534452
Регистрационный номер

Фамилия Ерошкина
Имя Мария
Отчество Глебовна

210
(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

210

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 3

1. По кругу написано 50 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти произведение этих чисел.
2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $3x-1=\left[\lg\left(10^{-y}\cdot 4^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{3y}\cdot 4^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наибольшим возможным значением x.
3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $3+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\sqrt{29}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

210

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниф

Работа по математике

Дата 06.04.2024
Вариант № 3
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	X	1				2	

① (a_n) - пос. ; $n = 50$ (расположены по кругу)

$a_n > 0$

$a_n^2 = a_{n+1} + a_{n+2}$

1) ~~$a_1 \neq 1$~~ , ~~т.к. нам такие~~ ~~такие~~ ~~такие~~ нам самый оптимальный путь - это найти одно число, которое в произведении и сумме даёт одинаковый ответ $\Rightarrow$

$a_1 = 2$

2) $a_1 \neq 1$, т.к. тогда мы уйдем в дробные числа, которые должны быть больше 0,5, чтобы давать не нулевое значение арифметического знака

3) при выборе стартого числа $(a_1) \neq 2$ мы должны каждое последующее значение увеличивать $\Rightarrow$ где a_{50} не выполнит со свойство $a_n^2 = a_{n+1} + a_{n+2}$, т.к. $\{a_{n+1}; a_{n+2}\} < a_{50}$

Ответ: 2^{50}

(1)

③ Дано:

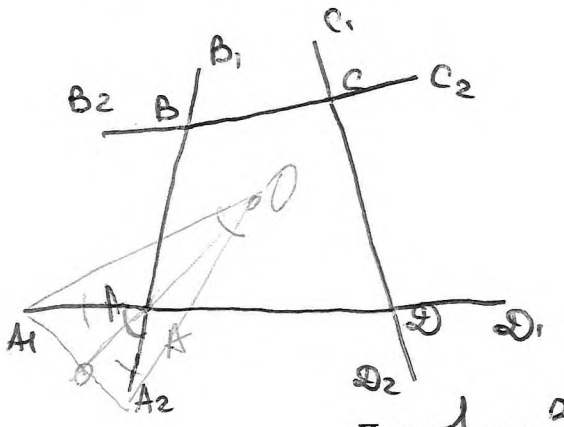
~~ABCD~~ - 4-угольник

$\{A_1; D_1\} \in AD$

$\{B_1; A_2\} \in AB$

$\{B_2; C_2\} \in BC$

$\{C_1; D_2\} \in CD$



$BB_1 = BB_2 = CC_1 = CC_2 = DD_1 = DD_2 = AA_1 = AA_2 = 3$

$(A_1A_2D_2DD_1C_2C_1B_1B_2)$ - восьмиугольник

ШИФР: 210
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

Работа по математике

Дата 06.04.2024
Вариант № 3
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

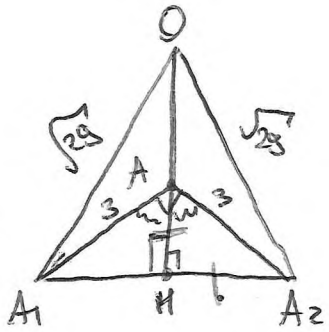
1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

$(O;R)$ - опр-ть, описанное около восьмигранника

$R=\sqrt{29}$

Найти: S_{ABCD}

Решение:



① Рассмотрим $\triangle OA_1A_2$ - р/б (т.к. $OA_1=OA_2=R$):

по Т cos: $A_1A_2^2 = A_1A^2 + AA_2^2 - 2A_1A\cdot AA_2\cdot\cos\angle A_1AA_2$, $\angle A_1AA_2=\alpha$

$A_1A_2^2 = 9\cdot 2 - 2\cdot 9\cdot\cos\alpha$

$A_1A_2 = 3\sqrt{2(1-\cos\alpha)}$ + $HA_2=\frac{A_1A_2}{2}$

по Т Пифагора: $OH^2 = OA_2^2 - HA_2^2$

$OH = \sqrt{29 - \frac{18-18\cos\alpha}{4}} = \sqrt{\frac{98-18\cos\alpha}{4}}$ +

по Т Пифагора: $AH^2 = AA_2^2 - HA_2^2$

$AH = \sqrt{9 - \frac{18-18\cos\alpha}{4}} = \sqrt{\frac{18-18\cos\alpha}{4}} = HA_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AHA_2$ - п/у р/б $\Rightarrow \angle A_1AA_2 = 90^\circ \Rightarrow \angle BAD = 90^\circ$ (т.к. вертикальные) (не говорит)

② Доказываем аналогично: $ABCD$ - п/у в котором

$AC = BD = 2\left(\sqrt{\frac{98-18\cos\alpha}{4}} - \sqrt{\frac{18-18\cos\alpha}{4}}\right) = \sqrt{98-18\cos\alpha} - \sqrt{18-18\cos\alpha}$ $\Rightarrow$

$\alpha = \angle A_1AA_2 = 90^\circ \Rightarrow \cos\alpha = 0$

$\Rightarrow AC = BD = \sqrt{98} - \sqrt{18} = 7\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

③ т.к. $\triangle OA_1A = \triangle OA_2A \Rightarrow \angle OAA_1 = \angle OAA_2 \Rightarrow$ диагональ - бисс-са угла в п/у $\Rightarrow ABCD$ - квадрат

210

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

Работа по математике

Дата 06.04.2024
Вариант № 3
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

④ Рассмотрим ABCD - квадрат:

$AC = 4\sqrt{2}$ - диагональ $\Rightarrow$ $AB = BC = CD = AD = 4$

$S_{ABCD} = AB^2 = 16$

Ответ: 16

(1)

534452
Регистрационный номер

Фамилия Ермакова
Имя Мария
Отчество Глебовна

689
(не заполнять)

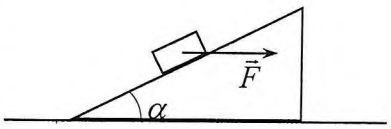
Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

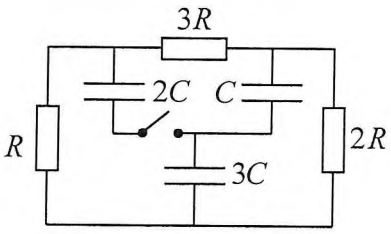
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 618
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниф

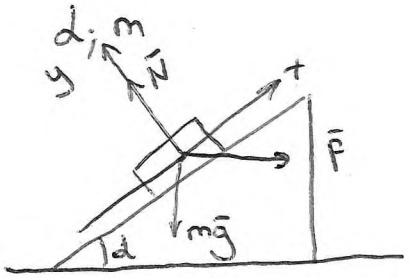
Работа по физике

Дата 06.04.2024
Вариант № _____
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	5	2				8	

№2



Решение:

по II з. Н. $m\bar{g} + \bar{N} + \bar{F} = m\bar{a}$

y: $N = mg\cos\alpha + F\sin\alpha$

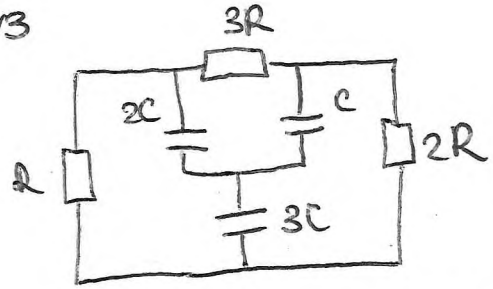
x: $F\cos\alpha = mg\sin\alpha \Rightarrow F = \frac{mg\sin\alpha}{\cos\alpha} = mg\operatorname{tg}\alpha$

5

Найти: F

Ответ: $F = mg\operatorname{tg}\alpha$

№3



Дано:

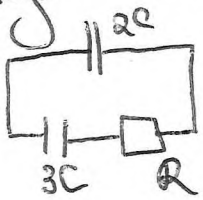
$R_1 = R;\ R_2 = 2R;\ R_3 = 3R$

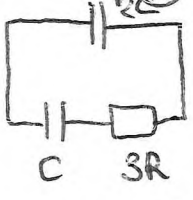
$C_1 = C;\ C_2 = 2C;\ C_3 = 3C$

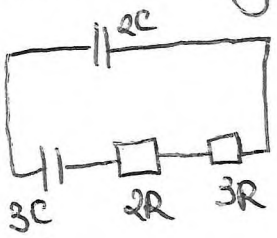
$q_{2C} = q$

Найти: Q_R; Q_{2R} и Q_{3R}

Данную схему можно разбить на несколько подсхем:

① 

② 

③ 

т.к. после равновесия так не течёт $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{q_2}{C_2} = \frac{q_3}{C_3} = \frac{q_1}{C_1}$; $\frac{q_2}{2C} = \frac{q_3}{3C} = \frac{q_1}{C} \mid \cdot C$

$q_2 = 2q_1$

$q_3 = 3q_1$

по ЗСЭ:

① $\frac{q_{21}^2}{2C} = Q_R + \frac{q_2^2}{4C} + \frac{q_3^2}{6C} \;/\cdot 12C$

$3q_{21}^2 = 12CQ_R + 3q_2^2 + 2q_3^2$

$q_2 = 2q_1$

$q_3 = 3q_1$

$\Rightarrow 3q_{21}^2 = 12CQ_R + 3q_1^2$

② $\frac{q_{22}^2}{4C} = Q_{3R} + \frac{q_1^2}{2C} + \frac{q_2^2}{4C} \;/\cdot 4C$

$q_{22}^2 = 4CQ_{3R} + 2q_1^2 + q_2^2$

$q_2 = 2q_1$

$\Rightarrow q_{22}^2 = 4CQ_{3R} + 6q_1^2 \Rightarrow Q_{3R} = \frac{q_{22}^2 - 6q_1^2}{4C}$ ③

③ $\frac{q_{23}^2}{4C} = Q_{3R} + Q_{2R} + \frac{q_3^2}{6C} + \frac{q_2^2}{4C}$

$\Rightarrow \frac{q_{23}^2}{4C} = \frac{q_{22}^2 - 6q_1^2}{4C} + Q_{2R} + \frac{q_3^2}{6C} + \frac{q_2^2}{4C} \;/\cdot 12C$

$3q_{23}^2 = 3q_{22}^2 - 18q_1^2 + Q_{2R}\cdot 12C + 2q_3^2 + 3q_2^2$

$q_3 = 3q_1;\; q_2 = 2q_1$

$\Rightarrow 3q_{23}^2 = 3q_{22}^2 - \cancel{18q_1^2} + 12CQ_{2R} + \cancel{18q_1^2} + 12q_1^2$

$Q_{2R} = \frac{3(q_{23}^2 - q_{22}^2) - 12q_1^2}{12C}$

④ $Q_{2R} = \frac{q_{23}^2 - q_{22}^2 - 4q_1^2}{4C}$

$q_{21} + q_{22} + q_{23} = q$

⑤ $\frac{q^2}{4C} = Q_R + Q_{2R} + Q_{3R} + \frac{q_2^2}{4C} + \frac{q_3^2}{6C} + \frac{q_1^2}{2C}$

$q_2 = 2q_1;\; q_3 = 3q_1$

$\Rightarrow \frac{q^2}{4C} = Q_R + Q_{2R} + Q_{3R} + \frac{q_1^2}{C} + \frac{3q_1^2}{2C} + \frac{q_1^2}{2C} \;/\cdot 4C$

$q^2 = 4C(Q_R + Q_{2R} + Q_{3R}) + 4q_1^2 + 6q_1^2 + 2q_1^2$

$Q_R + Q_{2R} + Q_{3R} = \frac{q^2 - 12q_1^2}{4C}$

⑥

N 1

Дано:

$V = 20\cdot 10^{-3}\,м^3$

$V_0 = 0{,}5\cdot 10^{-3}\,м^3$

$t = 20°C$

$p_m = 1\cdot 10^6\,Па$

$\rho = 8\,кг/м^3$

$\mu = 28\cdot 10^{-3}\,кг/моль$

$R = 8{,}31\,Дж/моль\cdot °C$

pVρm по закону Клапейрона-Менделеева:

$pV = \frac{m}{\mu}RT$

$\frac{N_a}{N_a} = \frac{m}{\mu} \Rightarrow N = \frac{N_a m}{\mu}$

$p = nkT$; где $n = \frac{N}{V}$

$\Rightarrow \frac{N_a m}{\mu V} = n$

$m = \rho V_0$

ШИФР: 6Г3
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

Работа по физике

Дата 06.04.2024
Вариант № _____
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

$\Rightarrow n = \frac{N_A \rho V_0}{\mu V}$ $\Rightarrow p = \frac{N_A \rho V_0 kT}{\mu V}$ $\Rightarrow p = \frac{\rho V_0 RT}{\mu V} =$

$p = nkT$
$R = k \cdot N_A$

$= \frac{800\ кг/м^3 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3}\ м^3 \cdot 8{,}31\ Дж/(кг \cdot К) \cdot 293\ К}{28 \cdot 10^{-3}\ кг/моль \cdot 20 \cdot 10^{-3}\ м^3} = \frac{4869660}{28} = 173916$

$= 173916\ Па < 1 \cdot 10^6\ Па$

Ответ: не взорвется

1

4869660 | 28
28 | 173916
206
196
109
84
256
252
48
28
180
168
12...