400907
Регистрационный номер

Фамилия Бондарев
Имя Никита
Отчество Алексеевич

(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 3

1. По кругу написано 50 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти произведение этих чисел.

2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $3x-1=\left[\lg\left(10^{-y}\cdot 4^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{3y}\cdot 4^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наибольшим возможным значением x.

3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $3+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\sqrt{29}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Юниор

Работа по математике

Дата 6.04.2024
Вариант № 3
Площадка написания: НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
X	0	1				1	Д

N.2

$3x-1=[\lg(10^{-y}\cdot 4^x)]-[\lg[10^{3y}\cdot 4^x]]$ $\Rightarrow$ $3x-1=\left[\lg\left(\frac{10^{-y}\cdot \cancel{4^x}}{[10^{3y}\cdot \cancel{4^x}]}\right)\right]\Rightarrow$

$[\lg(10^{-y}\cdot 4^x)]_{max}\le \lg(10^{-y}\cdot 4^x)$

$[\lg[10^{3y}\cdot 4^x]]_{max}\le \lg[10^{3y}\cdot 4^x]$

$[10^{3y}\cdot 4^x]_{max}\le 10^{3y}\cdot 4^x$

$10^{-y}>0$, $4^x>0$ $\Rightarrow 10^{-y}\cdot 4^x>0$ всегда

Аналогично для $[10^{3y}\cdot 4^x]>0$ всегда

$\Rightarrow 3x-1=[\lg\cdot 10^{-4y}]\Rightarrow 3x-1=[-4y]\Rightarrow$

$\Rightarrow 3x+[4y]-1=0$

$[4y]_{max}<4y$

$x=\frac{-[4y]+1}{3}$

$\left[\begin{array}{l}x=-1\\ y=1\end{array}\right.$ — решение

$[2\frac{1}{2}]-[\frac{3}{4}]=2-0=2$

$[2\frac{1}{2}-\frac{3}{4}]=1$

№3

$ABCD$ – выпукл. ч-х уг-ник

$A_1M_4 = M_4D_1 = 3 + \frac{AD}{2}$

$B_2M_1 = M_1A_2 = 3 + \frac{AB}{2}$

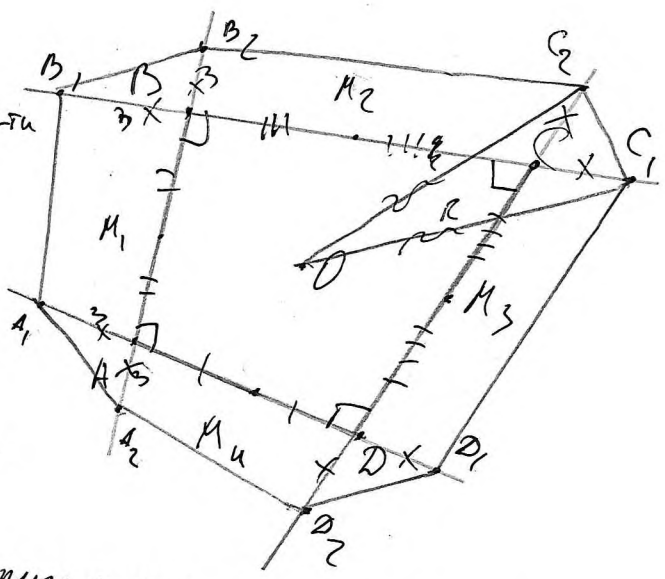
$B_1M_2 = M_2C_1 = 3 + \frac{BC}{2}$

$C_2M_3 = M_3D_2 = \frac{CD}{2} + 3$

$R = \sqrt{29}$

$S_{ABCD} - ?$

Пусть (.) O – центр опис-ти



1) $B_1C = B_1M_2 + \frac{BC_2}{2}$

$= 3 + BC$

$B_1C = B_1B + BC \Rightarrow$

$\Rightarrow B_1B = 3$

Аналогично для других продолжений сторон:

$C_2C = CC_1 = DD_1 = DD_2 = AA_2 = AA_1 = B_1B = B_2B = 3$

3) $\triangle C_1OC_2$ – р/б: По св-ву биссек.:

$\frac{OC_1}{C_1M} = \frac{OC_2}{MC_2} = \frac{R}{C_1M} = \frac{2R}{C_1C_2}$

Аналогично для $\triangle C_1CC_2$: $\frac{CC_1}{C_1M} = \frac{CC_2}{MC_2} = \frac{3}{C_1M} = \frac{6}{C_1C_2}$

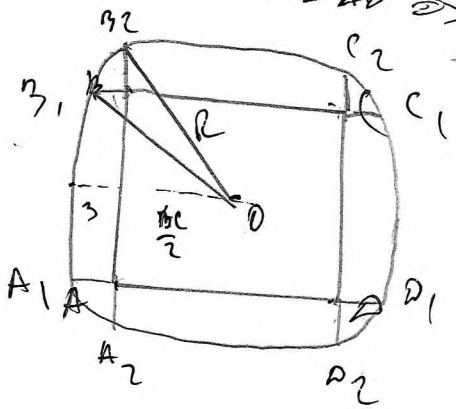
$$\begin{cases} C_1C_2 = 6C_1M \,/\, CC_1 \\ C_1C_2 = 2RC_1M \,/\, OC_1 \end{cases} \Rightarrow 2C_1C_2 = \frac{6C_1M \cdot OC_1 + 2RC_1M \cdot CC_1}{OC_1 \cdot CC_1}$$

4) По т. о пересеч. хордах:

$B_1C \cdot CC_1 = C_2C \cdot CD_2$

$(3 + BC)3 = 3(3 + CD) \Rightarrow 3 + BC = 3 + CD \Rightarrow BC = CD$

Аналогично $AB = AD \Rightarrow BC = CD = AB = AD \Rightarrow ABCD$ – квадрат



$R = 3 + \frac{BC}{2} \Rightarrow 6 + BC = 2R \Rightarrow$

$BC = 2R - 6 \Rightarrow BC = 2\sqrt{29} - 6 \Rightarrow$

$\Rightarrow S_{ABCD} = BC^2 = (2\sqrt{29} - 6)^2 =$

$= 4 \cdot 29 - 24\sqrt{29} + 36 = 80 - 24\sqrt{29}$

Ответ: $80 - 24\sqrt{29}$

400907
Регистрационный номер

Фамилия Бондарев
Имя Никита
Отчество Алексеевич

654
(не заполнять)

Подпись

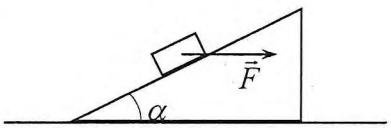
ЮНИОР

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

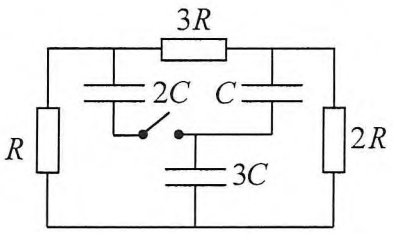
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 654
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Юниор

Работа по физике

Дата 6.04.2024
Вариант № _____
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
2	5	0				7	

№ 1.

$V = 20\ л$
$V_0 = 0{,}5\ л$
$t = 20^\circ C$
$P_m = 10^6\ Па$
$\rho = 800\ кг/м^3$
$M = 28\ г/моль$
$R = 8{,}31\ \frac{Дж}{моль \cdot град}$
$T - ?$

$PV = \nu RT \Rightarrow PV = \frac{\rho V_0 R t}{M} \Rightarrow P = \frac{\rho V_0 R t}{M V} = \frac{100 \cdot 0{,}5 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{28 \cdot 10^{-3} \cdot 20}$

$\nu = \frac{m}{M} = \frac{\rho V_0}{M}$

$\frac{831}{7} \cdot 10^3 < P_m$

$T \to t$:

$P_m V = \frac{\rho V_0 R T}{M} \Rightarrow T = \frac{P_m V}{\rho V_0 R} M = \frac{10^6 \cdot 20 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{800 \cdot 0{,}5 \cdot 8{,}31} =$

$= \frac{7}{0{,}5 \cdot 8{,}31} \cdot 10^3 = \frac{7}{41} \cdot 10^3 \approx 170{,}1^\circ C = 443{,}1\ К$

Ответ: при температуре азота ниже комнатной, сосуд не разорвется, но при $T = 170{,}1^\circ C$ – сосуд лопнет. $T = 443{,}1\ К$

2

+

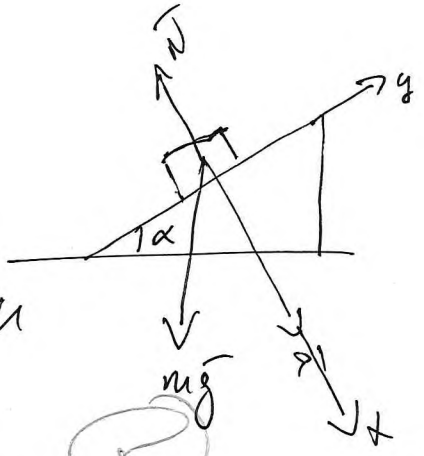
№ 2.

$m; \alpha$

$F - ?$

По 2ЗН:

$m\bar{a} = m\bar{g} + \bar{N} + \bar{F}$



$Oy: 0 = F\cos\alpha - mg\sin\alpha \Rightarrow F\cos\alpha = mg\sin\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow F = mg\,tg\,\alpha$

5

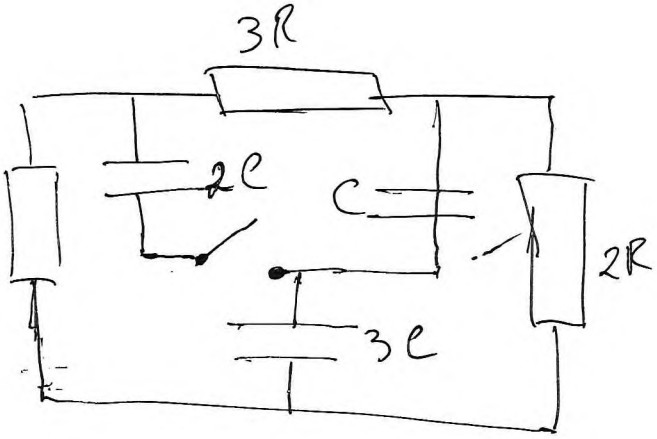
Ответ: $mg\,tg\,\alpha$

№ 3

R, C, q

$Q_R, Q_{2R}, Q_{3R} - ?$

$q = 2CU$



0

$Q = I^2 R_0 t$