535076
Регистрационный номер

Фамилия Чудакова
Имя Мария
Отчество Алексеевна

217
(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 4

1. По кругу написано 25 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти квадрат суммы этих чисел.
2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $2x+1=\left[\lg\left(10^{-y}\cdot 5^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{4y}\cdot 5^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наименьшим возможным значением y.
3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $4+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\frac{\sqrt{130}}{2}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

217

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по математике

Дата 06.04.2024
Вариант № 4
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
2	X	0				2	D

№1. (a_n) - посл-ть

$a_n^2 = a_{n+1} + a_{n+2}$

Все числа равны 2: $2^2 = 2+2$ +

Пусть $a \neq 2$. ~~Если $a=4$, то $a^2=16$. $16=9$~~

~~Если~~ $a \neq 1$, т.к. $1 = 0+1$, $0 \notin$ полож. числам

1) Пусть $a \in \mathbb{Z}$. при $a=3$ $a^2=9$ Любой способ разложения 9 как суммы 2-х чисел даст ~~чис~~ хотя бы одно двузначное число в квадрате больше или равно 16, которое приведёт к ещё большим числам. В результате, к 25-му порядку квадраты ~~числа~~ чисел точно станут трёхзначными и более. $a_{25}^2 = a_1 + a_2$. При таком раскладе сумма первых двух чисел не более двухзначного числа, что никак не может быть равно квадрату трёхзначного числа. При любом целом $a \geq 3$ числа в последовательности будут монотонно увеличиваться, что не позволит замкнуть круг.

2) Аналогично для дробных <1 чисел. Их квадраты и сами числа будут монотонно уменьшаться. В таком случае круг невозможен

3) Для дробных чисел >1 ситуация аналогична 1.

Таким образом, предположение, что $a \neq 2$ - неверно.

$25 \cdot 2 = 50$ $50^2 = 2500$

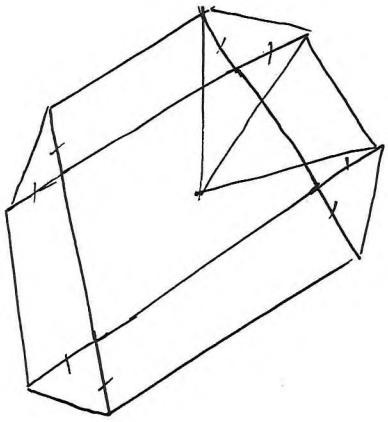
Ответ: 2500

2

пропуск обоснован

Лист 1 из 1

№3.



535076
Регистрационный номер

Фамилия Чудакова
Имя Мария
Отчество Алексеевна

696
(не заполнять)

Подпись

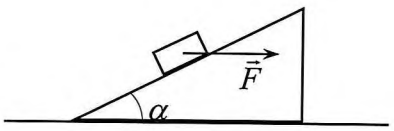
ЮНИОР

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

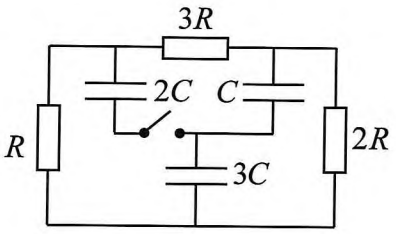
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 696
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по физике

Дата 06.04.2024
Вариант № _____
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
5	1	1				7	

№1. $V = 20л = 0{,}02 м^3$
$V_0 = 0{,}5л = 0{,}5 \cdot 10^{-3} м^3$
$T_к = 293K$
$P_м = 10^6 Па$
$\rho = 800 \frac{кг}{м^3}$
$\mu = 28 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль}$

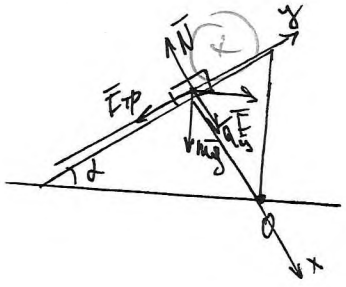
$m_{воз} = \rho V_0$
По ур-ию Менделеева-Клапейрона
$pV = \nu RT$
Изначально газ просто нагрелся, то есть
$T_0 = const \Rightarrow pV = const$
$\frac{p_1}{p_0} = \frac{V_0}{V_1} = \frac{0{,}5}{20} = \frac{1}{40}$

Далее газ нагревали. Максимальная температура
можна составила 293K. $p = \frac{\nu RT}{V} = \frac{mRT}{\mu V} = \frac{\rho V_0 R T_к}{\mu V} = \frac{800 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 8{,}31 \cdot 293}{28 \cdot 10^{-3} \cdot 20} =$
$= \frac{4 \cdot 8{,}31 \cdot 293 \cdot 10^5}{28 \cdot 20} > 10^6 (Па) \Rightarrow$ сосуд разорвёт

$T = \frac{pmV}{\nu mR} = \frac{10^6 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{8{,}31} = \frac{p\mu V}{\rho V_0 R} = \frac{10^6 \cdot 28 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{800 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 8{,}31} = \frac{28 \cdot 10^3 \cdot 20}{400 \cdot 8{,}31} = \frac{28000}{166{,}2} \approx 168{,}4 K$

Ответ: да, разорвёт. $T = 168{,}4K$.

№2.



В результате действующей горизонтальной силы незакреплённый конец начнёт вращение вокруг оси O. У тела появляется центростремительное ускорение, направленное к оси вращения.
Т.к. ускорение ⊥ к наклонной грани, то тело располагается на перпендикуляре от точ. O к наклонной грани. ИСО свяж. с землёй.
Тело считаем абс. твёрдым $\Rightarrow$ исп. II з-н Ньютона

По II з-му Н:

$\bar{mg} + \bar{N} + \bar{F_{тр}} + \bar{F} = m\bar{a}$

x: $mg\cos\alpha + F\sin\alpha - N = ma_x \to N = mg\cos\alpha + F\sin\alpha - ma_x$.

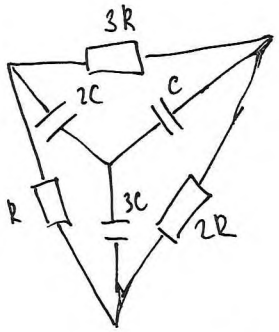
y: $F\cos\alpha - F_{тр} - mg\sin\alpha = 0$

(1)

По з-му Амонтона-Кулона: $F_{тр} = \mu N = \mu(mg\cos\alpha + F\sin\alpha - ma_x)$

ответ?

№ 3.



$q_1 : q_2 : q_3 = 6 : 3 : 2$

$q_{общ} = q_1 + q_2 + q_3 = q$ (1)

$q_1 = \frac{6}{11}q \quad q_2 = \frac{3}{11}q \quad q_3 = \frac{2}{11}q$

$Q_R = \gamma_R t = \frac{U^2 t}{R} = \frac{qUt}{t} = qU$

$Q_R = \frac{U^2 t}{R}$

$Q_R = \frac{CU^2}{2}$

$q = CU \to U = \frac{q}{C}$

$U_1 = \frac{6q}{11C}$

$U_2 = \frac{3q}{11 \cdot 2C} = \frac{3}{22}\frac{q}{C}$

$U_2 = \frac{2}{33}\frac{q}{C}$

ответ? (1)

U_3