534938
Регистрационный номер

Фамилия Базаров
Имя Тимур
Отчество Баходирович

212
(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 4

1. По кругу написано 25 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти квадрат суммы этих чисел.
Доказать, что единственное решение.
2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $2x+1=\left[\lg\left(10^{-y}\cdot 5^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{4y}\cdot 5^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наименьшим возможным значением y.
3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $4+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\frac{\sqrt{130}}{2}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 212
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

Работа по [redacted] математике

Дата 6.04.2024
Вариант № 4
Площадка написания: НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	00					1	

№ 1

Условию удовлетворяет ряд чисел, состоящий из цифр „2". Имеем для каждой 2, что $2^2 = 2+2$. Тогда квадрат суммы этих чисел равен $(2 \cdot 25)^2 = 2500$

~~Ответ: 2500~~

В ряд идут числа $a; b; c; d; \ldots; n$, причём $a^2 = b+c$, $b^2 = c+d$, ... То есть при движении по часовой стрелке числа увеличиваются: $a \le b \le c \le d \le \ldots \le n$, но чтобы $n^2 = a^{\text{ш}} + b$, нужно чтобы числа увеличивались и давали в сумме возможно только если все числа равны. Имеем: ряд $a; a; \ldots; a$ $a^2 = a+a$, $a = 2$, т.к. $a \in \mathbb{N}$ а положительное

Ответ: 2500.

1

~ 2 $\quad x, y \in \mathbb{Z}$

$2x+1 = [\lg([10^{-y}] \cdot 5^x)] - [\lg[10^{4y} \cdot 5^x]]$

$2x+1 = [-y + \lg 5^x] - [\lg[10^{4y} \cdot 5^x]]$

$2x+1 = -y + x[\lg 5] - [\lg[10^{4y} \cdot 5^x]]$

~~$2x+1 = -y + x[1-\lg 2] - [\lg[10^{4y} \cdot 5^x]]$~~

~~$2x+1 = -y + x - x[\lg 2] - [\lg[10^{4y} \cdot 5^x]]$~~

Предположим $\lg 1 < \lg 5 < \lg 10 \Rightarrow 0 < \lg 5 < 1 \Rightarrow [\lg 5] = 0$

$2x+1 = -y - [\lg[10^{4y} \cdot 5^x]] \quad ; \quad [10^{4y}] \cdot 5^x) > 0$

Если $10^{4y} \cdot 5^x$ - нецелое, то $[10^{4y} \cdot 5^x] \in (0; 1] \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~$[\lg[10^{4y} \cdot 5^x]]$~~ $\begin{cases} [10^{4y} \cdot 5^x] = 0 \\ [10^{4y} \cdot 5^x] = 1 \end{cases}$ не удовлетворяет

(0)

ШИФР: 212
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

Работа по математике

Дата 6.04.2024

Вариант № 4

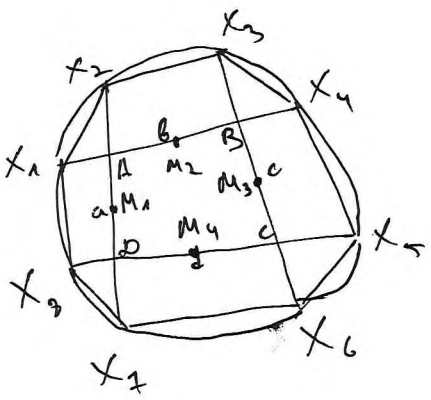
Площадка написания: НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№ 3



По усл. $X_1M_2 = 4 + \frac{b}{2} = M_2X_4$, $X_2M_1 = 4 + \frac{a}{2} =$

$= M_1X_7$, ... $\Rightarrow X_2X_7 = 8 + a$, $X_1X_4 = 8 + b$

$X_3X_6 = 8 + c$, $X_5X_8 = 8 + d$

0

5 34 938
Регистрационный номер

Фамилия Базаров
Имя Тимур
Отчество Баходирович

693
(не заполнять)

Подпись

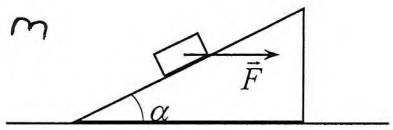
ЮНИОР

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

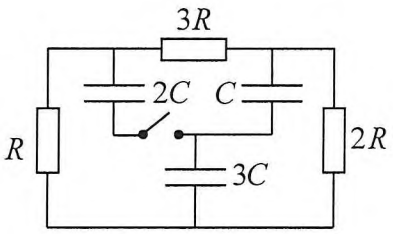
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 693
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада "Юниор"

Работа по физике

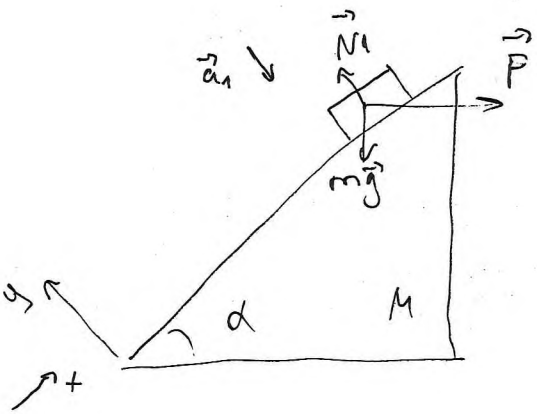
Дата 6.04.2024
Вариант № _____
Площадка написания: НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
5	5	2				12	

№ 2



~~Рассмотрим движение системы~~. По которому закону Ньютона $\vec{N}_1 + m\vec{g} + \vec{F} = m\vec{a}_1$

$\vec{g}\downarrow$ x: $F\cos\alpha - mg\sin\alpha = 0 \Rightarrow F = mg\operatorname{tg}\alpha$.

Ответ: $mg\operatorname{tg}\alpha$. (5)

см. далее

№ 1

Предположим, что сосуд не разорвало. Тогда по уравнению Менделеева Клапейрона при полном испарении азота: $pV = \frac{m_0}{\mu} RT$, где $T = t_0 + 273 = 293$ K, $m_0 = V_0 \rho = 0{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 800$

$$p = \frac{m_0 RT}{\mu V} = \frac{0{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 800 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{0{,}028 \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = \frac{800 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{0{,}028 \cdot 20} = \frac{200 \cdot 831 \cdot 293}{28} =$$

$$= \frac{83100 \cdot 293}{14} = \frac{24348300}{14} > 10^6 \text{ Па} = p_m \Rightarrow \text{сосуд взорвался}$$

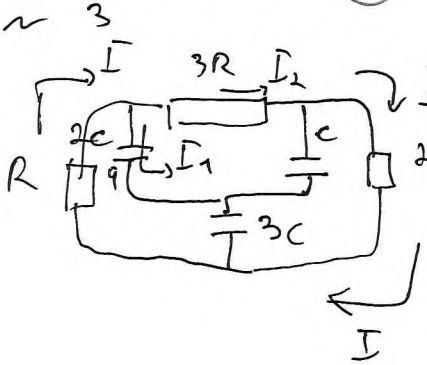
+

Тогда у жидкого азота крайне низкая температура => теплота, подводимая с сосуду, полностью идёт на испарение. Тогда По ур-ю Менделеева - Клапейрона $p_m V = \frac{m_0}{\mu} RT'$, $T' = \frac{p_m V \mu}{m_0 R} =$

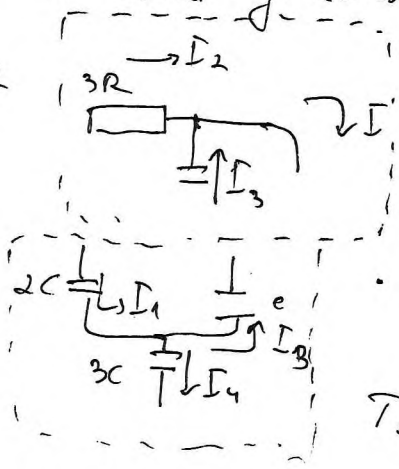
$$= \frac{10^6 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}028}{0{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 800 \cdot 8{,}31} = \frac{1400}{83{,}1} \approx 168 \text{ K}$$

Ответ: 168 K +

№ 3



Покажем движение тока по цепи. $I = I_1 + I_2$



• На изображенном участке: $I = I_2 + I_3 \Rightarrow I_3 = I_1$

• На изображенном участке: $I_1 = I_3 + I_4 = I_1 + I_4 \Rightarrow I_4 = 0$

Тогда по 3C ток не течёт.

При установлении равновесия вся энергия 2C выделится на резисторах =>

$$Q_R + Q_{2R} + Q_{3R} = W_{2C} = \frac{2C \cdot U_{2C}^2}{2} = CU_{2C}^2$$

$$\left.\begin{aligned} I &= \frac{U_R}{R} \\ I &= \frac{U_{2R}}{2R} \\ I &= \frac{U_{3R}}{3R} \end{aligned}\right\} \Rightarrow U_R = \frac{U_{2R}}{2} = \frac{U_{3R}}{3}$$

2

$2C \to C \Rightarrow U_{2C} = U_C$

2C и C параллельно 3R $\Rightarrow U_{2C+C} = U_{3R}$

$2U_{2C} = U_{3R} \Rightarrow U_{2C} = \frac{3}{2} U_R \quad U_C = \frac{3}{2} U_R$

ШИФР: 693
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

Работа по физике

Дата 6.04.2024

Вариант № _____

Площадка написания: НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

$Q_R = \frac{U_R^2}{R}\Delta t = \frac{\frac{4}{9}U_{2C}^2}{R}\Delta t$

$Q_{2R} = \frac{U_{2R}^2}{2R}\Delta t = \frac{\frac{16}{9}U_{2C}^2}{2R}\Delta t$

$Q_{3R} = \frac{U_{3R}^2}{3R}\Delta t = \frac{4U_{2C}^2}{3R}\Delta t$

$Q_R = \frac{4}{9}m$, $Q_{2R} = \frac{8}{9}m$, $Q_{3R} = \frac{4}{3}m$

$\frac{24}{9}m = CU_{2C}^2 = \frac{q^2}{4C} \Rightarrow m = \frac{9q^2}{24 \cdot 4C} = \frac{3q^2}{32C}$

$Q_R = \frac{4}{9} \cdot \frac{3q^2}{32C} = \frac{q^2}{24C}$

$Q_{2R} = \frac{8}{9} \cdot \frac{3q^2}{32C} = \frac{q^2}{12C}$

$Q_{3R} = \frac{4}{3} \cdot \frac{3q^2}{32C} = \frac{q^2}{8C}$

$\Delta W = Q = ?$

Ответ: $\frac{q^2}{24C}$, $\frac{q^2}{12C}$, $\frac{q^2}{8C}$.

Лист 2 из 2