534805
Регистрационный номер

Фамилия Дудкина
Имя Елизавета
Отчество Александровна

(не заполнять)
Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 1

1. По кругу написано 2023 положительных числа так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти сумму этих чисел.

2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $3x+5=\left[\lg\left(10^{y}\cdot 2^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{3y}\cdot 2^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наибольшим возможным значением x.

3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $1+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\sqrt{5}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

208

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада «Юниор»

Работа по ~~физике~~ математике

Дата 6.04.2024
Вариант № 1
Площадка написания:
НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	1	0				2	

1. n чисел

$a^2 = b + c$
$b^2 = c + d$
$c^2 = d + e$
$\dots$
$n^2 = a + b$

$a + b + c + \dots + n = S$, где $a, b, c, \dots, n$ – 2023 числа

$2S = a^2 + b^2 + c^2 + \dots + n^2$

$a^2 - b^2 = b - d$; $b^2 - c^2 = c - e$
$a^2 + d = b^2 + b$; $b^2 + e = c^2 + c$

$a = \sqrt{b+c}$, т.к. числа положит.

$S = \sqrt{b+c} + \sqrt{c+d} + \sqrt{d+e} + \dots + \sqrt{a+b}$

Ответ: 4046. (1)

Числа должны возраст. от $a \to n$, или не меняться.
Усл. выполняется только для $a = b = \dots = n = 2$
т.к. числа должны будут повторяться
однако в других случаях квадрат всегда будет превышать сумму
т.к. каждое число присутств. в двух суммах.

$S = \frac{1}{2}(a^2 + b^2 + c^2 + \dots + n^2)$

$a^2 = b + c$, тогда $a^2 = 3 + 1$
$b^2 = c + d$ $3^2 = 1 + 8$
$c^2 = d + e$ $2^2 = 2 + 2$.

$S = \frac{1}{2}(\underbrace{2^2 + 2^2 + \dots + 2^2}_{2023 \text{ ч.}}) = \underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{2023 \text{ раз}} =$
$= 2 \cdot 2023 = 4046$.

$n = 2$.

$3x + 5 = [\lg(10^y \cdot 2^x)] - [\lg[10^{3y} \cdot 2^x]]$, $(x; y) - ?$ наиб. x.

$10^y \cdot 2^x > 0$, $[10^{3y} \cdot 2^x] > 0$, $\Rightarrow 10^{3y} \cdot 2^x \geq 1$

$10^y > 0, \forall y$
$2^x > 0, \forall x$
$\Rightarrow$ верно, $\forall x, y$.

$3x + 5 = [\lg 10^y + \lg 2^x] - [\lg[10^{3y} \cdot 2^x]]$.

$3x + 5 = [y + x\lg 2] - [\lg[10^{3y} \cdot 2^x]]$

1) $3x + 5 = y + [x\lg 2] - [\lg 10^{3y} \cdot 2^x]$

т.к. x, y – целые, то $10^{3y} \in \mathbb{Z}$, $2^x \in \mathbb{Z}$,

при $x, y \geq 1$

$3x+5 = y + [x\lg 2] - [3y + x\lg 2]$

$3x+5 = y + [x\lg 2] - 3y - [x\lg 2]$

$3x+5 = -2y$

$y = \frac{3x+5}{-2}$

$y=1,\ \frac{3x+5}{-2}=1$

$3x+5=-2$

$3x=-7,\ x\notin\mathbb{Z}$.

$y=2,\ \frac{3x+5}{-2}=2,\ 3x=-9,\ x=-3\in\mathbb{Z}$.

но $x, y \geq 1$, не подх.

Ответ: $(-2;-1)$.

$\sqrt{-3}$.

$10^{3y}\cdot 2^x \geq 1$

$10^{\frac{9x+15}{-2}}\cdot 2^x \geq 1$

$10^{-4{,}5x-7{,}5}\cdot 2^x \geq 1$

$0{,}1^{4{,}5x-7{,}5}\cdot 2^x \geq 1$

верно, при $4{,}5x-7{,}5<0$

$4{,}5x<7{,}5$

$45x<75\ |:5$

$9x<55$

$x<\frac{55}{9}$, $x\in\mathbb{Z}$, наиб. $x=\frac{54}{9}=6$

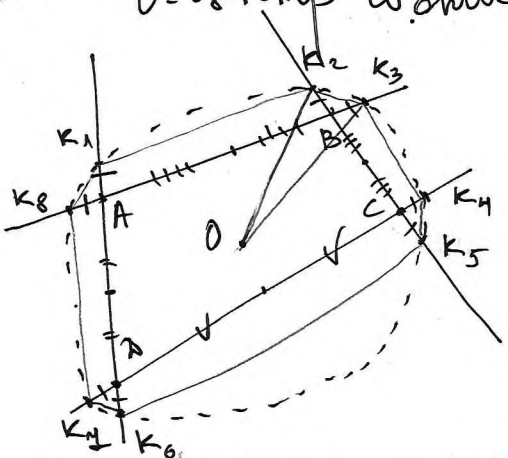
$y=\frac{3\cdot 6+5}{-2}\notin\mathbb{Z}$

$x=5,\ y=\frac{3\cdot 5+5}{-2}=\frac{15+5}{-2}=-10\in\mathbb{Z}$

но $x, y \geq 1$.

$R=\sqrt{5}$, S_{ABCD} - ?

O - центр шара, около $K_1K_2\ldots K_8$.



Т.к. от центров откладывали на $\frac{a}{2}+1$, то

$AK_1 = BK_2 = BK_3 = \ldots = AK_8 = 1$.

$OK_1 = OK_2 = OK_3 = \ldots = OK_8 = R = \sqrt{5}$.

534805
Регистрационный номер

Фамилия Будкина
Имя Елизавета
Отчество Александровна

690
(не заполнять)

Подпись

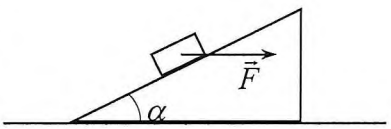
ЮНИОР

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

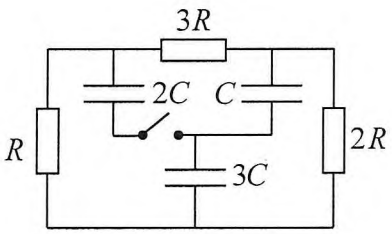
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует. масса тела изв.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 690
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада «Юниор»

Работа по ~~математике~~ физике

Дата 6.04.2024
Вариант № 3
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
5	5	1				11	

№1

$V = 20 \cdot 10^{-3}$ м^3
$V_0 = 0{,}5 \cdot 10^{-3}$ м^3
$T = 20°C = 20 + 273 = 293$ K
$p_m = 1 \cdot 10^6$ Па
$\rho = 800$ кг/м^3
$\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль

$m = \rho V_0$, m – масса азота.

$pV = \nu RT$, $\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{\rho V_0}{\mu}$.

$V_m = \frac{\rho V_0 RT}{p_m \mu}$, V_m – объём, до которого расшир. газ при нагреве.

$V_m = \frac{800 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 8{,}31 \cdot 293}{1 \cdot 10^6 \cdot 28 \cdot 10^{-3}} =$

$= \frac{0{,}8 \cdot 0{,}5 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{28 \cdot 10^3} = \frac{0{,}8 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{2 \cdot 28 \cdot 10^3} = \frac{0{,}4 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{28 \cdot 10^3}$

$= \frac{3{,}324 \cdot 293}{28} \cdot 10^{-3} = \frac{1{,}662 \cdot 293}{14} \cdot 10^{-3} = \frac{0{,}831 \cdot 293}{7} \cdot 10^{-3} =$

$= \frac{243{,}483}{7} \cdot 10^{-3} \approx 34{,}7 \cdot 10^{-3}$ м^3 $> 20 \cdot 10^{-3}$ м^3, $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ сосуд Дьюара разорвёт, когда газ расширится до объёма V, давление p_m.

$p_m V = \frac{m}{\mu} R T_{кр} = \frac{\rho V_0}{\mu} R T_{кр}$, $\Rightarrow T_{кр} = \frac{p_m V \mu}{\rho V_0 R} = \frac{1 \cdot 10^6 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{800 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 8{,}31} =$

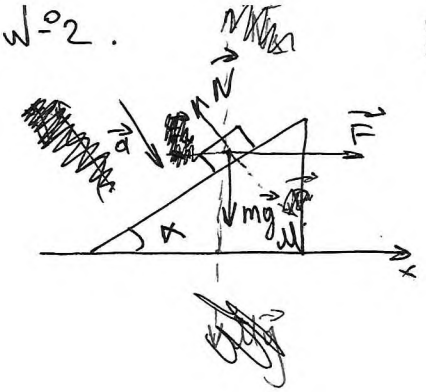
$= \frac{20 \cdot 28}{400 \cdot 8{,}31 \cdot 10^{-3}} = \frac{28}{20 \cdot 8{,}31 \cdot 10^{-3}} = \frac{28000}{20 \cdot 8{,}31} = \frac{1400}{8{,}31} \approx 168$ K

Сосуд разорвёт при $T_{кр} = 168$ K $= 168 - 273 = -105°C$

Ответ: $-105°C$ (+) 5

Лист 1 из 1

№2.



F - ?

α, m дано.

$oy: N\cos\alpha - mg = -ma\cos\alpha$

$N = \frac{mg}{\cos\alpha} - ma$

$ox: F - N\sin\alpha = ma\sin\alpha$

$F - mg\,tg\alpha + ma\sin\alpha = ma\sin\alpha$

$F = mg\,tg\alpha$

$F = mg\,tg\alpha$

Ответ: $mg\,tg\alpha$.

5

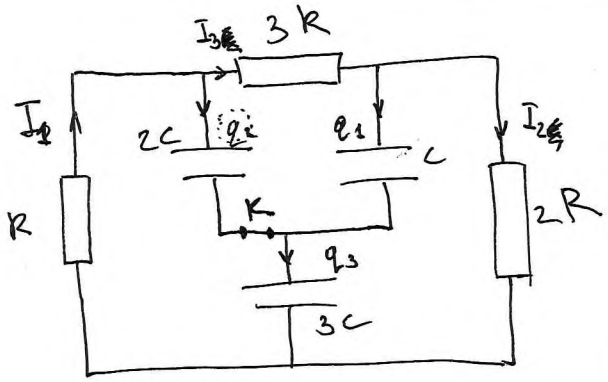
№3.

$R, 2R, 3R,$

$C, 2C, 3C.$

q

Q_R, Q_{2R}, Q_{3R} - ?



В начале: $W_{2C} = \frac{q^2}{2\cdot 2C} = \frac{q^2}{4C}$ (+)

$Q_R + Q_{2R} + Q_{3R} = W_{2C} = \frac{q^2}{4C}$ (−)

$\Delta W = Q$

$Q = UI\Delta t = I^2R\Delta t.$

$W_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}.$

$q = CU, \Rightarrow U = \frac{q}{C}.$

$U_{2C} = U_C$ парал. соед.

$Q_R = I_1^2 R\Delta t.$

$Q_{3R} = 3Q_R, \quad Q_{2R} = 2Q_R, \quad Q \sim R.$

1

$\frac{q^2}{4C} = Q_R + 2Q_R + 3Q_R = 6Q_R, \Rightarrow Q_R = \frac{q^2}{24C}$

$q_1 + q_2 + q_3 = q.$

$\frac{q^2}{2\cdot 2C} = \frac{q_1^2}{2C} + \frac{q_2^2}{2\cdot 2C} + \frac{q_3^2}{2\cdot 6C}$

$\frac{q^2}{2C} = \frac{q_1^2}{C} + \frac{q_2^2}{2C} + \frac{q_3^2}{6C}$

$3q^2 = 6q_1^2 + 3q_2^2 + q_3^2$