468714
Регистрационный номер

Фамилия Филиппов
Имя Артём
Отчество Александрович

195
(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 2

1. По кругу написано 2024 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти сумму квадратов этих чисел.

2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $2x-7=\left[\lg\left(10^{2y}\cdot 3^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{-y}\cdot 3^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наибольшим возможным значением y.

3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $2+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\frac{\sqrt{26}}{2}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 195
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Филиппов Артём Александрович

Работа по Математике

Дата 06.04.24
Вариант № 2
Площадка написания: МИФИ

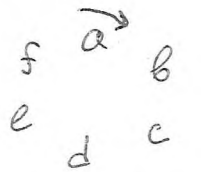
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	0	1				2	

№1

Проверим чему будет равна сумма квадратов этих чисел, если их будет 6 (6 - ~~как~~ так же чётное число, ~~как~~ как и 2024):



$a^2 = b + c$
$b^2 = c + d$
$c^2 = d + e$
$d^2 = e + f$
$e^2 = f + a$
$f^2 = a + b$

$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 + f^2 =$
$= 2(a + b + c + d + e + f)$

Значит, если по кругу будут написаны 2024 положительных числа ~~числа~~: $a_1, a_2, \ldots, a_{2024}$, то сумма их ~~в~~ квадратов равна удвоенной сумме всех чисел:

$a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_{2024}^2 = 2(a_1 + a_2 + \ldots + a_{2024})$

Так как ~~число~~ квадрат числа a_1, состоит из произв a_2 и a_3, а квадрат числа a_2 состоит из ~~произ~~ сумм чисел a_3 и a_4, то число a_3 два раза входит в ~~сумму~~ сумму квадратов ~~всех~~ всех чисел. ~~Это~~ ~~сумма~~ ~~всех~~ ~~чисел~~, ~~сумма~~ ~~сумма~~ ~~в~~ ~~квадрате~~ ~~квадрат~~ ~~числа~~ ~~а~~ ~~а~~, ~~сумма~~ ~~квадратов~~

ШИФР: 195
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Филиппов Артём Александрович

Работа по Математике

Дата 06.04.24

Вариант № 2

Площадка написания: МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

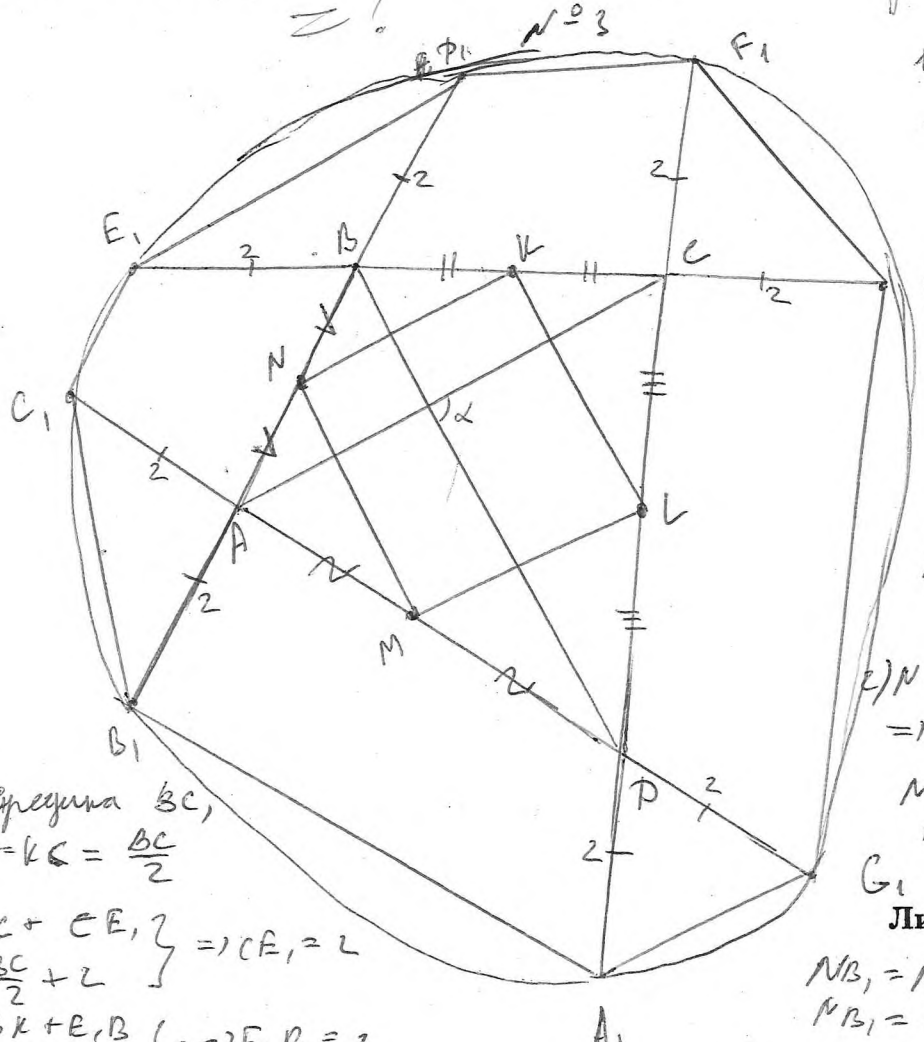
ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

Числа $a_1, a_4, a_5, \dots a_{2024}$ войдут два раза в сумму квадратов всех чисел по тому же принципу.

Ответ: сумма квадратов 2024 чисел равна удвоенной сумме всех 2024 чисел.

№3



1) M – середина AD,
$\Rightarrow MD = \frac{AD}{2}$,
$AM = \frac{AD}{2}$
$MG_1 = \frac{AD}{2} + 2 = E_1 = MD + 2$, $MG_1 = MD + G_1D$
$\Rightarrow DG_1 = 2$

$MC_1 = AM + AC_1$
$MC_1 = \frac{AD}{2} + 2 = AM + 2$
$\Rightarrow AC_1 = 2$

2) N – середина AB, $\Rightarrow$
$\Rightarrow NB = \frac{AB}{2}$, $AN = \frac{NB}{2}$
$ND_1 = \frac{AB}{2} + 2 = NB + 2$, $ND_1 = NB + BD_1$ $\Rightarrow BD_1$

$NB_1 = NA + AB_1$, $NB_1 = \frac{AB}{2} + 2$ $\Rightarrow AB_1 = 2$

3) K – середина BC,
$\Rightarrow BK = KC = \frac{BC}{2}$

$KE_1 = KC + CE_1$, $KE_1 = \frac{BC}{2} + 2$ $\Rightarrow CE_1 = 2$

$KE_1 = BK + E_1B$, $KE_1 = \frac{BC}{2} + 2$ $\Rightarrow E_1B = 2$

4) L – середина CD_1, => $CL = LP = \frac{CP}{2}$

$\left.\begin{array}{l} LF = CL + CF_1 \\ LF = \frac{CP}{2} + 2 \end{array}\right\}$ => $CF_1 = 2$

$\left.\begin{array}{l} LA_1 = LD + DA_1 \\ LA_1 = \frac{CP}{2} + 2 \end{array}\right\}$ => $PA_1 = 2$

Значит, $AC_1 = AB_1 = DG_1 = DA_1 = CE_1 = CF_1 = BD_1 = BE_1 = 2$

~~$CF_1KE = AB_1KC_1$, тоже выпуклый, образуется на~~

сечение

$S_{ABCD} = \frac{1}{2} BD \cdot AC \cdot \sin\alpha$

1

№ 2

Число $[\lg(10^{2y} \cdot 3^x)]$ при наибольшем значении y будет больше, чем $[\lg[10^{-y} \cdot 3^x]]$, => $2x - 7 > 0$

$2x > 7$

$x > 3,5$

обоснование?

При $x = 5$:

$10 - 7 = [\lg(10^{2y} \cdot 3^5)] - [\lg[10^{-y} \cdot 3^5]]$

$3 = [\lg(10^{2y} \cdot 243)] - [\lg[\frac{243}{10^y}]]$

~~Верно соответствует:~~ Верно только при $y = 1$:

$3 = [\lg(24300)] - [\lg[\frac{243}{10}]]$

$3 = 4 - 1$

$3 = 3$.

(5; 1) – одна из подходящих пар

468714
Регистрационный номер

Фамилия Белинтов
Имя Артём
Отчество Александрович

678
(не заполнять)

Подпись

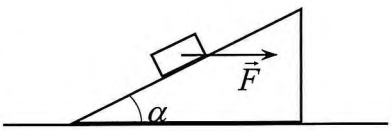
ЮНИОР

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

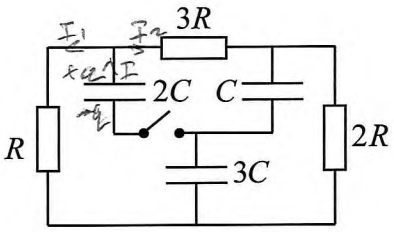
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 678
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Филиппов Артём Александрович

Работа по Физике

Дата 06.04.24

Вариант № _____

Площадка написания: МИФИ

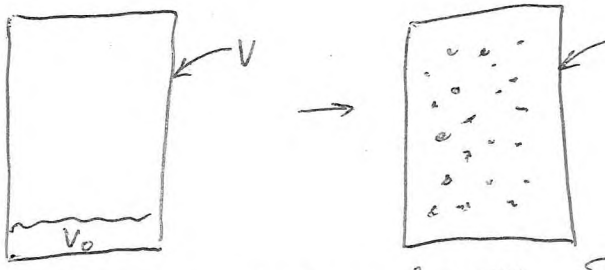
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
5	5	3				13	

№1

Дано:
$V = 20л = 0,02м^3$
$V_0 = 0,5л = 0,0005м^3$
$t = 20°C$
$p_m = 1 \cdot 10^6$ Па
$\rho = 800 \frac{кг}{м^3}$
$\mu = 0,028$ кг/моль
$R = 8,31 \frac{Дж}{моль \cdot °C}$



$T = t + 273 = 20 + 273 = 293K$

Найдём, какое давление будет в сосуде после того, как азот испарится и нагреется до температуры T:

$pV = \nu RT$, где ν – количество азота в сосуде

$\nu = \frac{m}{\mu}$, где m – масса азота

$pV = \frac{m}{\mu} RT$

$mRT = pV\mu$

$p = \frac{mRT}{V\mu}$

$\rho = \frac{m}{V_0}$, $\Rightarrow m = \rho V_0$; $p = \frac{\rho V_0 RT}{V\mu}$

$$p = \frac{800 \cdot 0,0005 \cdot 8,31 \cdot 293}{0,02 \cdot 0,028} = \frac{800 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 831 \cdot 10^{-2} \cdot 293}{2 \cdot 10^{-2} \cdot 28 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= \frac{800 \cdot 5 \cdot 831 \cdot 293 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 28 \cdot 10^{-5}} = \frac{400 \cdot 5 \cdot 831 \cdot 293}{28 \cdot 10} = \frac{100 \cdot 5 \cdot 831 \cdot 293}{7} \approx 1739164 =$$

$= 1,739164 \cdot 10^6$ Па

Так как максимальное внутреннее давление, которое выдерживает стенки сосуда равно $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па, а $1,739164 \cdot 10^6$ Па $> 1 \cdot 10^6$ Па, то сосуд разорвёт.

Найдём температуру ~~газа~~ азота внутри сосуда, при которой сосуд не разорвёт. Тогда давление азота внутри сосуда после его нагревания ~~нагревания~~ должно быть меньше или равно максимальному ~~внутр~~ внутреннему давлению p_m.

$$p = \frac{mRT_0}{V\mu}$$

$$\frac{mRT_0}{V\mu} \le p_m \mid \cdot V\mu \; ; \; V\mu \neq 0$$

$$mRT_0 \le p_m V\mu$$

$$T_0 \le \frac{p_m V\mu}{mR} \; ; \; T_0 \le \frac{p_m V\mu}{\rho V_0 R}$$

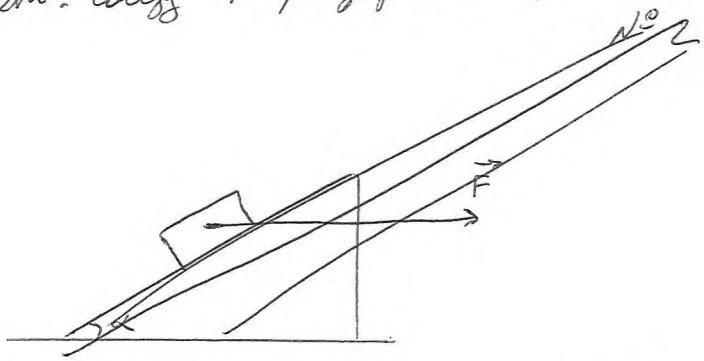
$$T_0 \le \frac{1 \cdot 10^6 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}028}{800 \cdot 0{,}0005 \cdot 8{,}31} = \frac{10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{800 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 831 \cdot 10^{-2}} = \frac{10^6 \cdot 2 \cdot 28 \cdot 10^{-5}}{800 \cdot 5 \cdot 831 \cdot 10^{-6}}$$

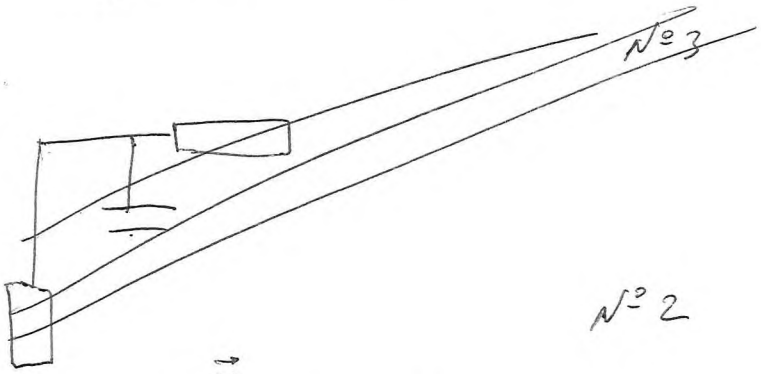
$$= \frac{10^7 \cdot 28}{400 \cdot 5 \cdot 831} = \frac{10^7 \cdot 7}{100 \cdot 5 \cdot 831} = \frac{10^7 \cdot 7}{415500} \approx 168\,K$$

$T_0 \le 168\,K$

$T_0 \le$ ~~[illegible]~~ $-105^\circ C$.

Ответ: если азот нагреется до температуры $20^\circ C$, то сосуд разорвет. Сосуд не разорвёт при температуре азота $\le -105^\circ C$.



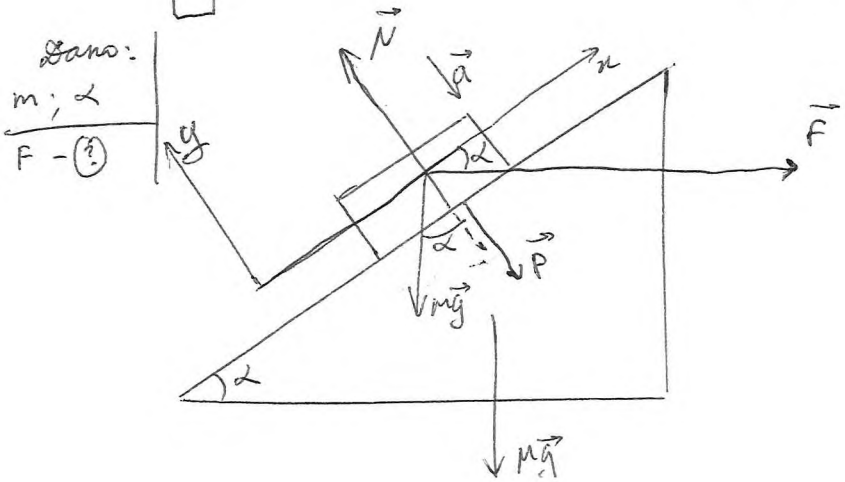


№ 2

Дано:

m; α

$F - ?$



Для тела:

Ox: $F \cdot \cos\alpha - mg\sin\alpha = 0$

$F\cos\alpha = mg\sin\alpha$

$$F = \frac{mg\sin\alpha}{\cos\alpha} = mg\,tg\,\alpha$$

Ответ: $mg\,tg\,\alpha$.

ШИФР: 678
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Филиппов Артём Александрович

Работа по Физике

Дата 06.04.24

Вариант № _____

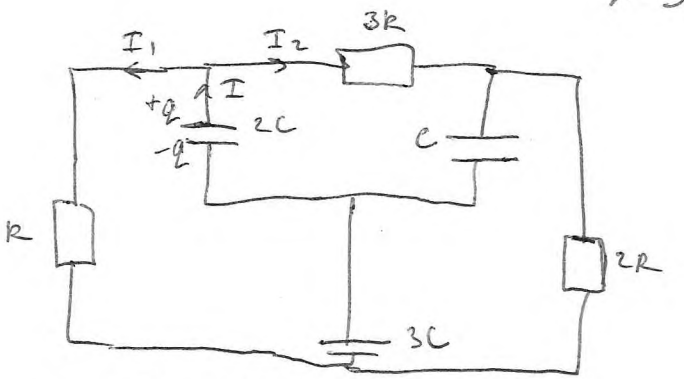
Площадка написания: МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№3



Перед замыканием ключа конденсатор 2C обладал энергией $W_{2C} = \frac{q^2}{2 \cdot 2C} = \frac{q^2}{4C}$ (Ф)

После замыкания ключа энергия конденсатора 2C высвободилась на резисторах

~~$I = I_1 + I_2$~~

Резисторы 3R и 2R соединены последовательно, => их общее сопротивление равно $R_{23} = 3R + 2R = 5R$

Резистор R и соединён параллельно с последовательным соединением резисторов R, 3R и 2R, => $V_1 = V_2$; V_1 - напряжение на R
V_2 - напряжение на R_{23}

$$V_1 = I_1 R$$
$$V_2 = I_2 R_{23} = 5 I_2 R$$
$$I_1 R = 5 I_2 R$$
$$I_1 = 5 I_2$$

За некоторое время t: $Q_R = I_1^2 R t$, $Q_{3R} = I_2^2 3R t$, $Q_{2R} = I_2^2 2R t$

$$\frac{Q_R}{Q_{3R}} = \frac{I_1^2 R t}{I_2^2 3R t} = \frac{25 I_2^2}{I_2^2 \cdot 3} = \frac{25}{3}$$

Q

Q_{23} – тепло, которое выделилось на 2R и 3R

За некоторое время t: $\frac{Q_R}{Q_{23}} = \frac{I_1^2 R t}{I_2^2 5R t} = \frac{25 I_2^2 R t}{I_2^2 \cdot 5RT} = 5$

$Q_R = 5 Q_{23}$

$Q_R + Q_{23} = W_{2C}$

$5Q_{23} + Q_{23} = W_{2C}$

$6Q_{23} = \frac{q^2}{4C}$

$Q_{23} = \frac{q^2}{24C}$; $Q_R = \frac{q^2}{4C} - \frac{q^2}{24C} = \frac{5q^2}{24C}$

$\frac{Q_{3R}}{Q_{2R}} = \frac{I_2^2 \cdot 3R t}{I_2^2 \cdot 2R t} = \frac{3}{2}$; $Q_{3R} = \frac{3}{2} Q_{2R}$

$Q_{23} = Q_{3R} + Q_{2R} = \frac{3}{2} Q_{2R} + Q_{2R} = \frac{5}{2} Q_{2R}$

$Q_{2R} = \frac{2}{5} Q_{23} = \frac{2}{5} \cdot \frac{q^2}{24C} = \frac{q^2}{60C}$

$Q_{3R} = \frac{5q^2}{24C} - \frac{q^2}{60C} = \frac{300q^2 - 24q^2}{1440C} = \frac{216q^2}{1440C} = \frac{108q^2}{720C}$

Ответ: $Q_R = \frac{5q^2}{24C}$; $Q_{2R} = \frac{q^2}{60C}$; $Q_{3R} = \frac{8q^2}{45C}$.

$Q_{2R} = \frac{q^2}{60C}$; $Q_{3R} = \frac{8q^2}{45C}$

$Q_{3R} = \frac{108q^2}{720C} = \frac{64q^2}{360C} = \frac{32q^2}{180C} = \frac{16q^2}{90C} = \frac{8q^2}{45C}$

1 3