436362
Регистрационный номер

Фамилия Иванов
Имя Артём
Отчество Васильевич

17
(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 2

1. По кругу написано 2024 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти сумму квадратов этих чисел.

2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $2x-7=\left[\lg\left(10^{2y}\cdot 3^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{-y}\cdot 3^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наибольшим возможным значением y.

3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $2+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\frac{\sqrt{26}}{2}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

Работа по Математике

Дата 06.04.2024

Вариант № 2

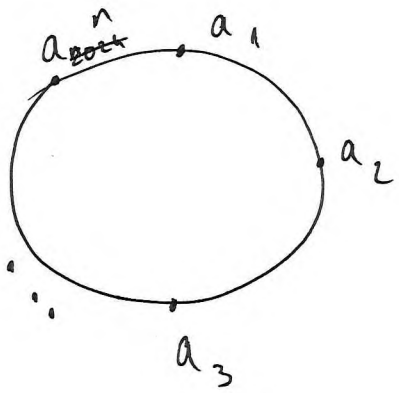
Площадка написания: НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	0	0					

№1.



$a_1^2 = a_2 + a_3$

$a_2^2 = a_3 + a_4$

...

$a_{2023}^2 = a_{2024} + a_1$

$a_n^2 = a_1 + a_2$.

сложим все квадраты в виде суммы последующих

$$a_2 + a_3 + a_3 + a_4 + \ldots + a_n + a_1 + a_1 + a_2 = 2a_1 + 2a_2 + 2a_3 + \ldots + 2a_{n-1} + 2a_n$$

$$2a_1 + 2a_2 + 2a_3 + \ldots + 2a_{n-1} + 2a_n = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \ldots + a_{n-1}^2 + a_n^2$$

$$\frac{a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_{n-1}^2 + a_n^2}{a_1 + a_2 + \ldots + a_{n-1} + a_n} = 2.$$

$$a_1^2 - 2a_1 + a_2^2 - 2a_2 + \ldots + a_{n-1}^2 - 2a_{n-1} + a_n^2 - 2a_n = 0.$$

$a^2 - 2a = (a-1)^2 - 1$

$$(a_1 - 1)^2 + (a_2 - 1)^2 + \ldots + (a_n - 1)^2 = n$$

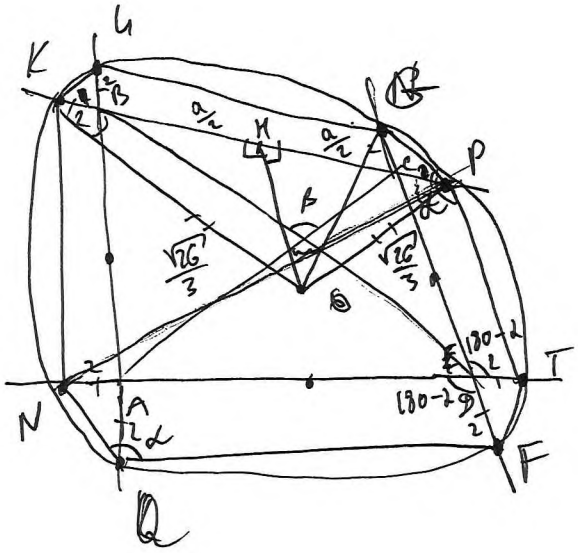
$$(a_1-1)^2+(a_2-1)^2+\ldots+(a_{2024}-1)^2=2024$$

$a_1=a_2=a_n=2 \to a_1^2=4 \to a_1^2+a_2^2+\ldots+a_n^2=4\cdot 2024.$

Ответ: 8096. 1

не доказано, что др. решений нет!

№3



~~равные дуги опир. на равные хорды~~

~~KLNP впис.~~ $\to \angle LNP=180^\circ-\angle LK$

KLQP, NPTF, TFQN, QNKL – впис., пусть ~~∠NEF=~~ $\angle NQF=\alpha$

$OP=OK=R$

$OH=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{26}}{3}\right)^2-(a+4)^2}$ из $\triangle KOH$

$S_{ABCD}=AC\cdot BD\cdot\sin\beta=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ACD}$

~~$R_{\triangle NKP}=\frac{\sqrt{26}}{3} \to \frac{NP}{2\sin\angle NKP}=\frac{\sqrt{26}}{3}.$~~ 0

$R_{\triangle LFP}=\frac{\sqrt{26}}{3} \to \frac{LF}{2\sin\alpha}=\frac{\sqrt{26}}{3}$

№2

$2x-7=\left[\lg\left(10^{2y}\cdot 3^x\right)\right]\cdot\left[\lg\left[10^{-y}\cdot 3^x\right]\right]$ → ОДЗ

$10^{2y}\cdot 3^x>0$

$10^{-y}\cdot 3^x>0$

$$x=\frac{\left[\lg\left(10^{2y}\cdot 3^x\right)\right]\cdot\left[\lg\left[\frac{1}{10^{y}}\cdot 3^x\right]\right]+7}{2}.$$

0

436362
Регистрационный номер

Фамилия Иванов
Имя Артём
Отчество Васильевич

65
(не заполнять)

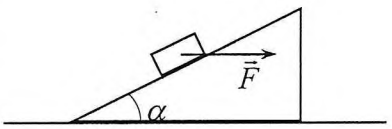
Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

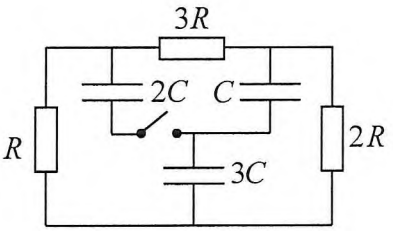
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 665
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада "Юниор"

Работа по физике

Дата 06.04.2024
Вариант № _____
Площадка написания:
НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
5	5	0				10	

№1.

Дано:

$V = 20\ л$

$V_0 = 0{,}5\ л$

$t = 20^\circ C = 293\ K$

$p_m = 10^6\ Па$

$\rho = 800\ кг/м^3$

$\mu = 28\ г/моль = 0{,}028\ кг/моль$

$p = ?$

$m_a = \rho V_0$.

$pV = \frac{m_a}{\mu} RT \to p = \frac{m_a RT}{\mu V} \Rightarrow \frac{\rho V_0 RT}{\mu V} \to$

$\to p = \frac{800 \cdot 0{,}5 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{0{,}028 \cdot 20} = \frac{800 \cdot 8{,}31 \cdot 293 \cdot 1000}{28 \cdot 7} =$

$= \frac{28 \cdot 8{,}31 \cdot 293 \cdot 1000}{7} = \frac{166{,}2 \cdot 293 \cdot 1000}{7} =$

$= \frac{47696{,}6 \cdot 1000}{7} = \frac{47696600}{7} \approx 6{,}8 \cdot 10^6$

$6{,}8 \cdot 10^6 > 10^6$ ⇒ Сосуд разорвёт

$p = 10^6$

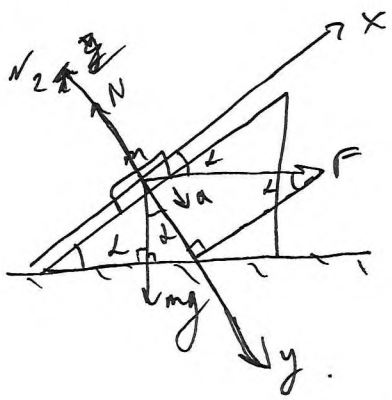
$T = ?$

$T = \frac{pV\mu}{m_a R} = \frac{pV\mu}{\rho V_0 R} = \frac{10^6 \cdot 20 \cdot 0{,}028}{800 \cdot 0{,}5 \cdot 8{,}31} = \frac{10^6 \cdot 0{,}07}{20 \cdot 8{,}31} = \frac{10^6 \cdot 0{,}07}{166{,}2} =$

$= \frac{10^6 \cdot 7}{16620} \approx 10^6 \cdot 0{,}00017 = 10^6 \cdot 17 \cdot 10^{-3} \approx 290\ K$

Ответ: разорвёт при 7°C

Лист 1 из 1



Дано:

$\angle, m$

$F = ?$

$$m\bar{a} = \bar{F} + m\bar{g} + \bar{N}$$

$$oy: ma_y = F_y + mg_y + N_y.$$

$$ma = mg\cos\angle + F\sin\angle - N$$

$$ox: ma_x = F_x + mg_x + N_x$$

$$0 = F\cos\angle - mg\sin\angle$$

(5)

$$F\cos\angle = mg\sin\angle \rightarrow F = mg\,tg\angle$$

Ответ: $F = mg\,tg\angle$