374

476449
Регистрационный номер

Фамилия РЕЗЧИКОВ
Имя ДЕНИС
Отчество ИГОРЕВИЧ

(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 10 класс

Вариант 3

1. Петя просматривал календарь 23 века, начиная с 2201 года и заканчивая 2300 годом. Он считал год с номером n «счастливым», если сумма частного и остатка от деления n на 100 являлась делителем числа n. Сколько «счастливых» лет насчитал Петя в 23 веке?
2. При каких значениях параметра a уравнение $\cos a\cdot(x-\cos a)^2+\operatorname{tg} a\cdot(x-\operatorname{tg} a)^2=0$ имеет единственное решение.
3. Окружность описана около равнобедренного треугольника $BCD\,(CB=CD)$. На ее дуге BD, не содержащей точки C, взята точка A так, что $\angle BAD=60^0$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$, если длина отрезка AC равна $2\sqrt[4]{3}$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 394
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

Работа по математике

Дата 06.04.2024
Вариант № 3
Площадка написания: НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
0	1	2				3	

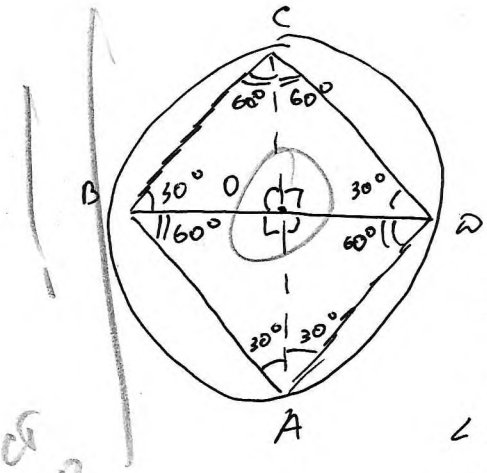
№3.

Дано:
$\triangle BCD$ - равноб тр
$CB = CD$
$A \in \cup BD$
$\angle BAD = 60°$
$AC = 4\sqrt{3}$

Найти:
S_{ABCD} - ?

Ответ:
$S_{ABCD} = 3$

Решение



1. Так пров AC : $AC \cap BD = O$
2. Т.к $\triangle BCD$ равноб (по усл) то AC - мед, вис, бис $\Rightarrow$
$\angle BCO = \angle BCD \cdot \frac{1}{2}$
$\angle BAO = \angle BAD \cdot \frac{1}{2} = 30°$
3. Т.к $A, B, C, D \in \omega(O, r)$ (по усл) $\Rightarrow$
$ABCD$ - вписанный четырехугольник $\Rightarrow$
$\angle BCD + \angle BAD = 120° \Rightarrow \angle BCD = 120°$
$\angle BCO = 60°$
4. $\angle CBO = 90° - \angle BCO = 30° = \angle CDO$ (по гипотенузе и острому углу)
$\angle ABO = 90° - \angle BAO = 60° = \angle ADO$
5. $\angle CDA = \angle CDO + \angle ADO = 90° \Rightarrow \triangle CDA$ - прям
симметрично $\triangle CBA$
6. $S_{ABCD} = 2 S_{ACD} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot CD \cdot AD = CD \cdot AD$
7. $CD = AC \cdot \cos 60° = \frac{AC}{2} = 4\sqrt{3}$
$AD = AC \cdot \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} AC = 4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$
$S_{ABCD} = (4\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$

2

№2.

$\cos a(x-\cos a)^2 + \operatorname{tg} a(x-\operatorname{tg} a)^2 = 0$. a -? ур имеет ед реш

$\cos a(x^2 - 2x\cos a + \cos^2 a) + \operatorname{tg} a(x^2 - 2\operatorname{tg} a\, x + \operatorname{tg}^2 a) = 0$ $\quad D(\operatorname{tg} a)$: $\cos a \neq 0$

$x^2(\cos a + \operatorname{tg} a) - 2x(\cos^2 a + \operatorname{tg}^2 a) + \cos^3 a + \operatorname{tg}^3 a = 0$

$\frac{D}{4} = (\cos^2 a + \operatorname{tg}^2 a)^2 - (\cos^3 + \operatorname{tg}^3 a)(\cos a + \operatorname{tg} a) = 0$

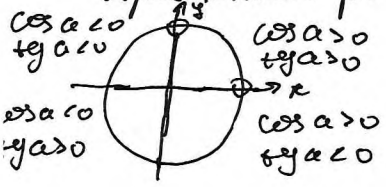
$\cos^4 a + \operatorname{tg}^4 a + 2\cos^2 a \operatorname{tg}^2 a - \cos^4 a - \cos^3 a \operatorname{tg} a - \cos a \operatorname{tg}^3 a - \operatorname{tg}^4 a = 0$

$2\cos^2 a \operatorname{tg}^2 a = \cos a \operatorname{tg} a(\cos^2 a + \operatorname{tg}^2 a)$

$\cos^2 a - 2\cos a \operatorname{tg} a + \operatorname{tg}^2 a = 0$, $\cos a \neq 0$, $\operatorname{tg} a \neq 0$

$\begin{cases} (\cos a - \operatorname{tg} a)^2 = 0 \\ \cos a \neq 0,\ \operatorname{tg} a \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos a = \operatorname{tg} a \\ \cos a \neq 0,\ \operatorname{tg} a \neq 0 \end{cases}$

При равенстве $\cos a$ и $\operatorname{tg} a$ их значения лежат в I чт и > 0



$\Rightarrow \cos^2 a = \operatorname{tg}^2 a \Leftrightarrow \cos^2 a = \frac{1-\cos^2 a}{\cos^2 a}$

$1 + \operatorname{tg}^2 a = \frac{1}{\cos^2 a}$

$\operatorname{tg}^2 a = \frac{1-\cos^2 a}{\cos^2 a}$

Замена $\cos^2 a = t$, $t > 0$

$t^2 + t - 1 = 0$

$D = 1 + 4 = 5$

$\begin{cases} t = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \\ t > 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

I.O $\cos^2 a = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$\cos a = \pm\sqrt{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}$

$a = \arccos\left(\sqrt{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}\right)$

Ответ: при $a = \arccos\left(\sqrt{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}\right)$ ур имеет ед реш

476449
Регистрационный номер

Фамилия Резчиков
Имя Денис
Отчество Игоревич

743
(не заполнять)

Подпись

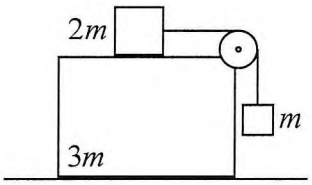
«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 10 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. Если к источнику ЭДС подключить некоторый резистор, ток через источник составит $I_1 = 0{,}18$ А. Если к тому же источнику подключить второй резистор (отключив первый), ток через источник составит $I_2 = 0{,}21$ А. Если же к этому источнику подключить оба резистора, соединенных последовательно, ток через источник составит $I_3 = 0{,}14$ А. Каким будет ток через источник, если его клеммы замкнуть накоротко?

3. В системе из трех тел массами m, $2m$ и $3m$ (см. рисунок) коэффициент трения между большим телом и горизонтальной поверхностью стола равен μ. При каких значениях μ большое тело будет неподвижным на поверхности стола? Блок и веревка невесомы, веревка нерастяжима.



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 743
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

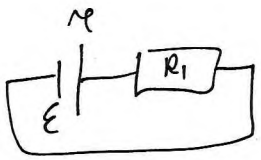
Работа по физике

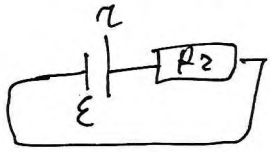
Дата 06.04.2024
Вариант № _____
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

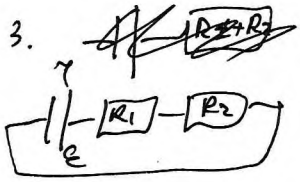
ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№2.
Дано:
$I_1 = 0{,}18\,A$
$I_2 = 0{,}21\,A$
$I_3 = 0{,}14\,A$
I_4 - ?
Ответ:
$I_4 \approx 0{,}31\,A$

1.


2.


3.


$\cancel{I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1+r}}$ $\cancel{I_2}$

$R_1 + r = \frac{\varepsilon}{I_1}$

$R_2 + r = \frac{\varepsilon}{I_2}$

$R_2 + R_1 + r = \frac{\varepsilon}{I_3}$

$R_1 + R_2 + r + r = \frac{\varepsilon}{I_1} + \frac{\varepsilon}{I_2}$

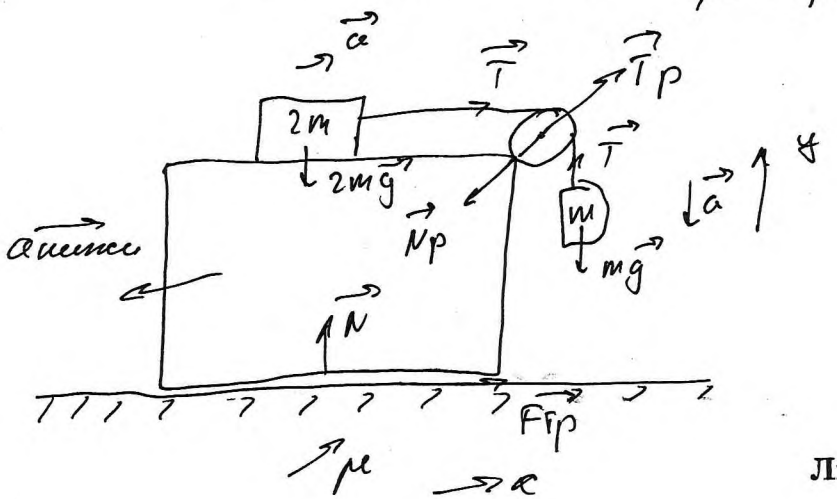
$r + \frac{\varepsilon}{I_3} = \varepsilon\left(\frac{I_2 + I_1}{I_2 I_1}\right)$

$r = \varepsilon\left(\frac{(I_2+I_1)I_3 - I_2 I_1}{I_1 I_2 I_3}\right)$

5

$I_4 = \frac{\varepsilon}{r} = \frac{I_1 I_2 I_3}{(I_2+I_1)I_3 - I_2 I_1} = \frac{0{,}18 \cdot 0{,}21 \cdot 0{,}14}{0{,}39 \cdot 0{,}14 - 0{,}18 \cdot 0{,}21}\,A \approx 0{,}31\,A$

№3.
Дано:
m - !
μ - ?



Лист 1 из 1

по 2 зак Ньютона 1) т.к нить невесома и нерастяжима то ускор у тела 2m и m одина ковые и равные $\vec{a}$

~~[illegible]~~ $Oy: -ma = T - mg$ $T = mg - ma$

$Ox: 2ma = T$ $T = \frac{2}{3} mg$ (+)

$3ma = mg$

$a = \frac{g}{3}$

) т.к на блок действ две силы $\vec{T}$ то их рез будет напр вверх по 45° а по 3 зак Ньютона блок действ на нити тело

с $\vec{Np} = -\vec{Tp}$ $|\vec{Tp}| = |\vec{T}\sqrt{2}|$ $|\vec{Np}| = |\vec{Tp}|$

Рассм сист тел $3m, 2m, m$

для того чтобы $\vec{a}$ нити $= 0$ $F_{тр} \geq F_{внеш}$

$\mu N \geq F_{внеш}$ $Ox: 0 = F_{тр} - Np_x$

на $Oy: N = 6mg$ $Np \cdot \cos 45° = \mu 6mg$

$\frac{2}{3} mg \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \mu 6mg$ $\mu \geq \frac{1}{9}$

Ответ: при $\mu \geq \frac{1}{9}$ нити тело ~~[illegible]~~ не будет неподвижно (2б)

№1.

Дано:

$V_0 = 20л$

$V_и = 0,5л$

$T_к = 293K$

$\rho = 800 кг/м^3$

$\mu = 28 г/моль$

$p_m = 10^6$ Па

$P_к = \frac{\nu R T_к}{V_0}$ у азота после испар будет объем V_0

$\nu = \frac{m}{M} = \frac{V_и \rho}{M}$

найдем конечное давление

$m = V_и \rho$

$P_к = \frac{V_и \rho R T_к}{M V_0} = \frac{10^{-3} \cdot 800 \cdot 8,31 \cdot 293}{2 \cdot 28 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-3}} =$

$\frac{10^5 \cdot 8,31 \cdot 293}{140} \approx 10^5 \cdot 16,362 \approx 10^6 \cdot 1,662$ Па

это больше в ≈1,662 раза чем может выдержать сосуд, значит его разорвет.

Ответ: его разорвет (4б)

ШИФР: 743
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

_____

Работа по_____

Дата _____
Вариант № _____
Площадка написания:

_____

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись