351

434363
Регистрационный номер

Фамилия Мавричук
Имя Иван
Отчество Алексеевич
Подпись

(не заполнять)

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 10 класс

Вариант 3

1. Петя просматривал календарь 23 века, начиная с 2201 года и заканчивая 2300 годом. Он считал год с номером n «счастливым», если сумма частного и остатка от деления n на 100 являлась делителем числа n. Сколько «счастливых» лет насчитал Петя в 23 веке?
2. При каких значениях параметра a уравнение $\cos a\cdot(x-\cos a)^2+\operatorname{tg} a\cdot(x-\operatorname{tg} a)^2=0$ имеет единственное решение.
3. Окружность описана около равнобедренного треугольника $BCD\,(CB=CD)$. На ее дуге BD, не содержащей точки C, взята точка A так, что $\angle BAD=60^0$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$, если длина отрезка AC равна $2\sqrt[4]{3}$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 351
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „ЮНИОР"

Работа по Математике

Дата 06.04.24
Вариант № 3
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	0	1				2	

1)

1) 2201 : 100 = 22 ост. 1 (23)
2) 2202 : 100 = 22 ост 2 (24)
3) 2203 : 100 = 22 ост 3 (25)

чтобы во всех годах кроме 2300 будет ровно 22

2300 : 100 = 23 ост 0
провокация!
2300 : (23+0) = 100 ост 0 ⇒
⇒ $\boxed{2300}$ → (ответ 3)

год каждый раз растёт на (1)

остаток каждый годом растёт на (1) (не вкл. 2300 год)

⇒ сумма каждый годом растёт на 1 (не вкл. 2300 год)

~~из данных выводов надо найти такие~~ ~~следует~~ ~~что~~ ~~года~~ ~~которые~~

1) 2201 | 23
- 207 | 95
131
- 115
16
→ ост 16

2) 2202 | 24
- 216 | 91
42
- 24
15
→ ост. 18

3) 2203 | 25
- 200 | 88
203
- 200
3
→ ост 3

4) 2204 | 26
- 208 | 84
124
- 104
20
→ ост 20

5) 2205 | 27
- 216 | 81
45
- 27
18
→ ост 18

6) 2206 | 28
- 192 | 76
186
- 164
22
→ ост 22

7) 2207 | 29
- 203 | 75
177
- 174
3
→ ост 3

8) 2209 | 30
- 210 | 76
109
- 180
29
→ ост 29

ответ: ≥ 1

Лист 1 из 2

[illegible]

23 → 16

24 → 18

25 → 33

26 → 20

27

28 → 22

29

30 → 24

31

32 → 26

33

надо найти
такой делитель
~~[illegible]~~ такой остаток
в котором, ~~[illegible]~~
частное + остаток являются
~~[illegible]~~ остатка
кратны

1

ШИФР: 351
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада «ЮНИОР»

Работа по математике

Дата 06.04.24

Вариант № 3

Площадка написания: НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

$\cos^2\alpha \cdot (x-\cos\alpha)^2 + \operatorname{tg}\alpha \cdot (x-\operatorname{tg}\alpha)^2 = 0$

при α - ? ровно 1 р. x

$\cos\alpha(x^2 - 2x\cos\alpha + \cos^2\alpha) + \operatorname{tg}\alpha \cdot (x^2 - 2x\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}^2\alpha) = 0$

(*)

(*):

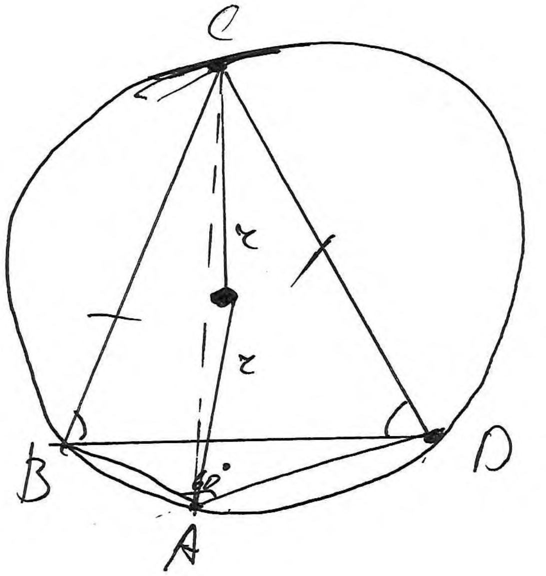
$x^2 - 2x\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{\cos^2\alpha \cdot x^2 - x\sin 2\alpha + \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$

$= \frac{x^2\cos^2\alpha - 2x\sin\alpha\cdot\cos\alpha + \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$

$D = 4\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha - 4\cos^2\alpha\cdot\sin^2\alpha = 0 \Rightarrow x = \frac{2\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{2\cos^2\alpha} = \operatorname{tg}\alpha$

Лист 2 из 2

№ 3



Дано:

$\triangle BCD$ – р/б

$BC = CD$

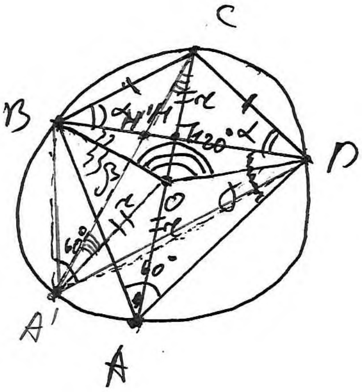
$(\omega; r)$ – опис. окр. BCD

$A \in \omega$

$\angle BAD = 60^\circ$

$AC = 2\sqrt[4]{3}$

S_{ABCD} – ?



1) Т.к. $\angle A = 60^\circ \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BOD = 120^\circ$ (св. впис. фиг.)

2) $\angle CBD = \angle BDC = \alpha$ по св. р/б тр.

3) по св. впис. четыр. в окр. $\Rightarrow$

$\begin{cases} \Rightarrow 3.1)\ \alpha + \alpha + \angle ABD + \angle ADB = 180^\circ \\ \Rightarrow 3.2)\ \angle A + \angle C = 180^\circ \Rightarrow \angle C = 180 - 60^\circ = 120^\circ \end{cases}$

4) Т.к. $\angle C = 120^\circ \Rightarrow 2\alpha = 180 - \angle C \Rightarrow$
$\Rightarrow \alpha = 30^\circ$

5) $\begin{cases} AC \text{ и } BD \text{ – хорды} \\ BD \cap CA = H \end{cases}$

$\Rightarrow BH \cdot HD = CH \cdot HA$

6) Т.к. $CO = r = OA' \Rightarrow \angle A'CO$ – р/б $\Rightarrow \angle CA'O = \angle A'CO$

434363
Регистрационный номер

Фамилия Мартынов 730
(не заполнять)
Имя Иван
Отчество Алексеевич
Подпись

ЮНИОР

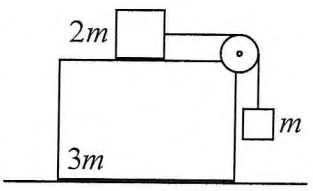
«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 10 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0,5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. Если к источнику ЭДС подключить некоторый резистор, ток через источник составит $I_1 = 0,18$ А. Если к тому же источнику подключить второй резистор (отключив первый), ток через источник составит $I_2 = 0,21$ А. Если же к этому источнику подключить оба резистора, соединенных последовательно, ток через источник составит $I_3 = 0,14$ А. Каким будет ток через источник, если его клеммы замкнуть накоротко?

3. В системе из трех тел массами m, $2m$ и $3m$ (см. рисунок) коэффициент трения между большим телом и горизонтальной поверхностью стола равен μ. При каких значениях μ большое тело будет неподвижным на поверхности стола? Блок и веревка невесомы, веревка нерастяжима.



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 730
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „ЮНИОР"

Работа по физике

Дата 06.04.24

Вариант № —

Площадка написания: КИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№ 1

Дано:

$V = 20\,л \Rightarrow V = 20 \cdot 10^{-3}\,м^3$

$V_0 = 0{,}5\,л$

N_2 - жидкий азот

$P_m = 10^6\,Па$

$t = 20^\circ C \Rightarrow t = 293\,K$

$\rho = 800\,кг/м^3$

$\mu = 28\,г/моль$

$R = 8{,}31$

взорвётся ли или нет сосуд?

$PV = \nu RT$

$V_0 = 0{,}5\,л \Rightarrow V_0' = 0{,}5 \cdot 10^{-3}\,м^3$

$m_{N_2} = V_0' \cdot \rho$

$\nu_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{\mu \cdot 2}$

$\Rightarrow P_2 \frac{\nu_{N_2} R t}{V} = \frac{m_{N_2} \cdot R \cdot t}{\mu \cdot 2 \cdot V} = \frac{V_0' \cdot \rho \cdot R \cdot t}{\mu \cdot 2 \cdot V} =$

$= \frac{0{,}5 \cdot 800 \cdot 8{,}31 \cdot 10^{-3} \cdot 293}{28 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 10^{-5}} =$

$= \frac{4 \cdot 8{,}31 \cdot 293 \cdot 10^5}{28 \cdot 2} = \frac{8{,}31 \cdot 293}{7} =$

$= 2 \cdot 43{,}483\,Па \approx 2{,}5\,кПа$ } $\Rightarrow P$

$P_m = 1\,МПа$

$\Rightarrow P < P_m \Rightarrow$ балон не взорвётся.

балон.

Ответ: не взорвётся

13

№2

Дано:

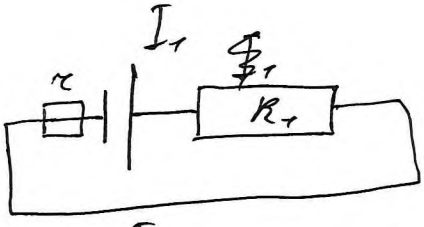
$I_1 = 0{,}18$ А

$I_2 = 0{,}21$ А

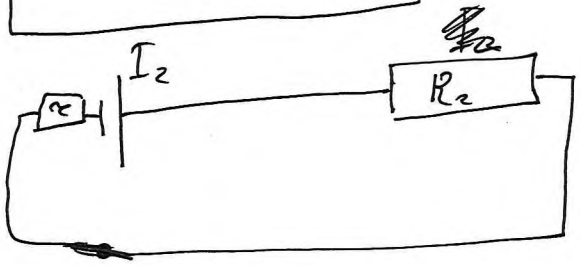
$I_3 = 0{,}14$ А

$I_{к3} - ?$

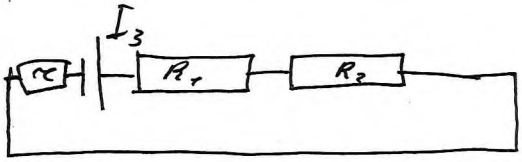
$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{r + R_1}$



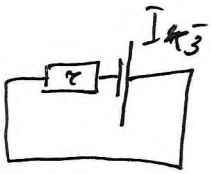
$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{r + R_2}$



$I_3 = \frac{\mathcal{E}}{r + R_1 + R_2}$



$I_{к3} = \frac{\mathcal{E}}{r}$



$$\begin{cases} I_1 = \frac{\mathcal{E}}{r + R_1} \\ I_2 = \frac{\mathcal{E}}{r + R_2} \\ I_3 = \frac{\mathcal{E}}{r + R_1 + R_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_1 = \frac{\mathcal{E}}{I_1} - r \\ R_2 = \frac{\mathcal{E}}{I_2} - r \\ I_3 = \frac{\mathcal{E}}{r + \frac{\mathcal{E}}{I_2} + \frac{\mathcal{E}}{I_1} - r} \quad (*) \end{cases}$$

$$(*): \quad I_3 = \frac{\mathcal{E}}{\frac{\mathcal{E} I_1 + \mathcal{E} I_2 + r I_1 I_2}{I_1 I_2}}$$

$$I_3 = \frac{\mathcal{E} I_1 I_2}{\mathcal{E} I_1 + \mathcal{E} I_2 + r I_1 I_2} \Rightarrow \frac{\mathcal{E} I_1 I_2}{I_3} - \mathcal{E} I_1 - \mathcal{E} I_2 = r I_1 I_2 \Rightarrow$$

$$r = \frac{\mathcal{E} I_1 I_2}{I_3 I_1 I_2} + \frac{-\mathcal{E} I_1 - \mathcal{E} I_2}{I_1 I_2} \Rightarrow r = \frac{\mathcal{E}}{I_3} - \frac{\mathcal{E}}{I_1} - \frac{\mathcal{E}}{I_2}$$

$$\Rightarrow \frac{r}{\mathcal{E}} = \frac{1}{I_3} - \frac{1}{I_2} - \frac{1}{I_1} \Rightarrow \frac{1}{I_{к3}} = \frac{1}{I_3} - \frac{1}{I_2} - \frac{1}{I_1} = \frac{1}{0{,}14} - \frac{1}{0{,}21} - \frac{1}{0{,}18}$$

$$= \frac{100}{14} - \frac{100}{21} - \frac{100}{18} = \frac{900 - 500 - 700}{126} = \frac{-300}{126} = \frac{1}{I_{к3}} \Rightarrow I_{к3} = -\frac{126}{300} = -0{,}42 \text{ А}$$

$I_{к3} = -0{,}42$ А $\approx 0{,}42$ А

Ответ: $I_{к3} = 0{,}42$ А

ШИФР: 730
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „ЮНИОР"

Работа по физике

Дата 06.04.24

Вариант № –

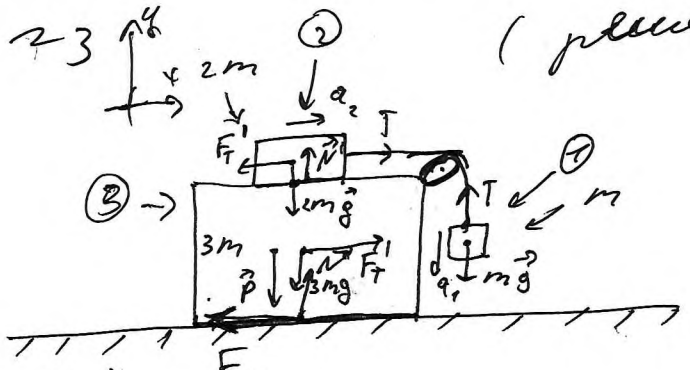
Площадка написания: НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№3 (решение №1) если тела ① и ② движутся



$F_T' = \mu' N'$

$F_T = \mu N$

~~$m\vec a = 0$~~

~~т.к. тело должно стоять~~

~~если тела ① и ② движутся, т.о.т.к. они связаны не растяжимой врёвко то их ускорения равны (по модулю)~~

~~①: $ma_1 = m\vec g + \vec T$~~

~~②: $ma_2 = 2m\vec g + \vec T + F_{тр}$~~

т.к. ① и ② связаны нерастяжимой вер. $\Rightarrow$

$\Rightarrow |\vec a_1| = |\vec a_2| = a$

~~тела ① и ② находятся в равновесии~~

①: $m\vec a_1 = m\vec g + \vec T = ma + mg = -T$

②: $2m\vec a_2 = 2mg + \vec T + \vec F_T' + \vec N'$

OX: $2ma = -F_T' + m(g+a)$

OY: $0 = -2mg + N'$

$\Rightarrow F_T' = m(g-a)$

$N' = 2mg$

~~(*): $2ma = -\mu' 2mg + m(g+a)$~~

~~$\mu' = \frac{g-a}{2g}$~~

③: $3ma = \vec P + 3m\vec g + \vec F_T + \vec F_T' + \vec N$

$0 = \vec P + 3m\vec g + \vec F_T + \vec F_T' + \vec N$

т.к. тело должно стоять

OY: $N = P + 3mg$

$N = 2mg + 3mg = 5mg$

OX: $F_T \geq F_T'$

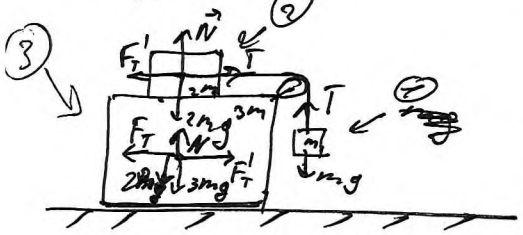
$\mu N \geq m(g-a) \Rightarrow \mu \geq \frac{m(g-a)}{5mg}$

$\mu \geq \frac{g-a}{5g}$

Лист 2 из 2

15

№3 (другое решение) если тела ② и ① не двигаются относительно друг друга



Дано: m, $2m$, $3m$

① : $mg = T$ (из II з. Ньютона)

② : ОХ: $F_T' = T$ (из II з. Ньютона) ОУ: $N' = 2mg$ (из II з. Ньютона,

$F_T' = mg$

③ : по II з. Ньютона:

$3m\vec{a} = \vec{N} + \vec{P} + 3m\vec{g} + \vec{F}_T' + \vec{F}_T$

$\vec{0} = \vec{N} + \vec{P} + 3m\vec{g} + \vec{F}_T' + \vec{F}_T$

Т.к тело не должно скользить

ОХ: $N = P + 3mg$

$N = 2mg + 3mg = 5mg$

ОХ: $F_T \geq F_T'$

$\mu N \geq mg$

$\mu \geq \frac{mg}{N}$

$\mu \geq \frac{mg}{5mg}$

$\mu \geq \frac{1}{5}$

Ответ: при $\mu \geq \frac{1}{5}$ при условии что все тела находятся в равновесии.

Оз