

**1**218663  
Регистрационный номерНИУ МИФИ  
Площадка написания

1523

Школа

Фамилия МедведевИмя ИльяОтчество Романович129  
(не заполнять)

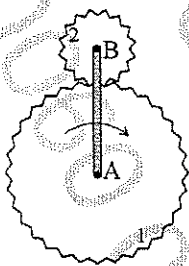
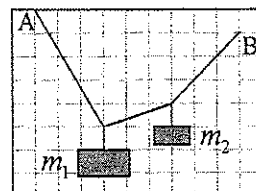
Подпись

«Утверждаю»  
Председатель оргкомитета олимпиадыНИУ МИФИ, РУТ (МИИТ), НГТУ им. Р.Е.Алексеева, Самарский университет, СПбГЭТУ «ЛЭТИ»,  
БГТУ им. В.Г.Шухова, ВлГУ

«Инженерная олимпиада школьников», Заключительный тур, 11 класс

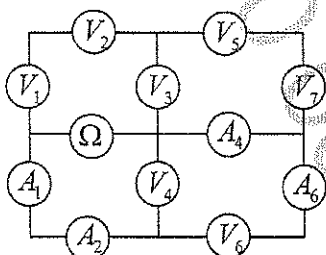
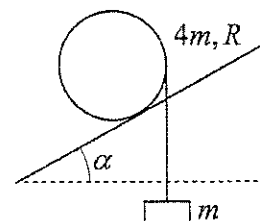
1 вариант

1. Концы невесомой веревки закреплены в точках А и В (см. рисунок). К веревке привязали два груза массами  $m_1$  и  $m_2$ . По приведенному рисунку найти отношение масс грузов  $m_1/m_2$ .



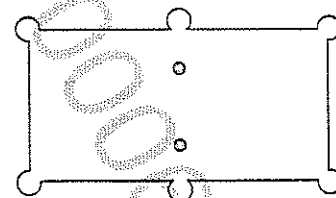
2. В дифференциалах автомобилей и автоматических коробках передач используются системы шестерней, в которых отсутствуют жесткие кинематические связи – планетарные передачи. Рассмотрите модель планетной передачи, в которой кривошип АВ (рычаг, вращающийся вокруг одного из своих концов) вращается вокруг оси А неподвижного зубчатого колеса 1. Колесо 2 имеет  $N$  зубьев, колесо 1 –  $3N$  зубьев. Сколько оборотов вокруг своей оси совершит колесо 2, когда кривошип АВ совершит  $n$  оборотов вокруг оси А?

3. На однородный цилиндр радиуса  $R$  и массы  $4m$  намотана невесомая нить, к концу которой привязано тело массы  $m$ . Цилиндр аккуратно кладут на наклонную плоскость, по которой он может катиться без проскальзывания, так, что его образующая перпендикулярна направлению быстреего спуска с плоскости (см. рисунок). При каком угле наклона плоскости  $\alpha$  цилиндр будет двигаться вверх по плоскости?

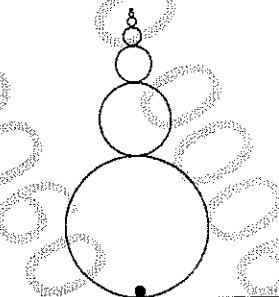


4. Собрана электрическая цепь, схема которой приведена на рисунке. Цепь состоит из шести амперметров, семи вольтметров и одного омметра (прибора для измерения сопротивлений). Известны показания вольтметра  $V_3$ :  $U = 1$  В и амперметра  $A_4$ :  $I = 1$  мкА. Найти сопротивление вольтметра и показания омметра  $\Omega$ . Все вольтметры одинаковы, сопротивления амперметров очень малы по сравнению с сопротивлениями вольтметров.

5. Если два бильярдных шара встают напротив центральных луз бильярдного стола (рисунок), опытный игрок может ударить по одному из шаров так, что (1) оба шара попадут в лузу, расположенную в направлении удара; (2) один попадет в лузу, расположенную в направлении удара, а второй в противоположную. Как это делается? Опишите, как нужно наносить удар, как сталкиваются в этом случае шары, и почему в одном случае оба шара движутся после удара вперед, а в другом – один вперед, один назад. Ответ обосновать.



6. Незнайка решил изготовить «инновационного ваньку-встаньку». Для этого он взял очень много шаров одинаковой плотности, радиусы которых отличаются вдвое. Незнайка скрепил шары так, что центры всех шаров лежат на одной прямой, а радиус каждого последующего меньше радиуса предыдущего в 2 раза. Незнайка решил, что из-за большой массы самого нижнего шара такая конструкция, поставленная на большой шар, будет устойчивой. Но «ванька-встанька» устойчивым не был. Объясните, почему. Знайка посоветовал Незнайке прикрепить к самой нижней точке большого шара точечное массивное тело. Какую оно должно иметь массу, чтобы «инновационный ванька-встанька» был устойчивым? Масса самого большого шара  $m$ .







НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по Инженерной механике

Дата 27.02.2022

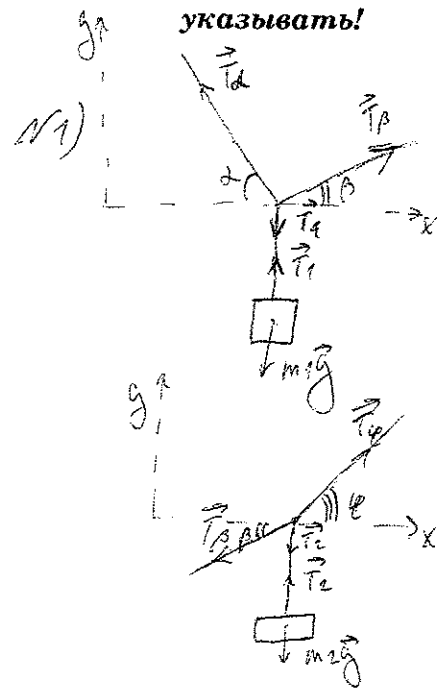
Вариант № 1

Площадка написания:  
НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не  
указывать!

**ОЦЕНКА**  
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
2	1	0,5	-	1,5	1	6	



1) II Закон Ньютона:

$$\vec{T}_2 + \vec{T}_3 + \vec{T}_4 = \vec{0}$$

$$m_1 \vec{a}_1 = m_1 \vec{g} + \vec{T}_1$$

$\vec{a}_1 = \vec{0}$  т.к. система в равновесии

$$m_1 g - T_1 = 0$$

$$T_1 = m_1 g$$

$$T_2 \cdot \cos \alpha = T_3 \cdot \cos \beta$$

$$T_2 \cdot \sin \alpha + T_3 \cdot \sin \beta = T_1$$

$$T_2 = \frac{T_3 \cdot \cos \beta}{\cos \alpha}$$

2) II Закон Ньютона

$$m_2 \vec{a}_2 = m_2 \vec{g} + \vec{T}_2$$

$\vec{a}_2 = \vec{0}$  т.к. система в равновесии

$$m_2 g - T_2 = 0$$

$$T_2 = m_2 g$$

$$T_3 \cdot \cos \beta \cdot \tan \alpha + T_3 \cdot \sin \beta = m_1 g$$

$$\vec{T}_4 + \vec{T}_3 + \vec{T}_2 = \vec{0}$$

$$T_4 \cdot \cos \varphi = T_3 \cdot \cos \beta$$

$$T_4 \cdot \sin \varphi = T_3 \cdot \sin \beta + m_2 g$$

$$T_4 = \frac{T_3 \cdot \cos \beta}{\cos \varphi}$$

3)  $T_3 (\cos \beta \cdot \tan \alpha + \sin \beta) = m_1 g$

$$T_3 \cos \beta \cdot \tan \varphi - T_3 \sin \beta = m_2 g$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\cos \beta \cdot \tan \alpha + \sin \beta}{\cos \beta \cdot \tan \varphi - \sin \beta}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{\tan \varphi - \tan \beta}$$

из рисунка:  $\tan \alpha = \frac{5}{3}$ ,  $\tan \beta = \frac{1}{3}$ ,  $\tan \varphi = 1$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{\frac{1}{3}} = 3$$

Лист 1 из 2

Ответ:  $\frac{m_1}{m_2} = 3$   $\oplus 2$

№2) Пусть глиня груз окружности, которую занимает груз  
 зубчатка —  $S_0$



за  $n$  оборотов, пусть точки  $O$  для шестерёнки 1:

$$S_1 = 3N S_0 \cdot n$$

для шестерёнки 2:

$$S_2 = N \cdot S_0 \cdot k, \text{ где } k - \text{количество оборотов шестерёнки 2}$$

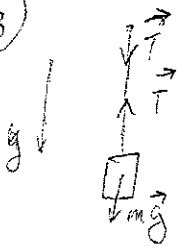
$$S_1 = S_2$$

$$3N S_0 n = N S_0 k$$

$$k = 3n$$

Ответ:  $3n$  оборотов.  $\ominus$  1

№3)



1) II Закон Ньютона

$$y: m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}$$

если  $a \neq 0$ , то верёвка разматывается с ускорением  $a$   
 если  $a < 0$ , то верёвка наматывается с ускорением  $a$   
 если  $a = 0$  то верёвка движется с постоянной скоростью

$$a = g - \frac{T}{m}$$

$$a \geq 0 \quad g - \frac{T}{m} \geq 0 \quad T \leq mg$$

т.к. цилиндр движется без проскальзывания, ускорение точки от соприкосновения с плоскостью всегда равно  $\vec{T}$  нулю. Тогда:

$$4mz_1 \cdot R = T \cdot 2R$$

$$a_1 = \frac{T \cdot 2R}{4mR} = \frac{T}{2m}$$

3) II Закон Ньютона

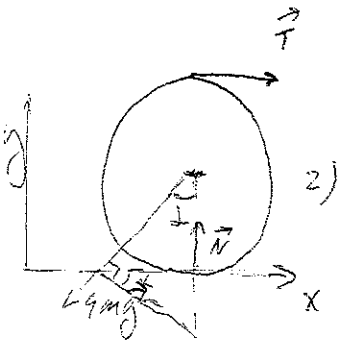
$$4m\vec{A} = 4m\vec{g} + 4m\vec{a}_1$$

$$\begin{cases} x: 4m A_x = 4m a_1 - 4m g \cdot \sin \alpha \\ y: 4m A_y = 4m g \cdot \cos \alpha \end{cases}$$

$$A_x = a_1 - g \sin \alpha$$

$$a_1 - g \sin \alpha \geq 0 \quad a_1 \geq g \sin \alpha \quad \sin \alpha \leq \frac{a_1}{g}$$

Тогда цилиндр катится вверх:  $A_x \geq 0$   
 $\sin \alpha \leq \frac{T}{2mg}$





НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по Инженерной физике

Дата 27.02.2022

Вариант № 1

Площадка написания:  
НИИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не  
указывать!

**ОЦЕНКА**

(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№3 (продолжение)

$$\sin \alpha \leq \frac{T}{2mg}$$

$$T \leq mg \Rightarrow T = kmg$$

$k \in [0; 1]$

$$\sin \alpha \leq \frac{kmg}{2mg}$$

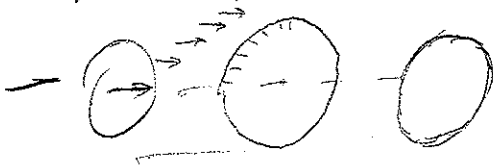
$$\sin \alpha \leq \frac{k}{2}$$

↓

$\alpha \in [0; 30]$  в градусах

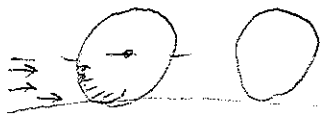
Ответ:  $\alpha \leq 30^\circ$  ⊖ 0,15

№5) Для первого случая удар касает шару  
должен находиться либо в линии пересечения  
центр шара и параллельной столу, либо выше.



В таком случае направление шара  
будет не правлено в направлении  
удара и после столкновения  
он покатится вперед.

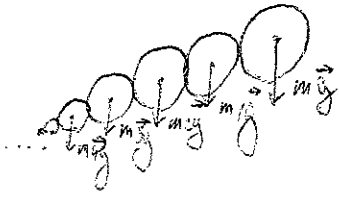
Для второго случая, удар касает шару  
должен быть ниже



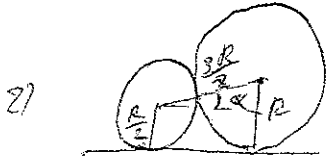
В таком случае шар будет  
обратное направление, и при  
правильно подобранной скорости после  
столкновения скорость его центра  
будет нулевой, чтобы продолжить  
движение и шар покатится назад.

⊖ 0,15

NB) 1) Вильки - встанька считается устойчивой, если самостоятельно поднимается из "положенного лежа".

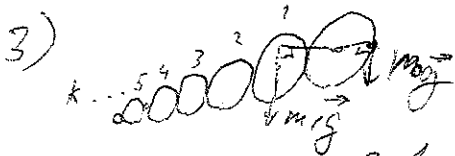


При такой конструкции, если взять центр условного рычага в центре самого большого шара, то нет момента сил, ~~вырывающ~~ "поднимающ его" Вильки - встанька.



$$\sin \alpha = \frac{R}{\frac{3R}{2}} = \frac{1}{3}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$$



k - количество шаров

$$m_1 = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \frac{1}{8}$$

$$m_2 = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \left(\frac{1}{8}\right)^2$$

$$m_k = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \left(\frac{1}{8}\right)^k = m \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^k$$

$$L_1 = \frac{3}{2^2} R \cdot \cos \alpha$$

$$L_2 = \frac{3(1+2^1)}{2^2} R \cdot \cos \alpha$$

$$L_3 = \frac{3(1+2^1+2^2)}{2^3} = \frac{3(2^3-1)}{2^3} R \cdot \cos \alpha$$

$$L_k = \frac{3 \cdot (2^k - 1)}{2^k} R \cdot \cos \alpha \quad \sum M \leq m_0 g \cdot R$$

$$M_1 = m_1 g \cdot L_1$$

$$M_k = m_k g \cdot L_k$$

$$\sum M = \sum_k m \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^k \cdot g \cdot 3 \left(1 - \frac{1}{2^k}\right) = 3mgR \cdot \cos \alpha \cdot \sum_{k=1}^{\infty} 2^{-3k} \left(1 - \frac{1}{2^k}\right)$$

$$3mgR \cos \alpha \int_0^1 (2^{-3k} - 2^{-4k})^k = 3mgR \cos \alpha \left( \frac{2^{-3k}}{\ln 2^{-3}} \Big|_0^1 - \frac{2^{-4k}}{\ln 2^{-4}} \Big|_0^1 \right) =$$

$$= \frac{3mgR \cos \alpha}{12 \ln 2} \left( 3 \cdot 2^{-4k} - 4 \cdot 2^{-3k} + \frac{1}{2} - \frac{3}{16} \right)$$

$$\frac{mgR \cos \alpha}{4 \ln 2} \left( 2^{-3k} (3 \cdot 2^{-k} - 4) + \frac{5}{16} \right) < m_0 g R$$

$$m_0 > \frac{m \cdot \sqrt{2}}{6 \ln 2} \cdot \left( 2^{-3k} (3 \cdot 2^{-k} - 4) + \frac{5}{16} \right)$$

$$k \rightarrow \infty \Rightarrow m_0 > \frac{5m\sqrt{2}}{96 \ln 2}$$

$$\text{Ответ: } m_0 > \frac{\sqrt{2} m}{6 \ln 2} \left( 2^{-3k} (3 \cdot 2^{-k} - 4) + \frac{5}{16} \right); \quad m_0 > \frac{5m\sqrt{2}}{96 \ln 2}$$