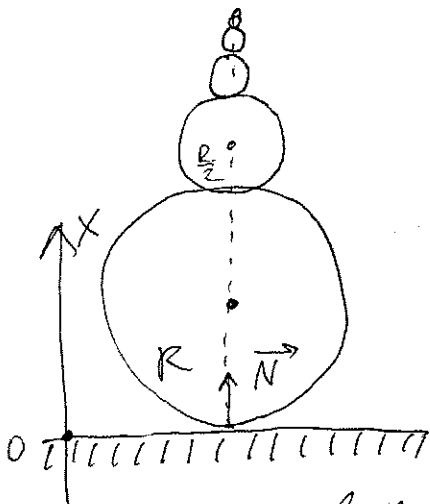
Действительно, при $\alpha = 0$ цилиндр поедет вправо, а при $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}$ влево. Ответ: $\sin \alpha \leq 0,2$

$\alpha \leq \arcsin(0,2)$

7 20

6)

Условие равновесия такой конструкции: любая система стремится к минимуму свободной энергии. Энергия конструкции - потенциальная, и она тем меньше, чем ниже находится центр масс системы. Пусть h_{cm} - высота уровня. x_{cm} - координата центра масс. Отклоним (нешнюю) конструкцию от положения равновесия. Если при таком случае центр масс поднимется относительно пола, то система



вернется в энергетически выгодное положение \rightarrow конструкция устойчива. А так как внизу стоит шар радиусом R , то понятно что тогда $x_{cm} \leq R$. Возмем x_{cm} для этой конструкции

см. след. стр.

$$X_{yM} = \frac{\sum_{i=1}^N m_i x_i}{\sum_{i=1}^N m_i}, \quad \text{где } m_i - \text{масса } i\text{-го шара}$$

x_i - расстояние до ц.м. i -го шара

$$\sum_{i=1}^N m_i = m_1 + m_2 + \dots$$

$$m_1 = \frac{4}{3} \rho \pi R^3$$

$$m_2 = \frac{4}{3} \rho \pi \left(\frac{R}{2}\right)^3 = \frac{m_1}{8}$$

$$m_3 = \frac{4}{3} \rho \pi \left(\frac{R}{4}\right)^3 = \frac{m_1}{64}$$

$\sum_{i=1}^N m_i$ - сумма геометрической прогрессии

$$\sum_{i=1}^N m_i = \frac{m_1}{1 - \frac{1}{8}} = \frac{m}{\frac{7}{8}} = \frac{8}{7} m$$

$$\sum_{i=1}^N m_i x_i = m_1 \cdot R + m_2 \cdot \left(2R + \frac{R}{2}\right) + \dots$$

1) $m_1 \cdot R$

2) $\frac{m_1}{8} \cdot \frac{5R}{2} = m_1 R \cdot \frac{5}{16}$

3) $\frac{m_1}{64} \cdot \frac{13R}{4} = m_1 R \cdot \frac{13}{256}$

$m_i x_i$ - не прогрессия, но она убывает очень быстро \Rightarrow

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^N m_i x_i \approx m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 = \frac{349}{256} m_1 R = 1,36 m_1 R$$

$$X_{yM} = \frac{1,36 m R}{\frac{8}{7} m} = \frac{7}{8} \cdot 1,36 R = 1,2 R$$

$X_{yM} > R \Rightarrow$ конструкция неустойчива, ветрив

Привнесем тело массой M в центр шара R

тогда $X_{yM} = \frac{1,36 m R + M \cdot 0}{\frac{8}{7} m + M} < R \rightarrow$ условие устойчивости

$$\frac{1,36 m R}{\frac{8}{7} m + M} < R$$

$$M R > 0,22 m R$$

$$M > 0,22 m.$$

Ответ: $M > 0,22 m.$

155



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по физике

Дата 27.02.2022

Вариант № 1

Площадка написания:

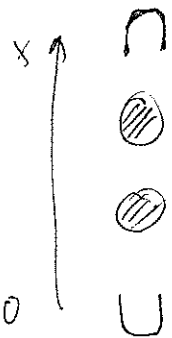
МФТИ

ФИО и рег. номер не
указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

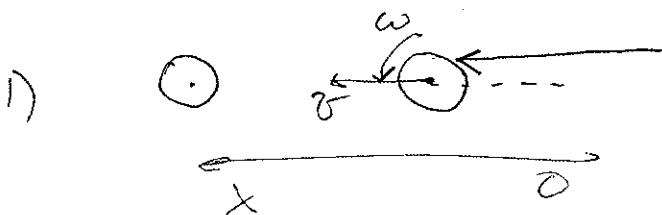
1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

5) Показано, что для того, чтобы оба шара
влетели в лунку, удар должен быть центральным



Значит, бить надо вдоль OX.

Однако, шар имеет размер, поэтому
ударом или можно придать и
вращательную составляющую
скорости:

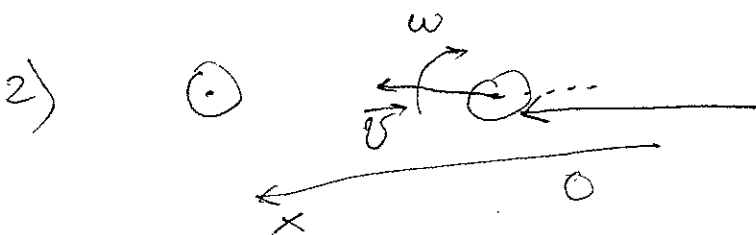


$$Ox: m\vec{v} = m\vec{u}_1 + m\vec{u}_2$$

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{mu_2^2}{2}$$

Скорость перейдет
в поступательную
и оба шара
попадут в 1 лунку

удар
"внеш" центра



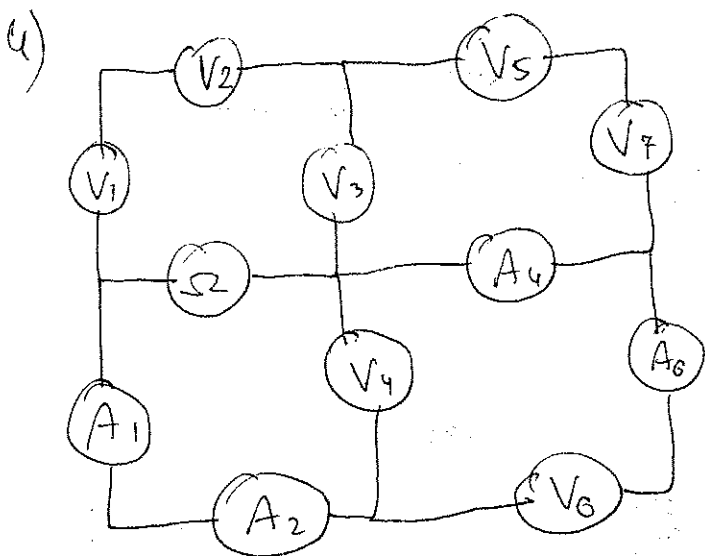
$$Ox: m\vec{v} = m\vec{u}_1 + m\vec{u}_2$$

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{mu_2^2}{2}$$

удар "внеш" центра

Вращательная
скорость обеспечит
движение шарика ①
против оси OX
и они окажутся
в разных лунках.

① ②



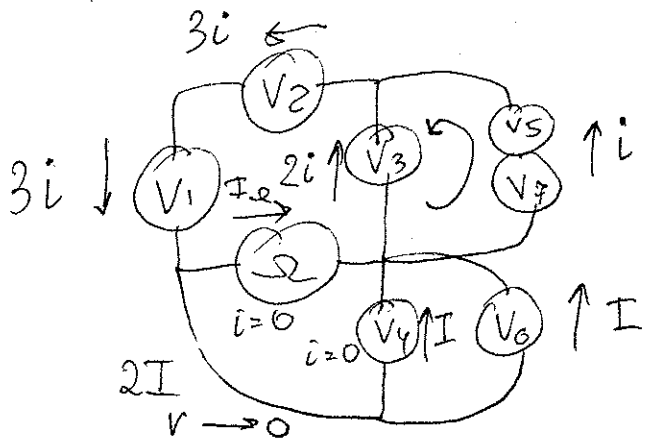
учитывая, что

$$R_A \ll R_V$$

перерисуем схему, пренебрегая сопротивлениями амперметров.

рассмотрим ток, используя I правило Кирхгофа

по II правилу найдем ток через сопротивление сопротивлений



0,55

