466187
Регистрационный номер

Фамилия Янпольская
Имя Ирина
Отчество Вадимовна

190
(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 4

1. По кругу написано 25 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти квадрат суммы этих чисел.
2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $2x+1=\left[\lg\left(10^{-y}\cdot 5^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{4y}\cdot 5^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наименьшим возможным значением y.
3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $4+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\frac{\sqrt{130}}{2}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 190
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

ЮМИОР

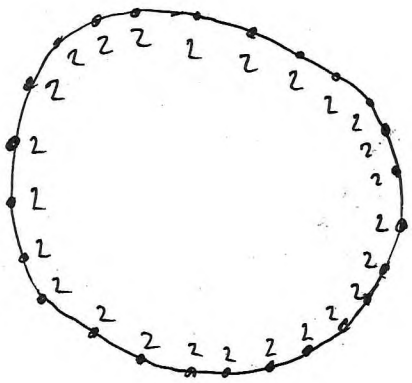
Работа по Математике

Дата 6.04.2024
Вариант № 4
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	0	0				1	

1)



Квадрат числа 2 - это 4.
2+2=4 ⇒ весь круг можно составить из 2.
Сумма всех 25 двоек:
25·2 = 50
Квадрат суммы двоек:
50^2 = 2500

Ответ: 2500

Иного варианта не может быть, потому что числа в квадрате очень быстро растут и под конец круга, когда надо будет возвращаться к первому числу, оно будет слишком маленьким для того чтобы соответствовать условию. Если не попробовать составить круг из других одинаковых чисел (не 2), то также ничего не получится, так как только две 2 при сложении и умножении друг на друга дают одно и то же число.

Пример 1:
1·1 = 1
1+1 = 2
} не подходит

Пример 2:
3·3 = 9
3+3 = 6
} не подходит

Пример 3:
10·10 = 100
10+10 = 20
} не подходит и мы видим уже очень большую разницу.

1

2) $2x+1 = [\log_{10}(10^{-y}\cdot 5^{x})] - \log_{10}[10^{4y}\cdot 5^{x}]]$

$2x+1 = \log_{10}\left(\frac{5^{x}}{10^{y}\cdot 10^{4y}\cdot 5^{x}}\right)$

$2x+1 = \log_{10} 10^{-5y}$

$2x+1 = -5y$

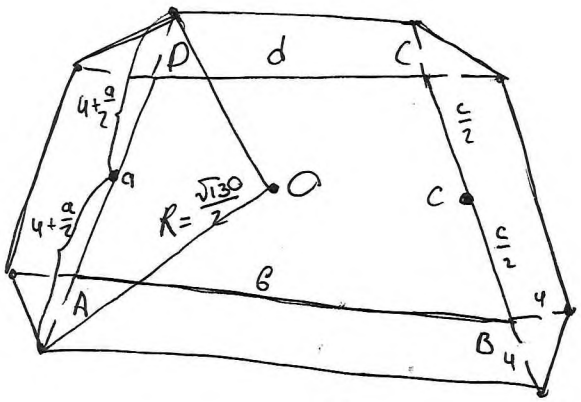
$2x+5y = -1$

$y = \frac{-1-2x}{5}$ (функция убывающая)

На место x подходят такие числа:

$x = 2; 7; 12; 17$ (и т.д.) Т.к. два числа ($4y$, $4x$) должны быть целые

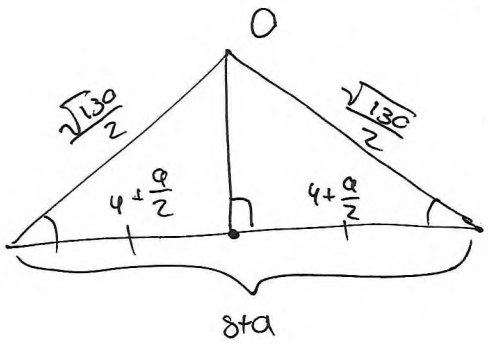
3)



$4+\frac{a}{2}+4+\frac{a}{2}-a =$

$= 8+a-a = 8$

$\frac{8}{2} = 4$ (все стороны продлены на одно и то же число 4)



треугольник равнобедренный, т.к. радиус один.

466187
Регистрационный номер

Фамилия Янпольская
Имя Ирина
Отчество Вадимовна

674
(не заполнять)

Подпись

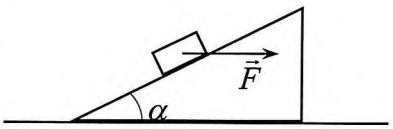
ЮНИОР

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

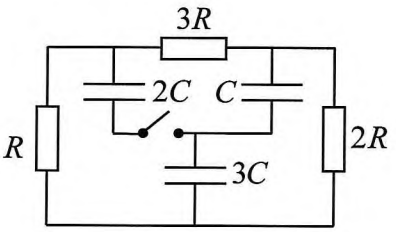
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 674
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Юниор

Работа по физике

Дата 06.04.2024
Вариант № _____
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
5	5	0				10	

1) Дано:

$V = 20 \cdot 10^{-3}\ м^3$
$V_0 = 0{,}5 \cdot 10^{-3}\ м^3$
$T = 20° = 293\ K$
$p_m = 10^6\ Па$
$\rho_{аз} = 800\ кг/м^3$
$\mu = 28 \cdot 10^{-3}\ \frac{кг}{моль}$
$R = 8{,}31\ \frac{Дж}{моль \cdot град}$

$p - ?\ T - ?$

Решение:

1) Масса азота:

$m_{аз} = \rho_{аз} \cdot V_0 = 0{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 800 = 40 \cdot 10^{-2}\ (кг)$

2) По закону Менделеева-Клапейрона:

$pV = \nu RT$

$p = \frac{m_{аз} RT}{\mu \cdot V} = \frac{40 \cdot 10^{-2} \cdot 8310 \cdot 10^{-3} \cdot 293}{28 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-2}} =$

$= \frac{12174150}{4} \approx 1739164\ (Па)$

$p > p_m$ $(1739164 > 1000000) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Да, сосуд разорвет (+)

3) $p_m V = \nu RT$ (когда p достигнет max значения → сосуд разорвет, так что можно посчитать T когда это произойдет)

$T = \frac{p_m V}{\frac{m_{аз} R}{\mu}} = \frac{10^6 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-2} \cdot 8{,}31} = \frac{28}{2 \cdot 10^{-2} \cdot 8{,}31} \approx 168{,}5\ (K)$ (+) (5)

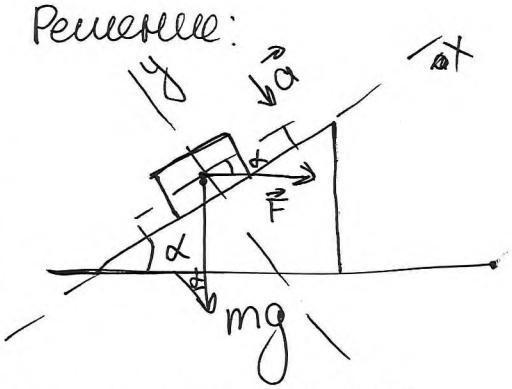
4) $168{,}5 - 273 = -104{,}5°$ (+/−)

Ответ: Сосуд разорвет и это произойдет при температуре −104,

2) Дано:
$\angle\alpha$; m
$a \perp$ оси x

$F - ?$

Решение:



Спроецируем силы на ось ox:

$F\cos\alpha = mg\sin\alpha$ (проекция ускорения равна 0)

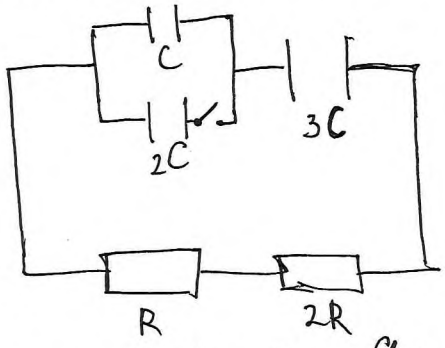
$F = \frac{mg\sin\alpha}{\cos\alpha}$

Ответ: $F = \frac{mg\sin\alpha}{\cos\alpha} = mg\,tg\alpha$

3) Дано:
$R; 2R; 3R$
$C; 2C; 3C$
q

$Q_R - ?\ Q_{2R} - ?$
$Q_{3R} - ?$

Решение:
Эквивалентная схема:



Ток не пойдет через резистор R_3 - так как ток выбирает путь с наименьшим сопротивлением

$q = 2CU \Rightarrow U = \frac{q}{2C} = \frac{q_2}{C} \Rightarrow q_2 = \frac{q}{2}$

$q_{об} = q + q_2 = \frac{3}{2}q$

На конденсаторе $3C$:

$q_3 = 3CU \Rightarrow U = \frac{\frac{3}{2}q}{3C} = \frac{q}{2C}$

$q = 2CU_3$

$Q_R = \frac{U^2}{R}t$

$Q_{2R} = \frac{U^2}{2R}t$

$Q_{3R} = 0$