532015
Регистрационный номер

Фамилия Кумнич
Имя Фёдор
Отчество Васильевич

202
(не заполнять)

Кумнич
Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 3

1. По кругу написано 50 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти произведение этих чисел.
2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $3x-1=\left[\lg\left(10^{-y}\cdot 4^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{3y}\cdot 4^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наибольшим возможным значением x.
3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $3+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\sqrt{29}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 202
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада «Юниор»

Работа по ~~физике~~ математике

Дата 6.04.2024
Вариант № 3
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	X	0				1	

№1.

Рассмотрим условие для 3ех чисел:

$\begin{cases} a^2 = b+c, & a=2 \\ b^2 = c+a, & b=2 \\ c^2 = a+b & c=2 \end{cases}$; $\begin{cases} 2^2 = 2+2 \\ 2^2 = 2+2 \\ 2^2 = 2+2 \end{cases}$, верно, т.к. ~~только при равных числах~~ $2^2 = 2 \cdot 2 = 2+2 = 2(1+1) = 2 \cdot 2 = 2^2$.

Если числа будут разные то при замыкании круга последнее число будет сильно больше двух первых членов последовательности, соответственно условие задачи не будет выполняться.

$2^{50} = (2^{10})^5 = 1024^5 = 1125899906842624$

Ответ: 1125899906842624.

1

№3.

Т.к. окружность можно описать только вокруг прав. восьмиугольника.

$R_{opt} = r_{ABCD} + 3$

$R_{opt} = \frac{a\sqrt{2}}{2} + 3$

$\sqrt{29} = \frac{a\sqrt{2}}{2} + 3$

$10 = \frac{1}{2}a^2 + 3a\sqrt{2} + \frac{9}{2}$

$10 = \frac{1}{2}a^2 + 3a\sqrt{2}$, $D = 18 + 40 = 58$

$\frac{-6\sqrt{2} \pm 2\sqrt{58}}{2}$, т.к. $a > 0$; $a = -3\sqrt{2} + \sqrt{58}$

$S_{ABCD} = a^2 = \frac{(-3\sqrt{2} + \sqrt{58})^2}{2} = \frac{58 - 2 \cdot 3\sqrt{116} + 18}{2} = \frac{76 - 2 \cdot 2 \cdot 3\sqrt{29}}{2} = 76 - 12\sqrt{29}$

Ответ: $76 - 12\sqrt{29}$.

0

Лист ___ из ___

$R_{8уг} = r_{abcD} + 3$

$\sqrt{29} = \frac{a\sqrt{2}}{4} + 3$

$29 = \frac{a^2}{8} + \frac{3a\sqrt{2}}{2} + 9$

$160 = a^2 + 12a\sqrt{2}$

$a^2 + 12a\sqrt{2} - 160 = 0$, $D = 784$ $\quad a = -12a\sqrt{2} + 2\sqrt{49}$

$\sqrt{D} = 2\sqrt{196}$

$\frac{1}{160} = a^2 =$

Ответ: $\sqrt{196} - 12\sqrt{2}$

0

532015
Регистрационный номер

Фамилия Кулинич
Имя Федор
Отчество Вячеславович

684
(не заполнять)

Подпись

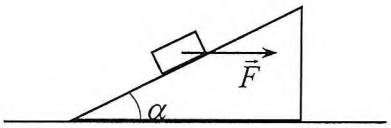
ЮНИОР

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

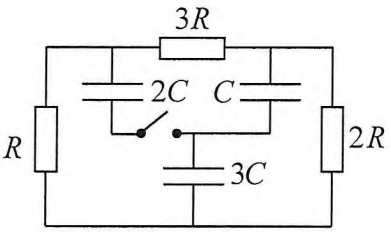
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 684
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

Работа по физике

Дата 06.04.2024
Вариант № _____
Площадка написания: НИЯУ МИФИ.

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
5	5	0				10	

№1.

По уравнению Менделеева-Клапейрона:

~~$PV = \nu RT$; $PV = \frac{m}{M}RT$; $P = \frac{\rho RT}{M}$~~ ~~$M = 28 \cdot 10^{-3} = 0{,}028$; $T = 293$ K~~

~~$P = \frac{800 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{0{,}028} = \frac{6848 \cdot 293}{0{,}028} =$~~

m_a – масса азота V_a – объем азота. V – объем сосуда $P_{max} = 1 \cdot 10^6$ Па $T = 293$ K $T_{пред}$ – предельная температура азота до взрыва. M_a – молярная масса азота $= 0{,}028$ кг/м. P – давление при 293 K.

$PV = \nu RT$; $PV = \frac{m}{M}RT$; $P = \frac{mRT}{MV}$

$m_a = \rho V_a = 800 \cdot 0{,}0005 = 0{,}4$ кг.

$$P = \frac{m_a RT}{M_a V} = \frac{\cancel{0{,}4}^{20} \cdot 8{,}31 \cdot 293}{0{,}0028 \cdot \cancel{0{,}02}} = \frac{166{,}2 \cdot 293}{0{,}028} = \frac{166200 \cdot 293}{28} =$$

$\approx 5936 \cdot 293 \approx 1739248$ Па; 1739248 Па $> 1 \cdot 10^6$ Па, $\Rightarrow$ сосуд разорвет.

$$T_{пред} = \frac{P_{max} M_a V}{m_a R} = \frac{1 \cdot 10^6 \cdot 0{,}028 \cdot 0{,}02}{0{,}4 \cdot 8{,}31} = \frac{28 \cdot \cancel{20}^{50}}{0{,}4 \cdot 8{,}31} = \frac{28 \cdot 50}{8{,}31} =$$

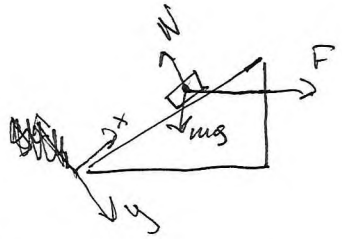
$$= \frac{1400}{8{,}31} \approx 168{,}2 \text{ K}.$$

5

Ответ: да, разорвет, при температуре 168,2 K.

Лист 1 из 1

№2.



По II Закону Ньютона:

OY: $ma = mg\cos\alpha + F\sin\alpha - N$

Ox: $0 = F\cos\alpha - mg\sin\alpha$.

$F\cos\alpha - mg\sin\alpha = 0$

$F\cos\alpha = mg\sin\alpha$

$F = \frac{mg\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$F = mg\,tg\alpha$

Ответ: $mg\,tg\alpha$.