535072
Регистрационный номер

Фамилия Кузнецов
Имя Арсений
Отчество Николаевич

216
(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 4

1. По кругу написано 25 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти квадрат суммы этих чисел.
2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $2x+1=\left[\lg\left(10^{-y}\cdot 5^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{4y}\cdot 5^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наименьшим возможным значением y.
3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $4+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\frac{\sqrt{130}}{2}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 216
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Юниор

Работа по математике

Дата 6.04.2024
Вариант № 4
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	0	X				1	

№2

$2x+1 = [\lg(10^{-y}\cdot 5^x)] - [\lg[10^{4y}\cdot 5^x]]$, x - целое, т.к. разность целых будет целой

① $[\lg(10^{-y}\cdot 5^x)] = [-y\lg 10 + x\lg 5] = [-y + x\lg 5]$

② $[\lg[10^{4y}\cdot 5^x]] = [4y + x\lg 5]$, $\begin{cases} y \geq 1 \\ x \geq 1 \end{cases}$

$2x+1 = [-y + x\lg 5] - [4y + x\lg 5]$

$2x + 1 = -5y$

№1

Пусть первое число в последовательности равно 2. и следующие все за ним число тоже равны 2. Тогда $2^2 = 2+2 = 4$ - верно $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ И круг сможет замкнуться.

Допустим, что есть другая последовательность. числом не может быть 1 и 2, так как $4\ 2^2 = 4 = 2+2 = 3+1$, и 1 не может повторяться. Тогда возьмем 3, как первое число.

Тогда разложим 3^2 на 5 и 4, тогда после $5^2 = 4+21$.
Таким образом числа будут увеличиваться и круг не замкнётся
Разложим на 6 и 3, $3^2 = 6+3$, тогда дальше $6^2 = 3+33$,
получается аналогичная ситуация.
Если брать большие числа, то сумма будет большой и круг замкнуть не получится =>
=> круг из 2 - единственный вариант.

$(25 \cdot 2)^2 = (50)^2 = 2500$

Ответ: 2500 (1)

число положительное

№2

$$2x+1 = \underset{①}{[\lg(10^{-4y} \cdot 5^x)]} - \underset{②}{[\lg[10^{4y} \cdot 5^x]]}$$

x, y - целые
$y \neq 0$, $x \neq 0$

$$[\lg(10^{-4y} \cdot 5^x)] = [-4y \lg 10 + x \lg 5] = [-4y + x \lg 5]$$

②
$$[\lg[10^{4y} \cdot 5^x]]$$

$10^{4y} \cdot 5^x \geq 1$ +

$5^{4y} \cdot 5^x \cdot 2^{4y} \geq 1$

$5^{4y+x} \cdot 2^{4y} \geq 1$

$2+1 = [\lg 10 \cdot 5] - [\lg 10^{-4} \cdot 5]$

$3 = [1 + \lg 5] - [-4 + \lg 5]$

$3 = 1 - (-2)$ (0)

$3 = 3$

Ответ: (1; -1)

535072
Регистрационный номер

Фамилия Кузнецов
Имя Арсений
Отчество Николаевич

695
(не заполнять)

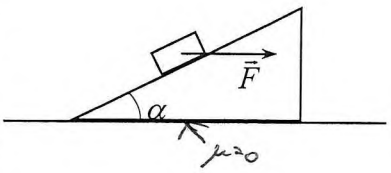
Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

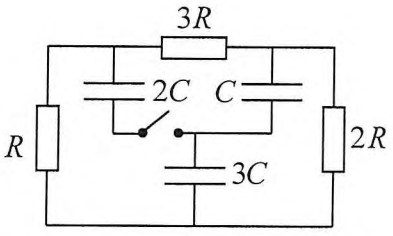
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 695
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Юниор

Работа по физике

Дата 6.04.2024

Вариант № _____

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

5	5	1	11

№1.

$m = \rho V_0$

$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{\rho V_0}{\mu}$

По з. Менделеева клапейрона:

$pV = \nu RT$

Рассмотрим, при какой температуре давление паров p_m в сосуде

$p_m V = \nu R T_{ц}$

$T_{ц} = \frac{p_m V}{\nu R} = \frac{p_m V \mu}{\rho V_0 R} = \frac{10^6 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{800 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 8{,}31} = \frac{20^5 \cdot 28}{0{,}1 \cdot 8{,}31} = \frac{140}{0{,}8_3 51} \approx 168\,K$

~~215 K в сосуде~~

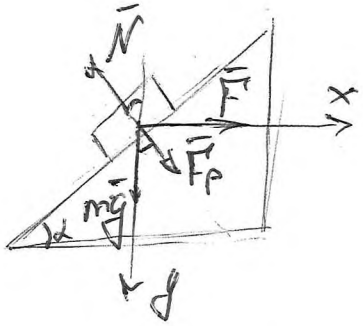
~~Т.к. $t_0 \Rightarrow$ вода кипит при 15К~~ $t_0 > T_{ц} \Rightarrow$ сосуд №2 взорвется при нагревании до температуры ≈ 168 K

Ответ: 168 K

5

Лист 1 из 1

№2



По II з. Ньютона:

$\bar{F} + \bar{N} + m\bar{g} = \bar{F}_p = m\bar{a}$

$x: F - N\sin\alpha = ma\sin\alpha$ (1)

$y: mg - N\cos\alpha = ma\cos\alpha$ (2)

$\frac{(1)}{(2)}: \frac{F - N\sin\alpha}{mg - N\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = tg\alpha$

$F\cos\alpha - N\sin\alpha\cos\alpha = mg\sin\alpha - N\sin\alpha\cos\alpha$

$F = mg\,tg\alpha$

5

Ответ: $mg\,tg\alpha$

№3

$E_{2C} = \frac{q}{\varepsilon_0 \cdot 2C} = \frac{q^2}{4C}$

$U_{2C} = \frac{q}{2C}$

$q_{2C} + q_{3C} + q_C = q \Rightarrow q_{2C} = \frac{2}{6}q = \frac{1}{3}q$

$q_{3C} = \frac{1}{6}q$

$q_C = \frac{1}{2}q$

+

R: $U_R = U_{2C} + U_{3C} = \frac{q_{2C}}{2C} = \frac{q}{6C} + \frac{q_{3C}}{3C} = \frac{1q}{6C} + \frac{q}{18C} = \frac{4q}{18C} = \frac{2q}{9C}$

$Q_R = U_R^2 R = \frac{4q}{81C} R$

1

2R: $U_{2R} = U_C + U_{3C} = \frac{q_C}{C} + \frac{q}{18C} = \frac{q}{2C} + \frac{q}{18C} = \frac{10q}{18C} = \frac{5q}{9C}$

$Q_{2R} = U_{2R}^2 R = \frac{25q}{81C} \cdot 2q = \frac{50qR}{81C}$

—

3R: $U_{3R} = U_{2C} + U_C = \frac{q}{6C} + \frac{q}{2C} = \frac{4q}{6C} = \frac{2q}{3C} \Rightarrow Q_{3R} = \frac{4q}{3 \cdot 3C} \cdot 3R = \frac{4qR}{3C}$