

1

214428

Регистрационный номер

МФТИ

Площадка написания

ЛИЦЕЙ 1511

Школа

Фамилия ЗАЙКА

Имя МИХАИЛ

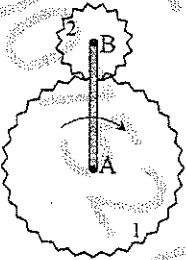
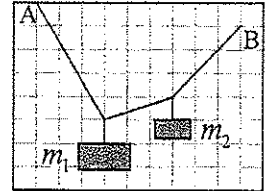
Отчество АЛЕКСЕЕВИЧ

(не заполнять)

ЗАЙКА
Подпись«Утверждаю»
Председатель оргкомитета олимпиады

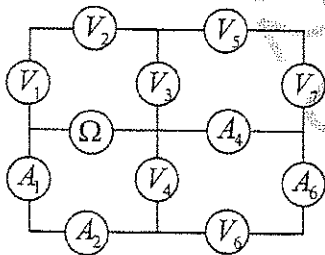
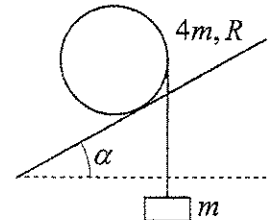
НИЯУ МИФИ, РУТ (МИИТ), НГТУ им. Р.Е.Алексеева, Самарский университет, СПбГЭТУ «ЛЭТИ»,
БГТУ им. В.Г.Шухова, ВлГУ
«Инженерная олимпиада школьников», Заключительный тур, 11 класс
1 вариант

1. Концы невесомой веревки закреплены в точках А и В (см. рисунок). К веревке привязали два груза массами m_1 и m_2 . По приведенному рисунку найти отношение масс грузов m_1/m_2 .



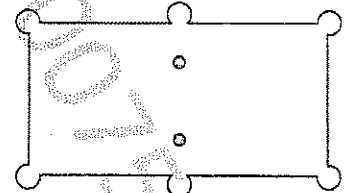
2. В дифференциалах автомобилей и автоматических коробках передач используются системы шестерней, в которых отсутствуют жесткие кинематические связи – планетарные передачи. Рассмотрите модель планетной передачи, в которой кривошип АВ (рычаг, вращающийся вокруг одного из своих концов) вращается вокруг оси А неподвижного зубчатого колеса 1. Колесо 2 имеет N зубьев, колесо 1 – $3N$ зубьев. Сколько оборотов вокруг своей оси совершит колесо 2, когда кривошип АВ совершит n оборотов вокруг оси А?

3. На однородный цилиндр радиуса R и массы $4m$ намотана невесомая нить, к концу которой привязано тело массы m . Цилиндр аккуратно кладут на наклонную плоскость, по которой он может катиться без проскальзывания, так, что его образующая перпендикулярна направлению быстреего спуска с плоскости (см. рисунок). При каком угле наклона плоскости α цилиндр будет двигаться вверх по плоскости?

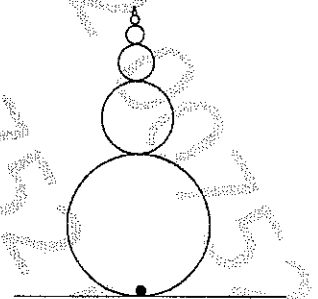


4. Собрана электрическая цепь, схема которой приведена на рисунке. Цепь состоит из шести амперметров, семи вольтметров и одного омметра (прибора для измерения сопротивлений). Известны показания вольтметра V_3 : $U = 1$ В и амперметра A_4 : $I = 1$ мкА. Найти сопротивление вольтметра и показания омметра Ω . Все вольтметры одинаковы, сопротивления амперметров очень малы по сравнению с сопротивлениями вольтметров.

5. Если два бильярдных шара встают напротив центральных луз бильярдного стола (рисунок), опытный игрок может ударить по одному из шаров так, что (1) оба шара попадут в лузу, расположенную в направлении удара; (2) один попадет в лузу, расположенную в направлении удара, а второй – в противоположную. Как это делается? Опишите, как нужно наносить удар, как сталкиваются в этом случае шары, и почему в одном случае оба шара движутся после удара вперед, а в другом – один вперед, один назад. Ответ обосновать.



6. Незнайка решил изготовить «инновационного ваньку-встаньку». Для этого он взял очень много шаров одинаковой плотности, радиусы которых отличаются вдвое. Незнайка скрепил шары так, что центры всех шаров лежат на одной прямой, а радиус каждого последующего меньше радиуса предыдущего в 2 раза. Незнайка решил, что из-за большой массы самого нижнего шара такая конструкция, поставленная на большой шар, будет устойчивой. Но «ванька-встанька» устойчивым не был. Объясните, почему. Знайка посоветовал Незнайке прикрепить к самой нижней точке большого шара точечное массивное тело. Какую оно должно иметь массу, чтобы «инновационный ванька-встанька» был устойчивым? Масса самого большого шара m .





НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по ИМЖЕМЕРНАЯ ОЛИМПИАДА

Дата 27.02.22

Вариант № 1

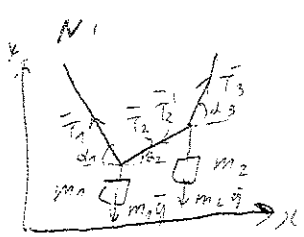
Площадка написания:
МФТИ

ФИО и рег. номер не
указывать!

ОЦЕНКА

(не заполнять)

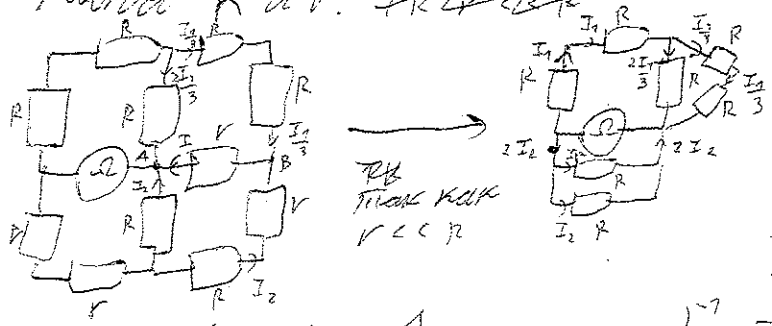
1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
2	25	25	1	2	4	75	<i>[Signature]</i>



$$\begin{aligned}
 & m_1 \bar{y} + \bar{T}_1 + \bar{T}_2 = 0 \\
 & x: T_1 \cos \alpha_1 = T_2 \cos \alpha_2 \Rightarrow T_1 = T_2 \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} \\
 & y: T_1 \sin \alpha_1 + T_2 \sin \alpha_2 = m_1 g = T_2 (\sin \alpha_1 + \cos \alpha_2 \tan \alpha_1) \\
 & m_2 \bar{y} + \bar{T}_2' + \bar{T}_3 = 0 \\
 & x: T_2 \cos \alpha_2 = T_3 \cos \alpha_3 \Rightarrow T_3 = T_2 \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_3} \\
 & y: m_2 g = T_3 \sin \alpha_3 - T_2 \sin \alpha_2 = T_2 (-\sin \alpha_2 + \cos \alpha_2 \tan \alpha_3) \\
 & \frac{m_1 g}{m_2 g} = \frac{T_2 (\sin \alpha_1 + \cos \alpha_2 \tan \alpha_1)}{T_2 (-\sin \alpha_2 + \cos \alpha_2 \tan \alpha_3)} \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{\sin \alpha_1 + \cos \alpha_2 \tan \alpha_1}{-\sin \alpha_2 + \cos \alpha_2 \tan \alpha_3} \\
 & \sin \alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{1+9}} \Rightarrow \tan \alpha_1 = \frac{1}{3} \\
 & \cos \alpha_2 = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{9+1}} \Rightarrow \tan \alpha_2 = 1 \\
 & \tan \alpha_3 = 1 \\
 & \frac{m_1}{m_2} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{3}{3} \cdot \frac{1}{3}}{-1 + 3 \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{3}} = 3
 \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{m_1}{m_2} = 3$ (7) (20)

Три резистора соединены в виде звезды и диаметрально противоположные равны R и V. ЭКЗРЭР



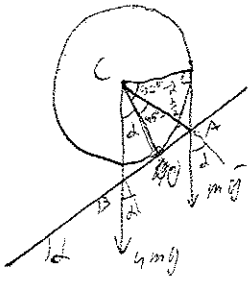
Для узла A имеем: $I + 2I_1 + I_2 = 0$

Для узла B имеем: $I_1 + I_2 - I = 0$

$$\begin{aligned}
 I + \frac{2I_1}{3} + I_2 &= \frac{I_1}{3} + I_2 - I = 0 \\
 2I_2 &= -\frac{I_1}{3} \Rightarrow I_1 = -6I_2 \Rightarrow R = \frac{U}{|I_1|} = \frac{U}{6|I_2|} = \frac{10}{6} \cdot 10^6 \text{ Ом} = 0,17 \text{ МОм}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_{\text{общ}} &= \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R \parallel R} + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R \parallel R} \right) \right)^{-1} \\
 &= \left(\frac{2}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{2}{R} \right)^{-1} = \left(\frac{2}{R} + \frac{3}{2R} \right)^{-1} = \frac{2R}{7} = \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{3} \cdot 10^6 = 0,07 \text{ МОм}
 \end{aligned}$$

Ответ: $R = 0,17 \text{ МОм}; R_0 = 0,07 \text{ МОм}$



$$AO = (0 + g)(45^\circ - \frac{\alpha}{2})$$

$$BC = (0 + g)\alpha$$

$$M_{mg} = 4mg \cos \alpha \cdot BC$$

$$M_{mg} = mg \cos \alpha \cdot AO$$

$$4mg \cos \alpha \cdot BC = M_{mg} \quad (\text{так как } M_{mg} \text{ равна } 0 \text{ - момент силы тяжести относительно центра})$$

$$4g(45^\circ - \frac{\alpha}{2}) = \frac{4g \cos \alpha \cdot g \alpha}{1 - \cos 45^\circ \cdot \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{1 - \cos \frac{\alpha}{2}}{1 - \cos \frac{\alpha}{2}} = 1 \quad ?$$

$$4mg \cos \alpha \cdot BC = mg \cos \alpha \cdot AO$$

$$4BC = AO$$

$$4(0 + g)\alpha = (0 + g)(45^\circ - \frac{\alpha}{2}) \Rightarrow 4\alpha = 45^\circ - \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{4}$$

Максимум угла наклона достигается при $\alpha \leq \frac{1}{4} = ?$
 $\Rightarrow \alpha \in (0; \arctan \frac{1}{4})$

Ответ: $\alpha \in (0; \arctan \frac{1}{4})$ 0,50

N5

$$3(а): m\vec{v}_0 = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2$$

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$$

$$v_0^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2\vec{v}_1\vec{v}_2 \quad (а)$$

$$3(б): E_{\text{ср}} = E_0 = E_{\text{ср}} + \frac{mv_0^2}{2}$$

$$|E_{\text{ср}}| = \frac{m\omega^2 R^2}{2}$$

$$E_{\text{к}} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2}$$

$$E_0 = E_{\text{к}}$$

$$\left. \begin{aligned} & \frac{m\omega^2 R^2}{2} + \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} \\ & \omega^2 R^2 + v_0^2 = v_1^2 + v_2^2 \quad (б) \end{aligned} \right\}$$

$$\text{из (а) и (б)} \Rightarrow \omega^2 R^2 = 2\vec{v}_1\vec{v}_2 = 2v_1v_2 \cos(\widehat{v_1 v_2})$$

$$(1) v_1 \uparrow v_2 \Rightarrow \cos(\widehat{v_1 v_2}) = 1 \Rightarrow \omega^2 R^2 = 2v_1v_2$$

Значит, чтобы оба шара попали в одну лужу, необходимо ударить первый шар в точку, расположенную выше горизонтальной плоскости, содержащей центр шара. В этом случае вращательная энергия положительна (вращательная скорость в верхней точке шара сонаправлена с поступательной).

(2) $v_1 \downarrow v_2 \Rightarrow \cos(\widehat{v_1 v_2}) = -1 \Rightarrow \omega^2 R^2 = -2v_1v_2$
 Значит, чтобы шары попали в разные лужи, необходимо ударить первый шар в точку, расположенную ниже горизонтальной плоскости, содержащей центр шара. В этом случае вращательная энергия отрицательна (вращательная скорость противоположна поступательной скорости верхней точки шара).



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по ИНЖЕНЕРНАЯ ОЛИМПИАДА

Дата 27.02.22
 Вариант № 1
 Площадка написания:
МФТИ
 ФИО и рег. номер не
 указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

N 2
 Так как зубья одинаковы, то $2\pi R = 3LN$
 $2\pi r = LN$, где R, r радиусы
 большой и малой шестеренок, L - длина одного зубца.
 Тогда $\frac{2\pi R}{2\pi r} = \frac{R}{r} = \frac{3LN}{LN} = 3$
 Сделаем один оборот, малая шестеренка передвинется на
 $2\pi r$, что составляет $\frac{1}{3}$ от длины дуги шестеренки
 с радиусом R . Значит за 1 оборот $\frac{1}{3}$ малой шестеренки
 кривошип совершает $\frac{1}{3}$ оборота (то есть в 3 раза больше).
 Значит если кривошип совершит n оборотов, то
 малая шестеренка совершит в 3 раза больше оборотов,
 то есть $3n$.
 Ответ: $3n$ оборотов. \Rightarrow 0,5 б

N 6
 Эта задача - ветвилка оказалась неустойчивой, так как
 его центр масс находится ось симметрии системы
 (на прямой, соединяющей точку центра
 шара с верхней точкой вершины). Тогда, даже при
 малом отклонении, центр масс отклонится
 равновесия, и центр масс будет находиться за
~~точкой~~ линией, перпендикулярной поверхности,
 на которой стоит конструкция, и ~~то~~ продолжится
 через точку опоры.
 Пусть ~~радиус~~ радиус шара R , радиус большого шара равен R .

NG (непрерывная)

$$m(n) = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 \left(\frac{R}{2^{2n-1}}\right)^3 = \frac{4}{3} \rho \pi R^3 \cdot \frac{1}{8 \cdot 2^{3n-3}}, \text{ где } n - \text{ номер слоя воды}$$

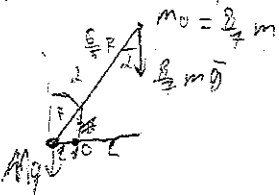
$$x(n) = 2 \sum_{k=1}^{2n-1} \frac{R}{2^k} + \frac{R}{2^n} = 4R \left(1 - \frac{1}{2^{2n-1}}\right) + \frac{R}{2^{2n-1}} \text{ (координата центра слоя } n\text{)}$$

$$x_{CM} = \frac{\sum m(n)x(n)}{\sum m(n)} = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{3n-3}} \left(4 - \frac{1}{2^{2n-1}} + \frac{1}{2^{2n-1}}\right)}{\frac{4}{3} \rho \pi R^3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{3n-3}}} =$$

$$= R \frac{\frac{4}{3} - \frac{4}{15} + \frac{4}{15}}{\frac{4}{3}} = R \frac{\frac{32}{15} - \frac{64}{15} + \frac{64}{15}}{\frac{4}{3}} = R \frac{\frac{32}{15}}{\frac{4}{3}} = R \left(4 - \frac{49}{15}\right) = R \frac{49}{15}$$

$$= R \left(4 - \frac{49}{15}\right) = R \left(4 - \frac{6 \cdot 7}{15}\right) = R \left(4 - \frac{7}{5}\right) = \frac{8}{5} R$$

$$m_0 = \sum m(n) = \frac{4}{3} \rho \pi R^3 \cdot \frac{8}{7} = \frac{32}{21} \rho \pi R^3 \cdot \frac{8}{7} m$$



$$i = R \sin \alpha$$

$$L = \left(\frac{8}{5} R - R\right) \sin \alpha = \frac{R}{5} \sin \alpha$$

O: $M_{mg} = M_{mg}$

$Mg L = m g i$

$$m = m_0 \frac{L}{i} = \frac{8}{7} m \frac{\frac{R}{5} \sin \alpha}{R \sin \alpha} = \frac{8}{35} m$$

Ответ: масса молыного меча $M = \frac{8}{35} m$.

155

ШИФР: 150
(не заполнять)



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по _____

Дата _____

Вариант № _____

Площадка написания:

ФИО и рег. номер не
указывать!

ОЦЕНКА

(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

