468558
Регистрационный номер

Фамилия Тужилкина
Имя Елизавета
Отчество Максимовна

193
(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 2

1. По кругу написано 2024 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти сумму квадратов этих чисел.
2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $2x-7=\left[\lg\left(10^{2y}\cdot 3^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{-y}\cdot 3^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наибольшим возможным значением y.
3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $2+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\frac{\sqrt{26}}{2}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 193
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

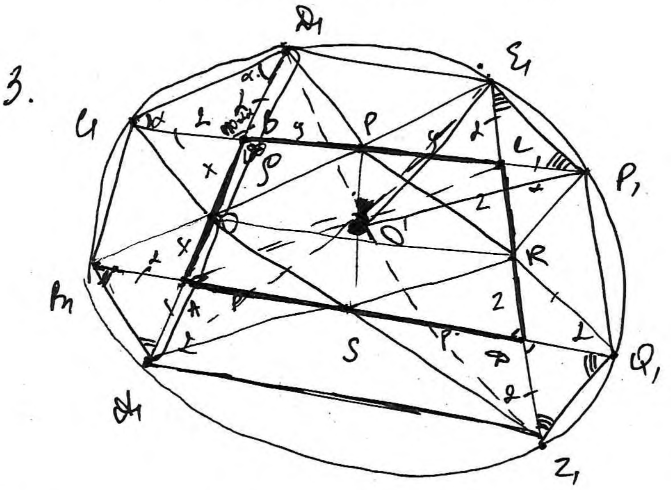
Работа по математике

Дата 6.04.2024
Вариант № 2
Площадка написания: МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	0	1				2	

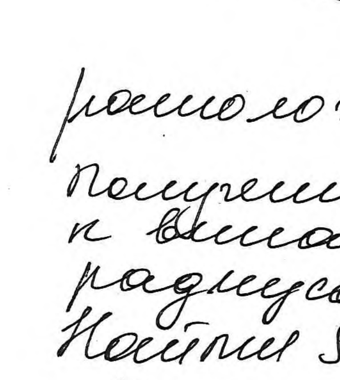
3.



Дан произвольный выпуклый четырех-к ABCD.
пусть т-ки O, P, R, S – середины сторон AB; BC; CD; DA соответственно
пусть на $\rho = 2 + \frac{a}{2}$ от центра каждой стороны
расположены точки:
$\rho_1(O; D_1) = \rho(O; A_1) = 2 + \frac{AB}{2}$;
$\rho_2(P; C_1) = \rho(P; P_1) = 2 + \frac{BC}{2}$
$\rho_3(R; E_1) = \rho(R; Z_1) = 2 + \frac{DC}{2}$
$\rho_4(S; B_1) = \rho(S; D) = 2 + \frac{AD}{2}$

Полученный восьмиуг-к вписан в ок-ть радиусом R; $R = \frac{\sqrt{26}}{2}$.
Найти S(ABCD) – ?

Найдем ~~...~~ BD_1: $BD_1 = \rho - OB$; OB – середина AB. $OB = \frac{AB}{2}$
$BD_1 = 2 + \frac{AB}{2} - \frac{AB}{2} = 2$; $B_1D = AA_1$: $AA_1 = \rho - OA = 2 + \frac{AB}{2} - \frac{AB}{2} = 2$
аналогично д-м, что. $CB = CP_1 = 2$; $E_1C = DZ_1 = 2$; $B_1A = DQ_1 = 2$;
т.о. из вершин данного 4-ка приложены равнобедр-е △ ~~...~~ со ст-ми = 2. т.к. стороны получ. △ равны



~~...~~ Пусть A_1E_1 и D_1Z_1 – диаг-ли данного 8-ка;
тогда $A_1E_1 \cap D_1Z_1 = O$;
~~...~~ $\angle D_1OE_1 = A_1OZ_1$
~~данный 8-к пр-й. значит~~
пусть O' – центр окр-ти
OE_1 и OP_1 – радиусы

ничего не найдено!

Лист 1 из 2

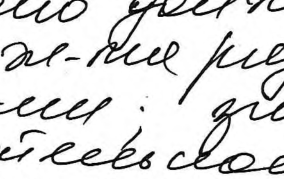
1. дана п-ть. Известно, что $x_1^2 = x_2 + x_3$

Найти: $\sum_{1}^{2024}(x_i)^2$ — ? $\quad x_2^2 = x_3 + x_4 \ldots$

$x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_{2023}^2 + x_{2024}^2 =$

$= x_2 + x_3 + x_3 + x_4 + x_4 + x_5 + \ldots + x_{2024} + x_1 + x_1 + x_2 =$

$= 2(x_1 + x_2 + \ldots + x_{2023} + x_{2024})$.

то сумма квадратов данного ряда чисел равна 2-м суммам этих чисел.
т.к. отрицательные числа не входят в данную пос-ть, то либо квадрат числа — ед. x^2 равен сумме $x+x$, тогда пос-ть будет монотонной, либо она будет монотонно возрастать, но: дойдя до последнего числа, которое будет являться наиб. в ряду чисел из-за его монотонности оно должно быть равно сумме 1 и второго эл-та ряда, которые являются наим-ми: значит данная последовательность монотонна и ~~ее сумма~~ сумма ее квадратов равна $2(2024 \cdot x)$ где x — ед-й член пос-ти,
x удовлетворяет условию что $x^2 = 2x$.
такие числа: $x = 2$.
проверим:  $2^2 = 4$. — верно

значит сумма пос-ти равна $2 \cdot 2024 \cdot 2 = 4096$

ШИФР: 193

(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада юниор

Работа по математике

Дата 6.04.2024

Вариант № 2

Площадка написания: МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА

(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

1) проф-е

Д-м что данная сумма единственная

пусть Σx_n – пок-ли удовлетвор. усл. условию

и x_{n1}

не указано!

2. $2x-7 = [\lg(10^{2y}\cdot 3^x)] - [\lg[10^{-y}\cdot 3^x]]$ т.к. в пр-т. нах-ся р-ть целых чисел, то $2x-7$ тоже явл. цел

преоф-ем правую часть ур-я: $[\lg(10^{2y}\cdot 3^x)] - [\lg[10^{-y}\cdot 3^x]] \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow [\lg 10^{2y} + \lg 3^x] - [\lg[10^{-y}] + \lg[3^x]] = [2y] + [\lg 3^x] + [y] - [\lg[3^x]] \Leftrightarrow$

= ~~$[2y] + [y] -$~~

0

468558
Регистрационный номер

Фамилия Гужикина
Имя Елизавета
Отчество Максимовна

676
(не заполнять)

Подпись

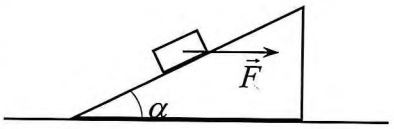
ЮНИОР

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

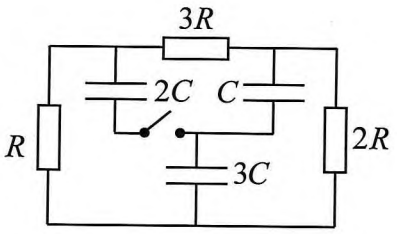
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 676
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

Работа по физике

Дата 6.04.2024

Вариант № _____

Площадка написания: МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
4	5	2				11	

№1 Дано
$V = 20\cdot10^{-3}$ м^3
$V_0 = 0{,}5\cdot10^{-3}$ м^3
$T = 293$ К
$p_м = 10^6$ Па
$\rho = 800\ \frac{кг}{м^3}$
$\mu = 28\cdot10^{-3}\ \frac{кг}{моль}$
$T_м$ - ?

Решение (жижиной газ имеет низкую температуру T_0; при нагревании ж-ти часть времени происходит процесс расширения, из ур-я мед. клапейрона $pV = \frac{m}{M}RT$:
Тк сосуд закрыт, то парциальное давление воздуха и азота (сил) в нем по 3-му Дальтона $p_0 = p_в$; при испарении объем азота увеличивается, а общий объем остается неизменным. $p_0 = p_A + p_в$. давление азота растет, сосуд разорвёт, если p внутри сосуда станет больше $p_м$ $p > p_м$

$p_м V = \frac{m}{M}RT$; $m = \rho V$ где $p_м = p_A + p_в$; $V = V_a + V_в = V$ — для ж-ти; для испарившегося азота $pV = \nu RT$

Так разорвёт или нет?

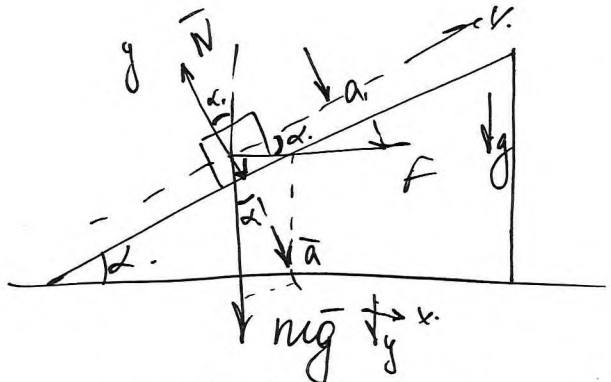
пусть $p_м = p$; сосуд разорвем, тк изначально весь объем занимает воздух и сжиж. газ V_0; при нагревании в закрытом сосуде т.е. при изохорном нагревании давление и температура пропорц. рассуд. $p_м = p_в + p_a$

$p_a = \frac{mRT_м}{MV}$; $T_м = \frac{MV}{mRp_a}$ из (1) следует что $p_a = p_м - p_в$; $p_м$ - давление при т в объеме V_0 для воздуха и азота

$T_{м_ж} = \frac{28\cdot10^{-3}\cdot20}{800\cdot8{,}31\cdot0{,}5}$

4

2.



F ? $F_{тр}$

$\bar{a} \uparrow\uparrow \bar{F}_p$ где F_p – р-л, вых. или д. на тела

Дано
α; F
a;

по II зн.

oy: $mg\cos\alpha - N = m\bar{a}$

ox: $F\cos\alpha = mg\sin\alpha$

x: $F - N\sin\alpha = ma\sin\alpha$. $F = \frac{mg\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\quad F = mg\,tg\alpha$.

y: $N\cos\alpha - mg = ma\cos\alpha$; $\quad \frac{mg\cos\alpha - ma}{m} = N$

$F = ma\sin\alpha + N\sin\alpha =$

$= \sin\alpha(ma + N) = \sin\alpha\left(N - \frac{mg}{\cos\alpha} + N\right) = 2N\sin\alpha - mg\,tg\alpha$

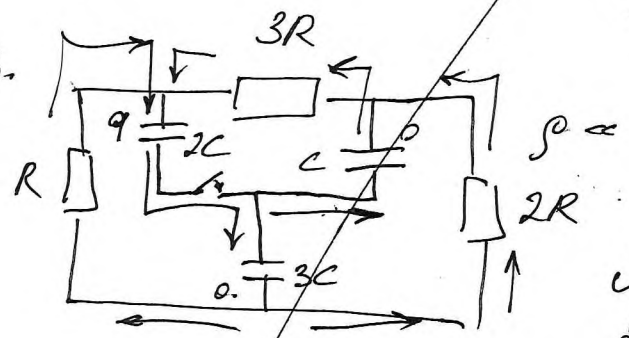
$ma = \frac{N\cos\alpha - mg}{\cos\alpha} = N - \frac{mg}{\cos\alpha} \cdot \ominus \frac{2mg\,tg\alpha\,\cancel{\sin\alpha}}{\cancel{\sin\alpha}} - mg\,tg\alpha = mg\,tg\alpha$

$F = 2N\sin\alpha - mg\,tg\alpha = mg\,tg\alpha$.

$\cancel{2}N\sin\alpha = \cancel{2}tg\alpha\, mg$

$N = \frac{mg\,tg\alpha}{\sin\alpha}$

3.



до замыкания ключа на конденсаторе 2C имеется энергия $W = \frac{q^2}{2C_2} = \frac{q^2}{4C}$

после замыкания ключа в цепи потечет ток

ШИФР: 676
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор
Работа по физике

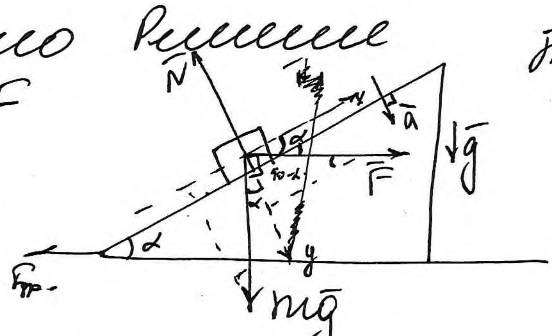
Дата 6.04.24
Вариант №
Площадка написания:
МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№2 Дано: m; α; F
$F_{тр}=0$
$g=10\ м/с^2$

Решение



Трением пренебрегаем и пренебрегаем: $\vec{F_р} \uparrow\uparrow \vec{a}$ где $F_р$ — равнодействующая сила, действующая на тело. по II закону Ньютона $\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F} = m\vec{a}$

введем оху — систему координат с произвольным выбором напр-я осей $oy \equiv \vec{a}$; $ox \perp oy$.
в проекциях на оси: oy: $ma = mg\cos\alpha - N + F\sin\alpha$.
ox: $F\cos\alpha = mg\sin\alpha$

система тело + клин начинает двигаться вправо вдоль склона ~~[illegible]~~

$$F = \frac{mg\sin\alpha}{\cos\alpha} = mg\,tg\alpha.$$ (5)

значит тело покоится относительно клина и движется вместе с ним вдоль склона т.к. перемещения по оу тело не сов-т.

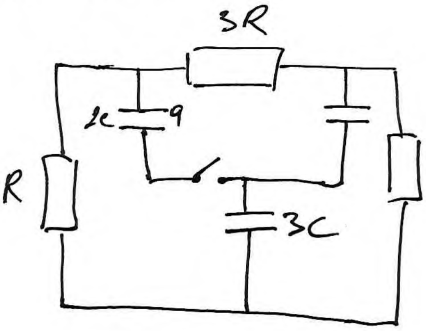
13. Дано

$R; 2R; 3R;$
$C; 2C; 3C;$
q

Найти

$Q_R; Q_{2R}; Q_{3R}$.

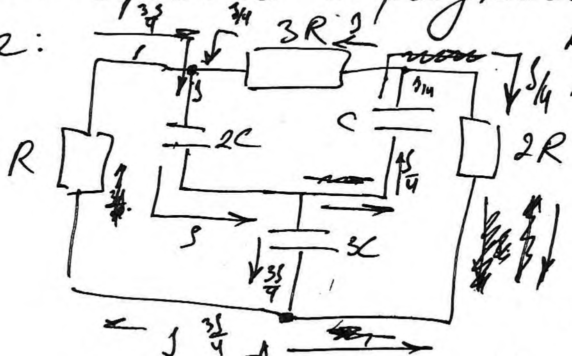
Решение



$Q = JUt$ ->

Источники напр-я в цепи нет, цепь замкнута, значит будем р-ть ее как замкнутост к.к.

в момент времени t_0 конденсатор $C_2 = 2C$ заряжен: до заряда q: а значит обладает энергией $W = \frac{q^2}{2C}$, ток не течет; после замыкания ключа в цепи возникает ток, направление которого определим по правилу Кирхгофа:



когда замкнули ключ конденсатор стал разряжаться при этом заряжая конденсаторы C и $3C$;

$W_C = \frac{q_c^2}{2C}$ $W_{3C} = \frac{q_x^2}{6C}$

$J = \frac{\Delta q}{\Delta t}$; ч-з 1й конденсатор проходит ток; зарядив конденсаторы C и $3C$; когда они станут разряжаться

энергия конд C: $= 2W$ а на конденсаторе $3C$: $1{,}5W$

значит токи поделятся и через сод. конденсаторы сост. $\frac{1}{4}$ и $\frac{3J}{4}$; в т A цепь разветвляется ... значит по з-ну Ома $U_R = \frac{3J}{4}R$ $U_{2R} = \frac{3J}{4}2R$

где $U_R = 2U_{2R}$ тогда ток $\frac{3}{4}$ пройдет ч-з резистор 3R т.к. сумма токов не должна превышать J (следует из закона сохранения энергии)

тогда $Q = JU\Delta t = J^2R\Delta t$: для R: $Q_{R_1} = 3\left(\frac{3J}{4}\right)^2 R\Delta t = \frac{3}{4}\frac{\Delta q}{\Delta t}R\Delta t = \frac{9}{4}qR$.

$Q_{R_2} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 2R\Delta t = \frac{1}{8}qR$

$Q_{R_3} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 3R\Delta t = \frac{3}{16}qR$.

(—)

(2)