357

439410
Регистрационный номер

Фамилия Ястребов
Имя Владимир
Отчество Олегович

(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 10 класс

Вариант 3

1. Петя просматривал календарь 23 века, начиная с 2201 года и заканчивая 2300 годом. Он считал год с номером n «счастливым», если сумма частного и остатка от деления n на 100 являлась делителем числа n. Сколько «счастливых» лет насчитал Петя в 23 веке?
2. При каких значениях параметра a уравнение $\cos a\cdot(x-\cos a)^2+\operatorname{tg} a\cdot(x-\operatorname{tg} a)^2=0$ имеет единственное решение.
3. Окружность описана около равнобедренного треугольника $BCD\,(CB=CD)$. На ее дуге BD, не содержащей точки C, взята точка A так, что $\angle BAD=60^0$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$, если длина отрезка AC равна $2\sqrt[4]{3}$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 357
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

ЮНИОР

Работа по МАТЕМАТИКЕ

Дата 06.04.2024
Вариант № 3
Площадка написания: НИЯУ МИФИ (г. Москва)
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	0	2				3	

№ 1

Пусть x – остаток от деления n на 100

Где n – это год

Год считается счастливым если $\frac{2200+x}{22+x}$ является целым, кроме 2300

Для того, чтобы $\frac{2200+x}{22+x}$ был целым числом, нужно, чтобы x также делился на одиннадцать, это является необходимым условием, но недостаточным

Пусть $x=11$: $\frac{2200+11}{22+11} = 67$ делится нацело, значит 2211 счастливый год

Пусть $x=22$: $\frac{2200+22}{22+22}$ не делится нацело, не подходит

Пусть $x=33$: $\frac{2200+33}{22+33}$ не делится нацело, не подходит

Пусть $x = 44$: $\frac{2200+44}{22+44} = 33$ делится нацело, подходит

Пусть $x = 55$: $\frac{2200+55}{22+55}$ не делится нацело, не подходит

Пусть $x = 66$: $\frac{2200+66}{22+66}$ не делится нацело, не подходит

Пусть $x = 77$: $\frac{2200+77}{22+77} = 23$ делится нацело, подходит

Пусть $x = 88$: $\frac{2200+88}{22+88}$ не делится нацело, не подходит

Пусть $x = 99$: $\frac{2200+99}{22+99} = 19$ делится нацело, подходит

И проверим 2300 год: $\frac{2300+0}{23+0} = 100$ — подходит

Значит счастливые годы это: 2211, 2244, 2277, 2299, 2300

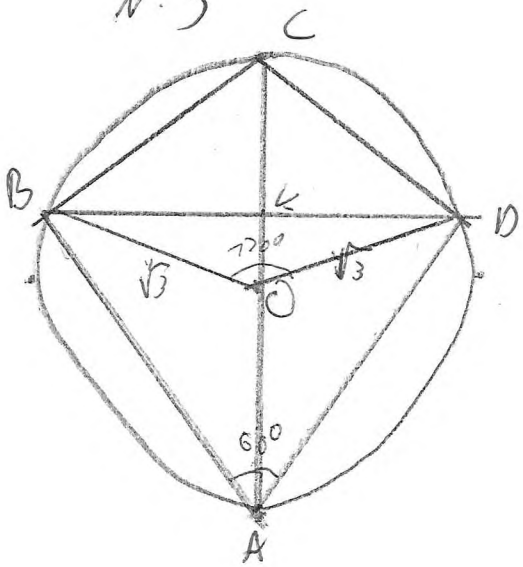
~~Ответ: 2211,~~ Пять счастливых лет.

Ответ: 5 счастливых лет. (1)

№ 3

Дано:
$\triangle BCD$ - р.б
$CB = CD$
$\angle BAD = 60^\circ$
$AC = 2\sqrt{3}$

Найти:
S_{ABCD}



ШИФР: 357
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Юниор

Работа по математике

Дата 06.04.2024
Вариант № 3
Площадка написания: НИЯУ МИФИ (г. Москва)
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№3 (продолжение)

Решение:

1) $O \in AC \Rightarrow AC$ - диаметр окружности, а AO и OC - радиусы

$AO = OC = 4\sqrt{3} = BO = OD$

2) $\angle BAD = 60°$ и опирается на $\cup BD$, то $\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BOD$, т.к. $\angle BOD$ центральный в центре окружности, то $\angle BOD = 120°$

3) $\triangle BOD$

$BD = \sqrt{BO^2 + OD^2 - 2BO \cdot OD \cdot \cos 120°} =$

$= \sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{3} - 2\sqrt{3} \cdot (-\frac{1}{2})} = \sqrt{2\sqrt{3} + \sqrt{3}} =$

$= \sqrt{3}\sqrt{2}\sqrt{3} < \sqrt{42}$ (по теор. Коши)

4) $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD \cdot \sin \angle BKA = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt[4]{3} \cdot \cancel{\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} \sqrt{2}}$

$\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sin 90^\circ =$

$= \frac{1}{2} 2\sqrt[4]{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{3} = \sqrt{6}$

(по формуле площади через диагонали) (OK - высота опущена коеплаиль в р.б $\triangle$ (BO = OD))

Ответ: $S_{ABCD} = \cancel{\sqrt{6}}$

2