439581
Регистрационный номер

Фамилия Добычин
Имя Артём
Отчество Константинович

(не заполнять)

Добычин
Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 2

1. По кругу написано 2024 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти сумму квадратов этих чисел.

2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $2x-7=\left[\lg\left(10^{2y}\cdot 3^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{-y}\cdot 3^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наибольшим возможным значением y.

3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $2+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\frac{\sqrt{26}}{2}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Юниор

Работа по математике

Дата 06.04.2024
Вариант № _____
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	0	1				2	

1.5? Рассмотрим ситуацию когда числа на окружности (x, y, z, d); тогда:

$$\begin{cases} x^2 = y+z; \\ y^2 = z+d; \\ z^2 = d+x; \\ d^2 = x+y; \end{cases}$$

$x^2+y^2+z^2+d^2 = y+z+z+d+d+x+x+y = 2(x+y+z+d)$

$x^2+y^2+z^2+d^2 = 2(x+y+z+d)$ 1. Это уравнение справедливо и для 2024 чисел

$\Rightarrow \sum_{i=0}^{2024} x_i^2 = 2\sum_{i=0}^{2024} x_i$

не доказано!

Раскроем ур-е 1:

$x^2+y^2+z^2+d^2 = 2x+2y+2z+2d$

$x^2-2x+y^2-2y+z^2-2z+d^2-2d = 0$

2. $x(x-2)+y(y-2)+z(z-2)+d(d-2) = 0$

Ур. 2 равно 0 тогда, когда каждое слагаемое равно 0

Решениями ур-я 2 будут являться комбинации x, y, z, d, значения которых либо 0, либо 2

Но, по условию задачи на круге стоят ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ числа, $\Rightarrow x=y=z=d=2$

не обосновано

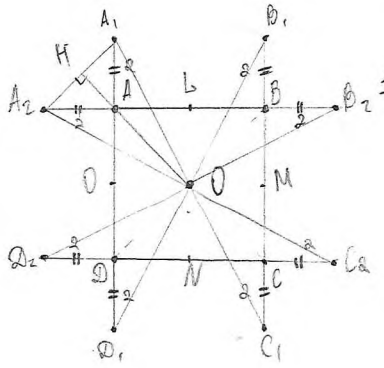
Тогда $S = 2 \cdot 2024 \cdot 2 = 8096$

Ответ: 8096

1 не доказано, что др. решений нет!

3.

$S_{ABCD} - ?$



1) Из условия задачи следует, что точки $A, A_2, B, B_2, C, C_2, D, D_2$ равноудалены от соответствующих точек A, B, C, D.
(Равноудалены от ~~вершин~~ середины сторон на $2 + \frac{a}{2}$)
$\frac{a}{2}$ - это середина стороны (длина половины стороны)

2) Из 1 следует, что стороны $ABCD$ равны, и $ABCD$ - квадрат
(не ромб, поскольку тогда расстояния были бы другие)

3) AA_1A_2 прямоуг. Δ.; $A_1A_2 = \sqrt{A_2A^2 + A_1A^2} = 2\sqrt{2}$

4) ΔOA_1A_2 - равнобедр. $(OA_2 = OA_1 = r) \Rightarrow OH = \sqrt{OA_2^2 - (A_2A_1 \cdot \frac{1}{2})^2} = \sqrt{\frac{26}{4} - \frac{8}{4}} = \sqrt{\frac{18}{4}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

4) $AH = \frac{AA_1 \cdot AA_2}{A_2A_1} = \frac{2 \cdot 2}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$; 5) $OA = OH - AH = \frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

6) $\angle AL = \frac{AB}{2} = \frac{OA}{\sqrt{2}}$; $\frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$; $\Rightarrow AB = 1$ см (По теореме Пифагора в равнобедренном, прямоуг. ΔALD)

7) $S_{ABCD} = AB^2 = 1$ см^2

Ответ: 1 см^2

Необходимо это нужно доказать!

нет доказательства того, что $ABCD$ - квадрат