575800
Регистрационный номер

Фамилия Кудрин
Имя Александр
Отчество Александрович
Подпись

197
(не заполнять)

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 2

1. По кругу написано 2024 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти сумму квадратов этих чисел.
2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $2x-7=\left[\lg\left(10^{2y}\cdot 3^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{-y}\cdot 3^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наибольшим возможным значением y.
3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $2+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\frac{\sqrt{26}}{2}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 197
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Юниор

Работа по МАТЕМАТИКЕ

Дата 06.04.24
Вариант № 2
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	0	0				1	

№1

$a_1^{a_{2024}}, \dots, a_6$
a_2 a_5
a_3 a_4

$a_1^2 = a_2 + a_3$
$a_2^2 = a_3 + a_4$
...
$a_{2024}^2 = a_1 + a_2$

$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{2023}^2 + a_{2024}^2 = a_2 + a_3 + a_3 + a_4 + a_4 + a_5 + \dots + a_{2023} + a_{2024} + a_{2024} + a_1 + a_1 + a_2 =$
$= 2(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2024})$

Ответ: $2(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2023} + a_{2024}) = ?$

1

№2

$2x - 7 = [\lg(10^{2y} \cdot 3^x)] - [\lg[10^{-y} \cdot 3^x]]$ ООЗ — ?

$10^{2y} \cdot 3^x > 0$ всегда $x, y \in \mathbb{Z}$
$10^{-y} \cdot 3^x > 0$ всегда
MAX y — ?

$2x - 7 = [\lg 10^{2y} + \lg 3^x] - [\lg[10^{-y} \cdot 3^x]]$
$2x - 7 = [2y + x \cdot \lg 3] - [\lg[10^{-y} \cdot 3^x]]$

0

Сравним $10^{2y} \cdot 3^x$ и $10^{-y} \cdot 3^x$ при том что основание логарифмов одинаковое и оба берут целое число при раскрытии [ ].
3^x всегда целое, т.к. $x \in \mathbb{Z}$ и $x > 0$, т.к. чем больше x, чем больше значение y нужно.
$(10^y)^2 \cdot 3^x$ $\cup$ $(10^y)^{-1} \cdot 3^x$ необходимо как можно меньше x, чтобы разница была меньше $x = 4$ $1 = [\lg(10^{2y} \cdot 81)] - [\lg[10^{-y} \cdot 81]]$
$1 = [2y + \lg 4] -$

Лист 1 из 1

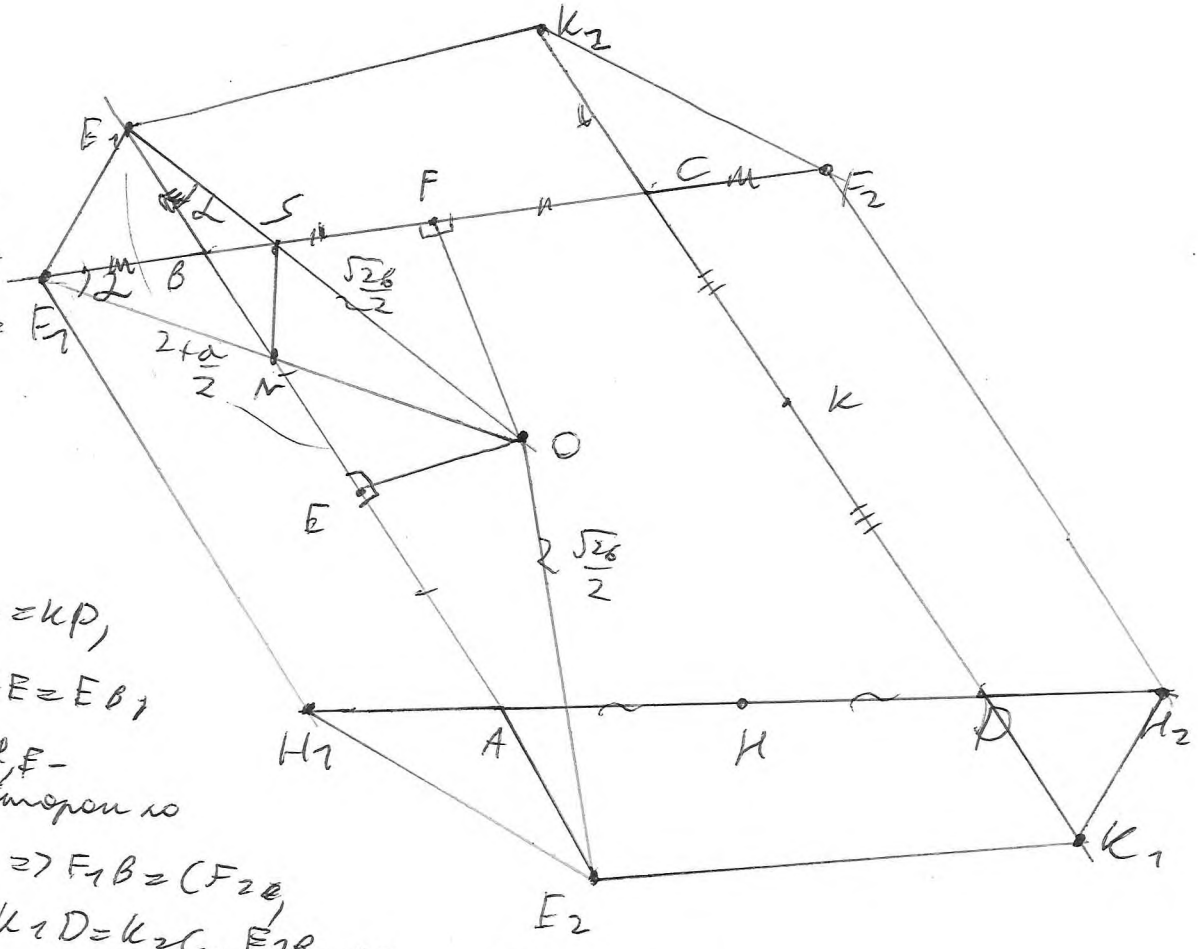
№3

Дано:

$\alpha = \frac{\sqrt{26}}{2}$

$E_1E = E_2E =$
$= H_1H = HH_2 =$
$= K_1K = KK_2 =$
$= F_1F = FF_2 =$
$= 2 + \frac{a}{2}$

S_{ABCD} - ?



Решение:

$BF = FC$, $CK = KD$,
$DH = HA$, $AE = EB$,
т.к. т. F, K, H, E - середины сторон по условию. $\Rightarrow F_1B = CF_2$,
$DH_2 = H_1A$, $K_1D = K_2C$, $F_1B = AE_2$. Проведём $E_1O = OE_2 = E_1O = R = \frac{\sqrt{26}}{2}$,
в $\triangle E_1OE_2$ проведём высоту и медиану EO, т.к. он равнобедренный.
По т Пифагора $OE = \sqrt{\frac{26}{4} - (4 + 2a + \frac{a^2}{4})} = \sqrt{\frac{1}{2} - 2a - \frac{a^2}{4}}$
в $\triangle E_1OE$ по т косинусов: $-\frac{a^2}{4} - 2a + \frac{1}{2} = \frac{26}{4} + 4 + \frac{a^2}{4} + 2a - 2(2 + \frac{a}{2}) \cdot \frac{\sqrt{26}}{2}$.
$\cdot \cos\angle EE_1O \Rightarrow \cos\angle EE_1O = \frac{a^2 - 8a - 7}{-\sqrt{26}(4+a)} = \alpha$. Проведём SN, т.к. $FO \perp F_1F_2$ аналогично EO. $\angle FE_1O = \alpha = \angle OE_1N \Rightarrow \square E_1F_1NS$
можно описать в окружность, т.к. углы опираются на SN, $\Rightarrow E_1B \cdot BN = SB \cdot BF_1$

Нет существ. продвижения

8