427918
Регистрационный номер

Фамилия Сафронова
Имя Арина
Отчество Юрьевна

(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 2

1. По кругу написано 2024 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти сумму квадратов этих чисел.
2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $2x-7=\left[\lg\left(10^{2y}\cdot 3^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{-y}\cdot 3^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наибольшим возможным значением y.
3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $2+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\frac{\sqrt{26}}{2}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

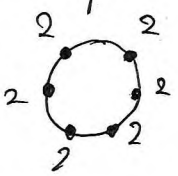
Работа по математике

Дата 06.04.2024
Вариант № 2
Площадка написания: г. Москва НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

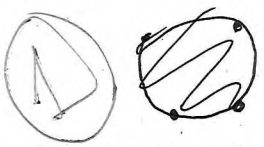
ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	0	0				1	

① 1. Рассмотрим пример на 6 числах:



Нашему условию удовлетворяют все двойки в круге, ~~докажем что~~ это ~~единственный пример~~:



То есть: по кругу написано 2024 ~~при~~ двойки ⇒ сумма квадратов этих чисел $2^2 \cdot 2024 = 8096$ Ну и что?

Заметка: не возможно подобрать пример даже из трех чисел (кроме двоек)

2. Докажем, что это единственный пример:

1) двойка – это единственное число при сложении $(2+2)$, если можем получить квадрат этого числа $(2+2) = 2^2$ ~~Для того, чтобы в~~

2) Т.к. не получиться подобрать ~~даже при числе 3 чисел, которым бы~~ пример из нескольких различных (даже с повторением чисел) удовлетворяло условие задачи ⇒ Ответ: 8096

не обосновано!

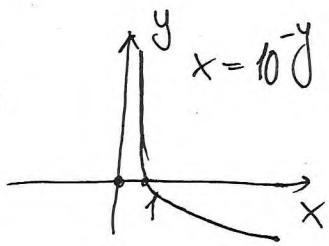
② $2x-7 = [\lg(10^{2y} \cdot 3^x)] - [\lg[10^{-y} \cdot 3^x]]$ → ОДЗ

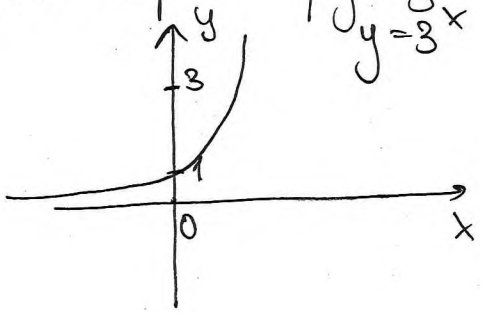
$[a]$ - целая часть числа a, наибольшее целое значение не превосходящее, то есть $[\lg(10^{2y} \cdot 3^x)] = [a]$

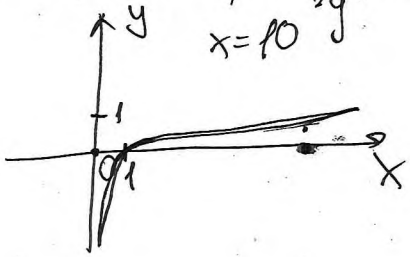
Ограничения: $10^{2y} \cdot 3^x > 0$ Это выполняется всегда!

Всегда выполняется, т.к. $10^{2y} > 0$ $3^x > 0$

Рассмотрим функцию 10^{2y}; 10^{-y}; 3^x





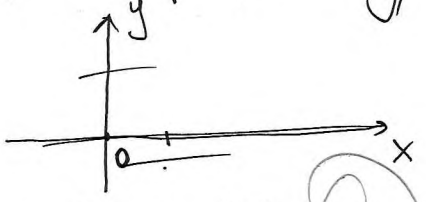


Рассмотрим подробнее

$2x-7=[\lg(10^{2y})-\lg(3^x)]-[\lg[10^{-y}\cdot 3^x]]$ $=2x-7=[\lg\log_{10}10^{2y}-\lg(3^x)]-[\lg\lg 10^{-y}$

$=[2y-\lg(3^x)]-[\lg[10^{-y}\cdot 3^x]]$

~~Построим график: $f(x)=\log_{10}(10^{2y})$, $f(x)=\lg 3^x$~~



По ограничениям: $y\in R$; $x\in R$

$[2y-\lg(3^x)]$ – целая часть

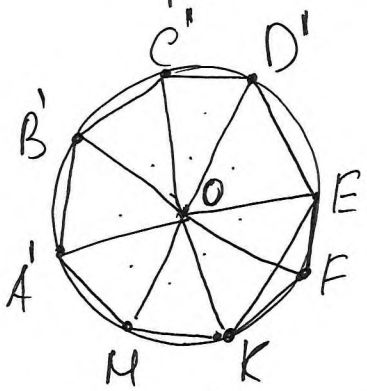
$\lg[10^{-y}\cdot 3^x]$ – целая часть

~~$2x-7=[\lg(10^{2y}\cdot 3^x)]$~~

~~$[2y$ $[2y-\lg(3^x)$ – целая часть~~

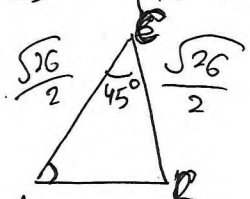
Рассмотрим случай: с правильной восьмиугольной

③ 1) ~~Если в окружность восьмиугольник можно описать окружность, то он правильный~~ Дано: $R=\frac{\sqrt{26}}{2}$



1. Т.к восьмиугольник правильный, то он состоит из 8 правильных треугольников $\Rightarrow$ $(R=AO=OB')$

Найдём AB':



2. По т.cos: $A'B'^2=A'C'^2+C'B'^2-2A'C'\cdot C'B'\cdot\cos 45^\circ$

Поэтому: все восьмиугольники правильные: ABCD – квадрат

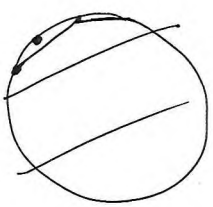
(и т.п. 1 это следует) $AB=CD=C'D'$

$C'D'=A'B'=AC=BD$

$A'B'=\sqrt{\frac{26}{4}+\frac{26}{4}-2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{(\sqrt{26})^2}{4}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}=$

$=\sqrt{\frac{26}{2}+\frac{26}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{\frac{26}{2}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}$

3.



$S_{восьм}=8\cdot S_{A'B'O}=8\cdot\frac{1}{2}\cdot AO\cdot OB'\cdot\sin\angle AOB=$

$=8\cdot\frac{8\cdot\sqrt{26}}{2}\cdot\frac{\sqrt{26}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=$

$=\frac{52\cdot\sqrt{2}}{2}=26\sqrt{2}$

4. Составим уравнение: $MK=S_{восьм.}=2S_{AMKF}+S_{ABEXF}$

~~$S_{BCDE}=CD+$~~ Т.к. ABCD Т.к. $C'M\parallel D'K$ и $C'D'\parallel MK\Rightarrow C'D'MK$ – прямоуг.

$\Rightarrow AB=C'D=A'B'=\sqrt{\frac{26}{2}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}$;

~~Поэтому~~

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

Работа по математике

Дата 06.04.2024
Вариант № 2
Площадка написания:
1. Москва НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

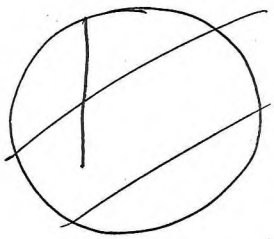
1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

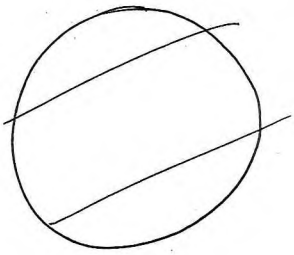
5. $S_{ABCD} = a^2 = \left(\sqrt{\frac{26}{2} \cdot \left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}\right)^2 = \frac{26}{2} \cdot \left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 13 + \frac{13\sqrt{2}}{2}$

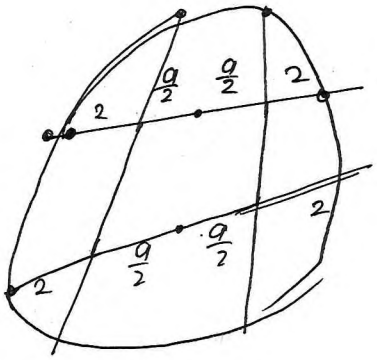
Ответ: при условии, что восьмиугольник правильный:

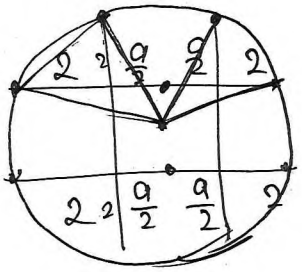
$S_{ABCD} = 13 + \frac{13\sqrt{2}}{2}$.

2)









0

Лист 1 из 2

427918
Регистрационный номер

Фамилия Сабирова
Имя Алина
Отчество Юрьевна

659
(не заполнять)

Подпись

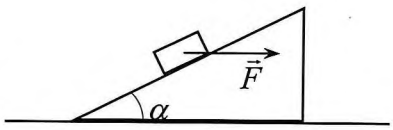
ЮНИОР

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

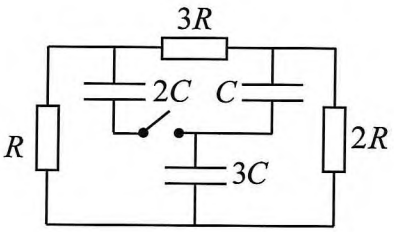
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 659
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

Работа по физике

Дата 06.04.2024
Вариант № _____
Площадка написания: НИЯУ МИФИ г. Москва

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
3	5	2				10	

1. Дано
$V = 20$ л
$V_0 = 0{,}5$ л
$t = 20°C$
$p_m = 1 \cdot 10^6$ Па
$\rho = 800$ кг/см^3
$\mu = 28$ г/моль
$R = 8{,}31$ Дж/моль·град

Разорвёт ли -? и при какой t -?

Решение

1. $pV = \nu RT$ $\quad \cancel{pV} - \nu = \frac{m}{\mu}$

$p \cdot \rho \cdot \cancel{m} = \nu \frac{\cancel{m}}{\mu} RT$

$p_{max} = 1{,}10^6$ Па, если давление будет больше, то его разорвёт

$\cancel{p \cdot \rho}$ $\cancel{p_A = \rho}$

2. Изначальный объём: $V_0 = 0{,}5$ л — жид. состояние

3. ~~Изначальное $T = 0°C = 273°K$~~

$T_к = 293°K$

$p_{изна} = \frac{\nu RT}{V_0} = \frac{\frac{m}{\mu} RT}{V_0}$ $\quad | \; m = V_к \cdot \rho$

~~$m = const$~~ $\quad \rho$ - уменьшается, ρ - уменьшается, V - увеличив.

1.1. $\rho_{ж.а(из)} = 800$ кг/см^3

$m = V \cdot \rho = 800 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3} = 4000 \cdot 10^{-4} = 0{,}4$ кг

$\cancel{\frac{pV}{T} = const}$

4. $\cancel{pV} = p_к \cdot V_к = \nu R T$

$p_к = \frac{\frac{m}{\mu} R T}{V_к} = \frac{\cancel{28 \cdot 10^{-3}}}{\cancel{2}} \frac{\cancel{V_к} \cdot \rho \cdot RT}{\mu \cancel{V_к}} = \frac{\rho \cdot R \cdot T}{\mu} = \frac{\cancel{800 \cdot 8{,}31 \cdot 293}}{28 \cdot 10^{-3}} = 83$

$p_к = \frac{800 \cdot 831 \cdot 2930}{28} > p_m$ $\quad \cancel{800}$ $28{,}6 \cdot 831 \cdot 2930 > 1 \cdot 10^6$

$\Rightarrow$ Сосуд разорвёт

5. Найдём при какой T

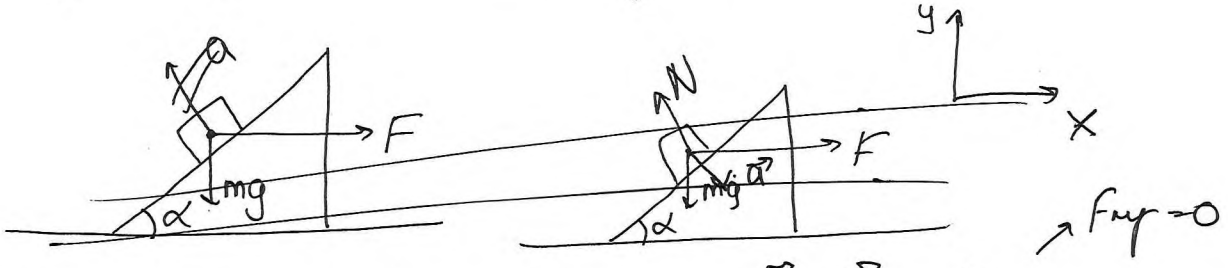
$p_m \cdot V = \nu RT$

$p_m \cdot \rho \cdot \cancel{m} = \frac{\cancel{m}}{\mu} RT'$ $\quad p_m = \frac{\rho' RT'}{\mu} \Rightarrow$ ~~8,31~~ $T' = \frac{p_m \cdot \mu}{\rho' R} = \frac{1 \cdot 10^6 \cdot 28}{8{,}31 \cdot}$

Лист 1 из 2

Ответ: 1) Сосуд разорвёт 2) $T' = \frac{p_m \cdot \mu}{\rho' \cdot R}$ $\quad V$? ? 3

(2.) ~~Известн~~ Известно: $m_{тела}$; α; $g=10$

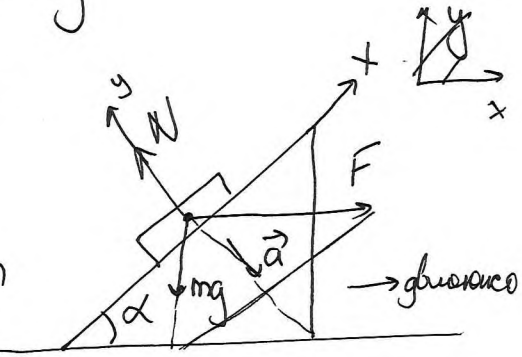


~~Распишем силы~~ векторно: $m\vec{a} = \vec{F} + \vec{N} + m\vec{g}$

$\cancel{ma =}$

X: $\cancel{mg\cdot\cos\alpha + F + m} = \cancel{ma} = mg\cdot\cos\alpha - F$

y: ~~m~~ Используем 2 зк-н Ньютона:

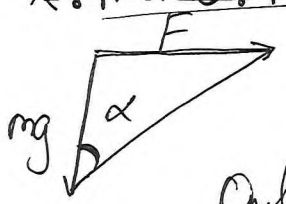


1. Клин и тело подвижны
Трение между клином и телом отсутствует
2. Распишем все силы для тела в вектор. в.в.
$\cancel{m\vec{a} = \vec{F}_{тр} + m\vec{g} + \vec{N}}$ $m\vec{a} = \vec{F} + m\vec{g} + \vec{N}$
3. ~~Ускорение тела ⊥ клину, а движется и клин и тело~~

y: $\cancel{ma\cdot\cos\alpha = mg}$ $\cancel{ma = mg\cdot\cos\alpha - F\cdot\sin\alpha + N}$

X: $\cancel{ma\ 0: F\cdot\cos\alpha = mg\cdot\sin\alpha}$ $ma\cdot tg\alpha = \cancel{F\cdot\cos\alpha} + mg\cdot\sin\alpha - F\cos\alpha$

$\cancel{ma\ ma\cdot t}$ $\cancel{ma\cdot tg\alpha = mg\cdot\sin\alpha - F\cdot\cos\alpha}$

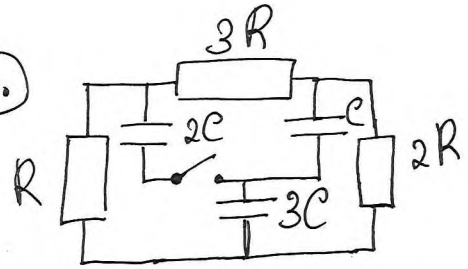


$\Rightarrow F = mg\cdot tg\alpha$

5

Ответ: $F = mg\cdot tg\alpha$

(3.)



Дано:
2C зарядим q, а потом замыкают ключ.
Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} – ?

Решение
1. После замыкания ключа заряд с 2C перейдет на C и 3C, то есть

$\cancel{2C}$ $q_{2C} = q_C + q_{3C}$ $q_{2C} + q_C + q_{3C} = q$

Заметим, что соединение параллельно

$C = \frac{q}{U}$ $C_{общ} = C_1 + C_2 + C_2$ $\cancel{C = \frac{q}{U}}$ $\cancel{C = \frac{q}{U}}$

$\cancel{R + 2R + 3R}$ $q = CU$ $U_1 = U_2 = U_3 = U$

$q_{общ} = C_{общ}\cdot U_{общ} = (C_1 + C_2 + C_2)\cdot U = (C + 2C + 3C)\cdot U = 6CU$

$q_{2C} + q_C + q_{3C} = 6CU$ +

ШИФР: 659
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

Работа по физике

Дата 06.04.2024

Вариант № _____

Площадка написания: НИЯУ МИФИ г. Москва

ФИО и рег. номер не указывать!

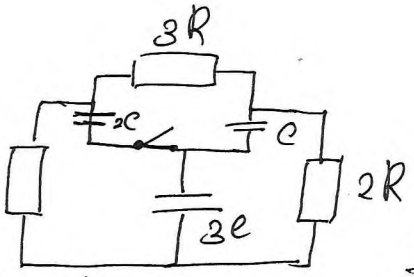
ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

Продолжение №3

2. $Q = I^2 R t = Pt$

3. $\frac{1}{R_{общ}} = \frac{1}{R+2R} + \frac{1}{3R} = R$



$\cancel{I = \frac{\Delta q}{\Delta t}}$ $\Delta I = \frac{\Delta q}{\Delta t} =$

$\Rightarrow \cancel{R_{общ} = \frac{3R \cdot 3R}{2} = 4{,}5R}$

$\frac{1}{R_{общ}} = \frac{1}{3R} + \frac{1}{3R} = \frac{3R}{2}$

$\cancel{U = I \cdot R = \frac{R \cdot q}{t}}$

~~время нам подреб. в дальн~~

Если мы знаем q, то можем найти $U \Rightarrow q = C \cdot U$;

$\cancel{q_{2C} = q_C = q_{2C} = 2C \cdot U}$ $\cancel{q_{2C} = \frac{R \cdot q}{t} \cdot 2C}$ $q_{2C} = 2C \cdot U$; $q_C = C \cdot U$; $q_{3C} = 3C \cdot U$

$\cancel{U =}$ $q \div q_{2C} = \frac{1}{3}q$; $q_C = \frac{1}{6}q$; $q_{3C} = \frac{1}{2}q$

$\Rightarrow$ На 3R опред. Q: $U = \frac{q}{C} = \frac{q_{общ}}{C_{общ}} = \frac{\frac{1}{3}q + \frac{1}{6}q}{3C} = \frac{\frac{1}{2}q}{3C} = \frac{q}{6C}$

$I = \frac{U}{3R} = \frac{\frac{q}{6C}}{3R} = \frac{q \cdot \cancel{3}^{1}R}{\cancel{6}_{2}C} = \frac{qR}{2C}$

$\cancel{I = U}$

Ответ: 2