519817
Регистрационный номер

Фамилия Бобылевич
Имя Арина
Отчество Андреевна

196
(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

**Вариант 2**

1. По кругу написано 2024 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти сумму квадратов этих чисел.

2. Пара целых чисел $x, y$ удовлетворяет уравнению $2x-7=\left[\lg\left(10^{2y}\cdot 3^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{-y}\cdot 3^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа $a$ – наибольшее целое число, не превосходящее $a$. Найти пару $(x;y)$ с наибольшим возможным значением $y$.

3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $2+a/2$, где $a$ – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\frac{\sqrt{26}}{2}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 199
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

Работа по математике

Дата 6.04.2024

Вариант № 2

Площадка написания: НИЯУ МИФИ

*ФИО и рег. номер не указывать!*

**ОЦЕНКА**
(не заполнять)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ИТОГО | Подпись |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | | | | 1 | |

I Если числа одинаковы:

1. а) Если все числа = 1, то

$1^2 \neq 1+1$ – условие не выполняется

б) Если все числа = 2, то

$2^2 = 2+2$ – условие выполняется =>

=> сумма квадратов 2024 двоек $= 2024 \cdot 2^2 =$

$= 8096$

в) Если все числа > 2, то

$3^2 \neq 3+3$

$4^2 \neq 4+4$

$5^2 \neq 5+5$ – условие не выполняется, т.к. чем больше число, тем больше разница между его квадратом и ~~его~~ произведением его с двойкой.

а это просто пример. Не все случаи рассмотрены

II Если все числа различны:

а) Расположены в порядке возрастания или убывания: => условие не выполняется, т.к. круг не замкнется.

А почему рассм. монотонные случаи?

б) Расположены в разнобой:

... 4 10 6 94 ...

$4^2 = 10+6$

$10^2 = 6+94$

$6^2 \neq 94+\ldots$ – усл. не выполняется

Это просто пример... => решение единственно

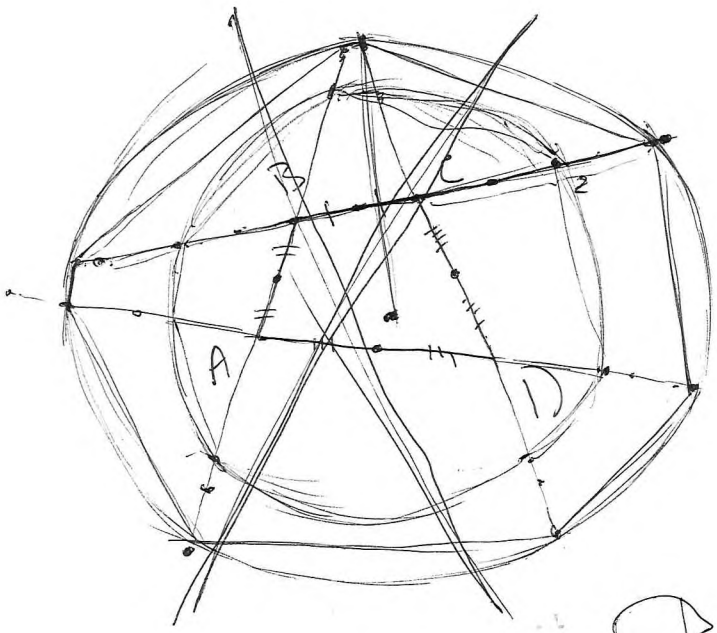
Не обосновано.

Ответ: 8096



1

3.




Дано: $ABCD$ – выпуклый четырёхугольник

$M, N, K, L$ – середины сторон

$P(MNKL) P(B_2C_1D_2A_1) = 2+a\sqrt{2}$

$a$ – длина стороны

Окр$(O,R)$ $R = \frac{\sqrt{26}}{2}$

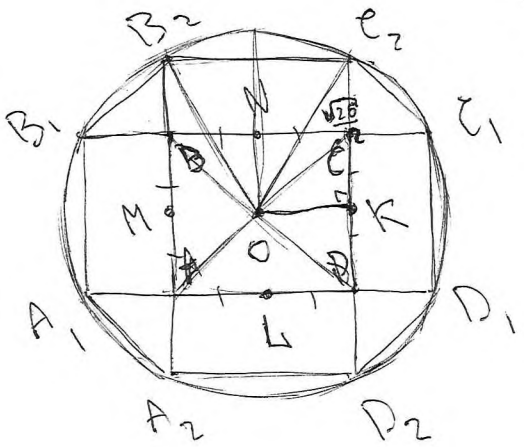
(описан. около $A_1B_1B_2C_2C_1D_2D_1A_2$)

Найти: $S_{ABCD}$

Решение

Пусть $ABCD$ – квадрат, тогда

$O$ – точка пересеч. диаг. $ABCD$




Проведём $OK \parallel BC$

$\triangle OC_2K$ ($\angle K = 90°$):

$OC_2 = R = \frac{\sqrt{26}}{2}$

$C_2K = \frac{a}{2} + 2 \Rightarrow CK = \frac{a}{2}$

$C_2C = 2$

$OK = \frac{a}{2}$

По теореме Пифагора

$OC_2^2 = C_2K^2 + OK^2$

$\frac{26}{4} = \left(\frac{a}{2} + 2\right)^2 + \frac{a^2}{4}$

$\frac{26}{4} = \frac{a^2}{4} + 2a + 4 + \frac{a^2}{4}$

$\frac{a^2}{2} + 2a = \frac{26}{4} - 4$

$\frac{a^2}{2} + 2a - \frac{10}{4} = 0 \quad | \cdot 4$

$2a^2 + 8a - 10 = 0 \quad | : 2$

$a^2 + 4a - 5 = 0$

$\begin{cases} a = -5 \text{ – посторонний корень} \\ a = 1 \end{cases}$

$S_{ABCD} = a^2 = 1.$

Ответ: 1.

6

Это надо было доказать!

Ответ не обоснован!

ШИФР: 199
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

Работа по физике/математике

Дата 6.04.2024
Вариант № 2
Площадка написания: НИЯУ МИФИ

*ФИО и рег. номер не указывать!*

**ОЦЕНКА**
(не заполнять)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ИТОГО | Подпись |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

2. $2x-7=[\lg(10^{2y}\cdot 3^{x})]-[\lg[10^{-y}\cdot 3^{x}]]$. $\Rightarrow x\in Z$ (Z - целые)

Путь $\lg(10^{2y}\cdot 3^{x})-[\lg(10^{2y}\cdot 3^{x})]=\{\lg(10^{2y}\cdot 3^{x})\}$

$\lg[10^{-y}\cdot 3^{x}]-[\lg[10^{-y}\cdot 3^{x}]]=\{\lg[10^{-y}\cdot 3^{x}]\}$

$10^{-y}\cdot 3^{x}-[10^{-y}\cdot 3^{x}]=\{10^{-y}\cdot 3^{x}\}$.

ОДЗ - ?

$2x-7=[\lg(10^{2y}\cdot 3^{x})]-[\lg[10^{-y}\cdot 3^{x}]]$

~~$2x-7=\lg 10^{2y}\cdot 3^{x}+\{\lg(10^{2y}\cdot 3^{x})\}-\lg[10^{-y}\cdot 3^{x}]-\{\lg[10^{-y}\cdot 3^{x}]\}$~~

~~$2x-7=\lg\left(\frac{10^{2y}\cdot 3^{x}}{[10^{-y}\cdot 3^{x}]}\right)+\{\lg(10^{2y}\cdot 3^{x})\}-\{\lg[10^{-y}\cdot 3^{x}]\}$~~

~~$2x-7=\lg 10^{2y}\cdot 3^{x}+\{\lg(10^{2y}\cdot 3^{x})\}-\lg(10^{-y}\cdot 3^{x}+\{10^{-y}\cdot 3^{x}\}$~~.

$2x-7=[\lg(10^{2y}\cdot 3^{x})]-\lg[10^{-y}\cdot 3^{x}]$

$2x-7=\left[\lg\frac{10^{2y}\cdot 3^{x}}{[3^{x}\cdot 10^{-y}]}\right]$

Переход ?!

$2x-7=\lg\frac{10^{2y}\cdot 3^{x}}{[3^{x}\cdot 10^{-y}]}-\left\{\lg\frac{10^{2y}\cdot 3^{x}}{[3^{x}\cdot 10^{-y}]}\right\}$

$2x-7=\lg\frac{10^{2y}\cdot 3^{x}}{3^{x}\cdot 10^{-y}-\{3^{x}\cdot 10^{-y}\}}-\left\{\lg\frac{10^{2y}\cdot 3^{x}}{3^{x}\cdot 10^{-y}-\{3^{x}\cdot 10^{-y}\}}\right\}$

519817
Регистрационный номер

Фамилия Бобылевич
Имя Арина
Отчество Андреевна

680
(не заполнять)

Подпись

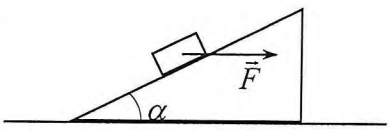
ЮНИОР

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

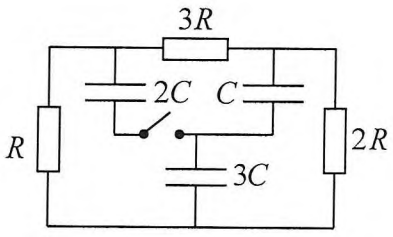
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

**1.** В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м$^3$, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

**2.** На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании $\alpha$. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу $F$. Трение между телом и клином отсутствует.




**3.** Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов $R$, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов $C$, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом $q$ (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты $Q_R$, $Q_{2R}$ и $Q_{3R}$ выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?




Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 680
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

Работа по физике

Дата 6.04.2024

Вариант № _____

Площадка написания: НИЯУ МИФИ

***ФИО и рег. номер не указывать!***

**ОЦЕНКА**
(не заполнять)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ИТОГО | Подпись |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 5 | 0 | 0 | | | 10 | |

Решение

1. Дано:

$V = 20\,л = 2 \cdot 10^{-2}\,м^3$

$V_0 = 0{,}5\,л = 0{,}5 \cdot 10^{-3}\,м^3$

$t = 20^\circ C = 293\,K$

$p_m = 1 \cdot 10^6\,Па$

$\rho = 800\,кг/м^3$

$\mu = 28 \cdot 10^{-3}\,кг/моль = 0{,}028\,кг/моль$

$R = 8{,}31\,\frac{Дж}{моль \cdot град}$

$t_0 - ?$

По закону Менделеева - Клапейрона

$$\begin{cases} p_0 V_0 = \frac{m}{\mu} R T_0 \\ pV = \frac{m}{\mu} R t \end{cases} \qquad p_m V = \frac{m}{\mu} R t_0$$

$$t_0 = \frac{p_m V \mu}{mR} = \frac{p_m V \mu}{\rho V R} = \frac{p_m \mu}{\rho R} \approx 167\,K$$

$$p = \frac{mRt}{\mu V} = \frac{\rho V_0 R t_0}{\mu V} = \frac{800 \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 8{,}31 \cdot 293}{0{,}028 \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = \frac{500 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{0{,}007} = 173{,}7 \cdot 10^6\,Па$$

$p > p_m \Rightarrow$ сосуд разорвет, т.к. образующееся давление превышает макс. внутреннее давление.

(5)

Ответ: сосуд Дьюара разорвет при температуре $t_0 = 167\,K$.

Лист 1 из 1

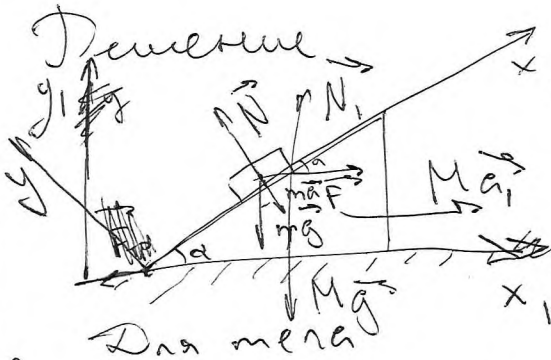
2. Дано:

$\alpha$

m

F

Решение




Для меня

По II закону Ньютона:

$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N}$

$Ox$: $\sin\alpha ma = F - \sin\alpha N$

$Oy$: $-\cos\alpha ma = \cos\alpha N - mg$

$$\begin{cases} Ox: -mg\cdot\sin\alpha + F\cos\alpha = 0 \\ Oy: -ma = N - F\sin\alpha - mg\cos\alpha \end{cases}$$

$F\cos\alpha = mg\sin\alpha$

$\Rightarrow F = mg\cdot\operatorname{tg}\alpha$

Для клина:

$M\vec{a} = M\vec{g} + \vec{N_1} + m\vec{a}$

$$\begin{cases} Ox_1: Ma_1 = ma\cdot\sin\alpha \\ Oy_1 = Mg = N_1 \end{cases}$

$M = \dfrac{ma\cdot\sin\alpha}{a_1}$

5

Ответ: $mg\cdot\operatorname{tg}\alpha$.

3 Дано:

R

2R

3R

C

2C

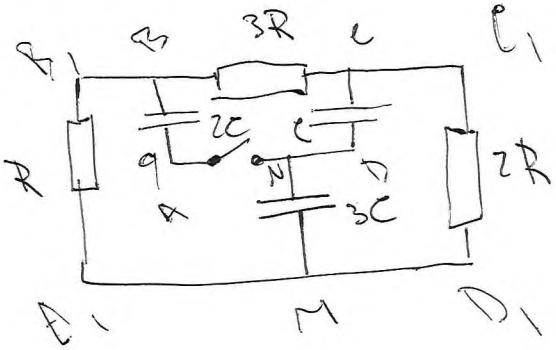
3C

q

$Q_R$, $Q_{2R}$,

$Q_{3R}$

Решение




В контуре ABCD:

$U + U_{2C} + U_C = I\cdot 3R$

0