433688
Регистрационный номер

Фамилия Дудукин
Имя Матвей
Отчество Павлович

(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 2

1. По кругу написано 2024 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти сумму квадратов этих чисел.

2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $2x-7=\left[\lg\left(10^{2y}\cdot 3^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{-y}\cdot 3^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наибольшим возможным значением y.

3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $2+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\frac{\sqrt{26}}{2}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

гонцов

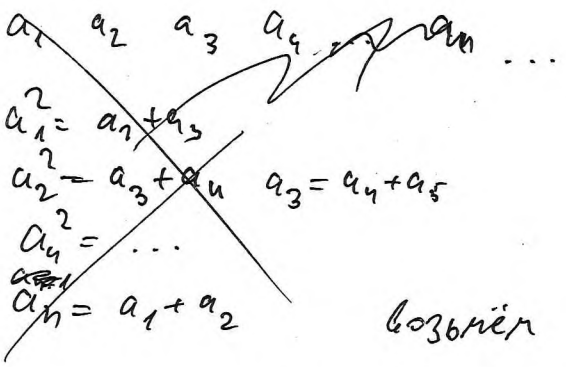
Работа по математике

Дата 06.04.2024
Вариант № 2
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

a_n - числа положительные, идут по кругу $n = 2024$



возьмём $n = 3$

a_1, a_2, a_3

$$\begin{cases} a_1^2 = a_1 + a_3 \\ a_2^2 = a_3 + a_1 \\ a_3^2 = a_1 + a_2 \end{cases}$$

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 2a_1 + 2a_3 + 2a_2$$

для $n = k$

$a_1, a_2, \ldots a_k$

$$a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_k^2 = 2a_1 + 2a_2 + \ldots + 2a_k$$

чтобы выполнялось условие для n

$$(a_1^2 - 2a_1) + (a_2^2 - 2a_2) + \ldots + (a_n^2 - 2a_n) = 0$$

$a_1(a_1-2)+a_2(a_2-2)+\dots+a_n(a_n-2)=0$

? либо $\forall a=0$ либо $\forall a>2$ не обосновано!

$a>0$ т.к положительные числа $\Rightarrow$

$\Rightarrow a_1=2;\ a_2=2;\dots\ a_n=2$

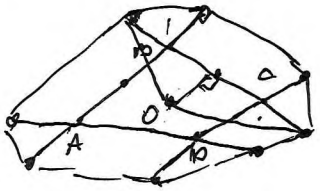
$S=a_1^2+a_2^2+\dots a_n^2=\underbrace{4+4+\dots+4}_{2024}=2024\cdot 4=8096$

Ответ: 8096

1

ответ не обоснован!

№3

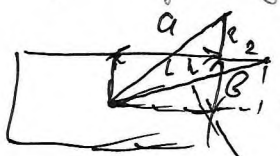


каждая ~~точка~~ вершина восьмиугольника должна быть равноудалена от центра окружности, так как ~~точки~~ вершины равно-удалены от середины сторон ABCD $\Rightarrow$ центр окр O лежит в точке пересечения серединных перпендикуляров,

серединные $\perp$ пересекаются в одной точке только у прямоуг. и квадрата

прямоуг

доказательство? серединных перпендикуляров чего?



l - радиус, $a>b$ в прямоугольнике.

По Т пифагора

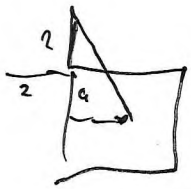
$b^2+(a+2)^2=l^2$

$(b+2)^2+a^2=l$

$2a-2b=0$ - ~~кв.~~

$a=b$ - $\varnothing$

тогда ABCD - квадрат



a - половина стороны $a>0$

$a^2+(a+2)^2=\frac{26}{4}\ |\cdot 2$ недостат. обоснование! $\Rightarrow$ сторона $=2a=1$

$4a^2+8a-5=0$

$D=64+80=144$

$a_{1,2}=\frac{-8\pm 12}{4}=\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}\\ \varnothing\end{array}\right.\Rightarrow$

$S=2a\cdot 2a=4a^2=1$

2

Ответ: 1

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Юниор

Работа по математике

Дата 06.04.2024
Вариант № 2
Площадка написания: дист МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

Зад №2

$\frac{3^x}{10^y} \geq 1$, т.к. $\left[\frac{3^x}{10^y}\right] > 0$ под логарифмом

$\Rightarrow [\lg [10^{-y} \cdot 3^x]] \geq 0$

$x > y$ т.к. $2x > y$ из $\frac{3^x}{10^y} \geq 1$

$y = \frac{x}{2} - 1$ max y при x

$2x - 7 = [\lg 10^{x-2} \cdot 3^x] - [\lg [10^{\frac{x}{2}+1} \cdot 3^x]]$

1