336

389453
Регистрационный номер

Фамилия Рыкова
Имя Дарья
Отчество Юрьевна

(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 10 класс

Вариант 2

1. Петя просматривал календарь 22 века, начиная с 2101 года и заканчивая 2200 годом. Он считал год с номером n «счастливым», если сумма частного и остатка от деления n на 100 являлась делителем числа n. Сколько «счастливых» лет насчитал Петя в 22 веке?
2. При каких значениях параметра a уравнение $\sin a\cdot(x-\sin a)^2+\operatorname{ctg} a\cdot(x-\operatorname{ctg} a)^2=0$ имеет единственное решение.
3. Окружность описана около равнобедренного треугольника BCD $(CB=CD)$. На ее дуге BD, не содержащей точки C, взята точка A так, что $\angle BAD=45^0$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$, если длина отрезка AC равна $\sqrt[4]{2}$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 336
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

Работа по математике

Дата 06.04.24

Вариант № 2

Площадка написания: МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
2	2	3				7	

№1

① Рассм 2200 год:
2200 // 100 = 22 - частное
2200 % 100 = 0. - ост. от дел.
Тогда: S = 22 + 0 = 22 - сумма част. и ост.
2200 : 22 - верно ⇒ 2200 - "счастливый" год.

② Рассм все остальные года:
2.1) для каждого из них $\overline{21xy}$ // 100 = 21, - частное всегда одинак
а ост. от дел варьируются: $d \in \mathbb{Z}$ и $d \in \{1, 2, \dots 99\}$, где d - ост.
Тогда: S = 21 + d., и $d = \overline{xy}$.
2.2) Рассм деление числа $n = \overline{21d}$ на S = 21 + d, если n : S :
тогда $n = k \cdot S$, где $k \in \mathbb{Z}$, т.е:
$21 \cdot 100 + d = 21k + dk$.
~~$21(100-k) = d(k-1)$~~
$k = \frac{2100+d}{21+d} = \underbrace{1}_{\in \mathbb{Z}} + \frac{2079}{21+d}$.
$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{2079}{21+d} \in \mathbb{Z}$ (*).
2.3) Рассм (*):
Делители числа: 2079 | 3 ⇒ 2079 = 3·3·3·73.
693 | 3
231 | 3
73 | 73

т.к. $0 < d < 100$, то $21 < 21 + d < 121$ ⇒ надо рассм только такие делители числа 2079 кот. меньше 121, т.е: 1, 3, 9, 27 и 73 (след = 231 что > 121)
причём т.к. $21 + d > 21$, то $(21 + d)$ может быть только 27 или 73

4) Рассм все случаи из п.3:

$$\left[\begin{array}{l} 21+d=27 \\ 21+d=73 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} d=6 \\ d=52. \end{array}\right.$$

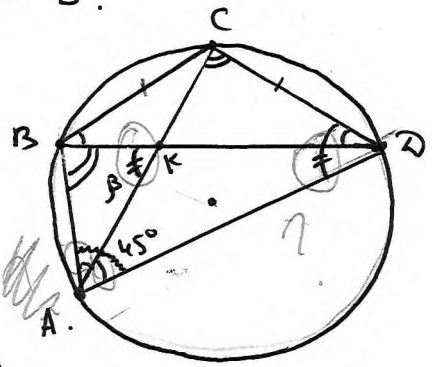
3) Рассчитаем числа n из п.2:

$$\left[\begin{array}{l} n_1 = 2100+6 \\ n_2 = 2100+52 \end{array}\right. \Rightarrow n=2106 \text{ и } n=2152.$$

4) Из п.1÷3 ⇒ что все счастливые числа в 22 веке это: 2106, 2152 и 2200 ⇒ Петя насчитал 3 числа.

Ответ: 3 числа.

№ 3.



Дано: $\triangle BCD$ - р/б ($BC=CD$)
$\omega(O;R)$ - опис около $\triangle BCD$
т. $A \in \smile BD$; $\angle BAD = 45°$.
$AC = \sqrt[4]{2}$
Найти: S_{ABCD}.

Решение:

1) По св-ву р/б $\triangle$: $\angle CBD = \angle CDB$

2) По св-ву впис углов опир на 1 дугу:
$\angle CAD$ - опир на $\smile CD$; $\angle CBD$ - опир на $\smile CD$ ⇒ $\angle CAD = \angle CBD$
Аналогично: $\angle BAC = \angle BDC$.

3) Из п.1÷2 ⇒ $\angle BAC = \angle CAD$ ⇒ AC - бис $\angle BAD$.

4) Аналогично п.2: $\angle ABD = \angle ACD$.

5) Рассм $\triangle ACD$ и $\triangle ABK$, где $K = AC \cap BD$:
$\left.\begin{array}{l} \angle BAC = \angle CAD \text{ (п.3)} \\ \angle ABK = \angle ACD \text{ (п.4)} \end{array}\right\}$ ⇒ $\triangle ACD \sim \triangle ABK$ (по 2 равным углам)
⇒ $\angle BKA = \angle CDA = \beta$. 4 $\quad \frac{CD}{BK} = \frac{AD}{AK} = \frac{AC}{BA}$.

6) Чет-ник $ABCD$ - впис в $\omega(O;R)$, тогда:
1) $\angle BAD + \angle BCD = 180° \Rightarrow \angle BCD = 135° \Rightarrow$
⇒ т.к. $\angle CBD = \angle CDB$, то $\angle CBD = \angle CDB = \frac{180-135}{2} = 21{,}5°$
2) $\angle CBA + \angle CDA = 180°$, тогда:
~~т.к. $\angle CBA = \angle CBD + \angle DBA = \angle CBD + (180° - \angle BAC - \angle BKA)$ и $\angle CDA = \angle DKA = \beta$, то:~~

7) $\triangle ACD$ - впис в окр-ть тогда по след. из т. синусов:

$$\frac{CD}{\sin\angle CAD} = \frac{AC}{\sin\angle CDA} = 2R_0$$

Пусть $\angle CAD = \angle BAC = \angle CBD = \angle CDB = \alpha$, тогда: $\angle BAD = 2\alpha = 45°$.

$$\frac{CD}{\sin\alpha} = \frac{\sqrt[4]{2}}{\sin\beta} = 2R_0. \Rightarrow x = \frac{\sqrt[4]{2}\sin\alpha}{\sin\beta}.$$

8) По т. косинусов в $\triangle BCD$: (пусть $BC=CD=x$):
$BD^2 = x^2 + x^2 - 2x \cdot x\cos(\angle BCD) \Rightarrow BD = x\sqrt{2+\sqrt{2}}$.

9) $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD \cdot \sin\beta = \frac{1}{2}\sqrt[4]{2} \cdot x\sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sin\beta$
$x = \frac{\sqrt[4]{2}\sin\alpha}{\sin\beta}$ ⇒ $S_{ABCD} = \frac{1}{2}\sqrt[4]{2} \cdot \frac{\sqrt[4]{2}\sin\alpha}{\sin\beta}\sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sin\beta$

$S_{ABCD} = \frac{1}{2}\sqrt{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}\sin\left(\frac{45}{2}\right) = \sqrt{\frac{4+2\sqrt{2}}{4}}\sin\frac{45}{2} = \sqrt{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}\sin\frac{45}{2} = \sqrt{\frac{\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{2}} =$

$\left(\sin\frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} \Rightarrow \left(\sin\frac{45}{2}\right) = \sqrt{\frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}}$.

$= \sqrt{\frac{\left(1-\frac{1}{2}\right)}{2}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

Ответ: $S_{ABCD} = \frac{1}{2}$

ШИФР: 336
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

Работа по математике

Дата 06.04.24
Вариант № 2
Площадка написания: МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№2.

$\sin\alpha\,(x-\sin\alpha)^2+\operatorname{ctg}\alpha\,(x-\operatorname{ctg}\alpha)^2=0.\quad |\cdot\sin\alpha\neq 0.\quad |\cdot\sin\alpha\neq 0.$

$\sin^2\alpha\,(x-\sin\alpha)^2+\cos\alpha\left(x-\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)^2=0.\quad |\cdot\sin^2\alpha\neq 0.$

$\sin^4\alpha\,(x-\sin\alpha)^2+\cos\alpha\,(\sin\alpha\,x-\cos\alpha)^2=0.$

$\sin^2\alpha\,(x-\sin\alpha)^2=-\cos\alpha\,(x-\operatorname{ctg}\alpha)^2$ ~~не~~ ~~ум~~.

1) Если $(x-\operatorname{ctg}\alpha)^2=0$, то:

$\operatorname{ctg}\alpha=x.$

$\sin^2\alpha\left(\frac{\cos\alpha-\sin^2\alpha}{\sin\alpha}\right)^2=0.$

$\cos\alpha=\sin^2\alpha$

$\cos\alpha=1-\cos^2\alpha.$

$\cos^2\alpha+\cos\alpha-1=0.$

$D=1+4=5$

$\cos\alpha=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$; Сравним:

1.1) $2<\sqrt{5}<3$

$1<\sqrt{5}-1<2$

$\frac{1}{2}<\frac{\sqrt{5}-1}{2}<1.\Rightarrow$ ~~$\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$~~ $\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}-1}{2}.$

1.2) $-3<-\sqrt{5}<-2$

$-4<-1-\sqrt{5}<-3.$

$-2<\frac{-1-\sqrt{5}}{2}<-1{,}5\Rightarrow\cos\alpha\neq\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$, т.к. $\cos\alpha\in[-1;1]$.

Тогда. x может принимать различные знач в зависим от α, т.к $x=\operatorname{ctg}\alpha$ ~~значит этот сл. не удовл. условию.~~

Тогда $\alpha=\arccos\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$

$\sin\alpha=\sqrt{1-\frac{6-2\sqrt{5}}{4}}=\sqrt{\frac{-2+2\sqrt{5}}{4}}=\sqrt{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}$, тогда:

$x=\frac{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}{\sqrt{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}}=\sqrt{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}\Rightarrow$ при $\alpha=\arccos\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$; $x=\sqrt{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}$ – ед. решение

2) Если $(x-\operatorname{ctg}\alpha)^2 \neq 0$, то:

$$-\cos\alpha = \left(\frac{\sin\alpha(x-\sin\alpha)}{(x-\operatorname{ctg}\alpha)}\right)^2 \Rightarrow \cos\alpha \leq 0.$$

$$-\operatorname{ctg}\alpha = \sin\alpha\left(\frac{x-\sin\alpha}{x-\operatorname{ctg}\alpha}\right)^2$$

Замена: $\begin{cases} a = \sin\alpha \\ b = \operatorname{ctg}\alpha, \end{cases}$ при $(x-b)^2 \neq 0.$

$$-b = a\,\frac{(x-a)^2}{(x-b)^2}$$

$$\frac{a(x-a)^2 + b(x-b)^2}{(x-b)^2} = 0 \quad | \cdot (x-b)^2 \neq 0$$

$$ax^2 - 2a^2x + a^3 + bx^2 - 2b^2x + b^3 = 0.$$

$$x^2(a+b) - 2x(a^2+b^2) + (a^3+b^3) = 0.$$

$$D_1 = (a^2+b^2)^2 - (a+b)(a^3+b^3) = a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - a^4 - b^4 - ab^3 - ba^3 =$$

$$= ab(2ab - b^2 - a^2) = -ab(a-b)^2.$$

$$x = \frac{(a^2+b^2) \pm (a-b)\sqrt{-ab}}{a+b}$$

Обр. замена:

$$x = \frac{(\sin^2\alpha + \operatorname{ctg}^2\alpha) \pm (\sin\alpha - \operatorname{ctg}\alpha)\sqrt{-\cos\alpha}}{\sin\alpha + \operatorname{ctg}\alpha}.$$

Чтобы было единств. решение надо $x \in (+\sqrt{2}) =$ надо $x \in (-\sqrt{2})$

т.е.:

$$\frac{\sin^2\alpha + \operatorname{ctg}^2\alpha}{\sin\alpha + \operatorname{ctg}\alpha} + \frac{(\sin\alpha - \operatorname{ctg}\alpha)\sqrt{-\cos\alpha}}{\sin\alpha + \operatorname{ctg}\alpha} = \frac{\sin^2\alpha + \operatorname{ctg}^2\alpha}{\sin\alpha + \operatorname{ctg}\alpha} - \frac{(\sin\alpha - \operatorname{ctg}\alpha)\sqrt{-\cos\alpha}}{\sin\alpha + \operatorname{ctg}\alpha}$$

$$\frac{2(\sin\alpha - \operatorname{ctg}\alpha)\sqrt{-\cos\alpha}}{\sin\alpha + \operatorname{ctg}\alpha} = 0.$$

$$\begin{cases} -\cos\alpha \geq 0 \\ \sin^2\alpha - \cos\alpha = 0 \ (*) \\ \sin\alpha \neq 0 \\ -\cos\alpha \neq 0 \\ \sin^2\alpha + \cos\alpha \neq 0 \ (\#) \\ \sin\alpha \neq 0. \end{cases} \quad \cdot \quad \begin{cases} x \in \varnothing \\ \alpha = \frac{\pi}{2} + \pi t, \ t \in \mathbb{Z}. \\ \cos\alpha \neq \frac{1-\sqrt{5}}{2} \text{ - верно} \end{cases} \Rightarrow \boxed{a = \frac{\pi}{2} + \pi t, \ t \in \mathbb{Z}}$$

(*): $\cos^2\alpha + \cos\alpha - 1 = 0$

... (решение в п.1)

$\alpha = \arccos\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right) + 2\pi k, \ k \in \mathbb{Z}.$

Проверка: $-\cos\alpha \geq 0$

$\frac{1-\sqrt{5}}{2} \geq 0.$

$1 \geq \sqrt{5}$ - неверно.

(#): $\cos^2\alpha - \cos\alpha - 1 \neq 0$

... (аналогично п.1):

$\cos\alpha = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \cos\alpha \neq \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ - верно

(2)

Ответ: при $a = \frac{\pi}{2} + \pi t, \ t \in \mathbb{Z}$ и $a = \pm\arccos\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right) + 2\pi k, \ k \in \mathbb{Z}.$

389453
Регистрационный номер

Фамилия Рыкова
Имя Дарья
Отчество Юрьевна

722
(не заполнять)

Подпись

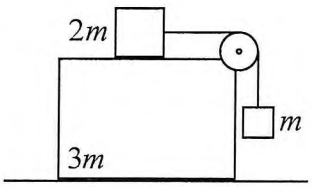
«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 10 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0,5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. Если к источнику ЭДС подключить некоторый резистор, ток через источник составит $I_1 = 0,18$ А. Если к тому же источнику подключить второй резистор (отключив первый), ток через источник составит $I_2 = 0,21$ А. Если же к этому источнику подключить оба резистора, соединенных последовательно, ток через источник составит $I_3 = 0,14$ А. Каким будет ток через источник, если его клеммы замкнуть накоротко?

3. В системе из трех тел массами m, $2m$ и $3m$ (см. рисунок) коэффициент трения между большим телом и горизонтальной поверхностью стола равен μ. При каких значениях μ большое тело будет неподвижным на поверхности стола? Блок и веревка невесомы, веревка нерастяжима.



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 722
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада «Юниор»

Работа по физике

Дата 06.04.24

Вариант № _____

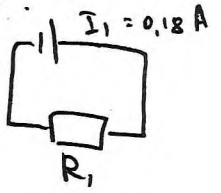
Площадка написания: МИФИ

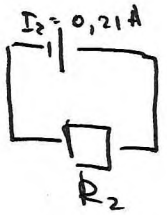
ФИО и рег. номер не указывать!

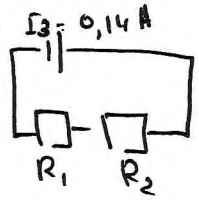
ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№2.

I) 

II 

III 

IV

$R_3 = R_1 + R_2$

1) Пусть ЭДС источника $= \mathcal{E}$, а внутр. сопротивл $= r$, тогда:

2) $\begin{cases} I_1 = \dfrac{\mathcal{E}}{R_1 + r} \\ I_2 = \dfrac{\mathcal{E}}{R_2 + r} \\ I_3 = \dfrac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + r} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{I_1} = \dfrac{R_1}{\mathcal{E}} + \dfrac{r}{\mathcal{E}} \\ \dfrac{1}{I_2} = \dfrac{R_2}{\mathcal{E}} + \dfrac{r}{\mathcal{E}} \\ \dfrac{1}{I_3} = \dfrac{R_1 + R_2}{\mathcal{E}} + \dfrac{r}{\mathcal{E}} \end{cases}$ (#).

(+) $\Rightarrow \dfrac{1}{I_1} + \dfrac{1}{I_2} = \dfrac{R_1}{\mathcal{E}} + \dfrac{R_2}{\mathcal{E}} + \dfrac{2r}{\mathcal{E}}$

$\dfrac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} = \dfrac{R_1 + R_2}{\mathcal{E}} + \dfrac{2r}{\mathcal{E}}$ (*)

(*) $-$ (#) $\Leftrightarrow \dfrac{I_1 + I_2}{I_1 I_2} - \dfrac{1}{I_3} = 0 + \dfrac{2r - r}{\mathcal{E}}$.

$\dfrac{r}{\mathcal{E}} = \dfrac{I_1 I_3 + I_2 I_3 - I_1 I_2}{I_1 I_2 I_3}$.

$63 \cdot 5 = 315$

3) Если клеммы замкнуть накоротко (сл. IV), то:

$I_{k3} = \dfrac{\mathcal{E}}{r} \Rightarrow$ из п.2:

$I_{k3} = \dfrac{I_1 \cdot I_2 \cdot I_3}{I_1 I_3 + I_2 I_3 - I_1 I_2} = \dfrac{0{,}18 \cdot 0{,}21 \cdot 0{,}14}{0{,}18 \cdot 0{,}14 + 0{,}21 \cdot 0{,}14 - 0{,}18 \cdot 0{,}21} =$

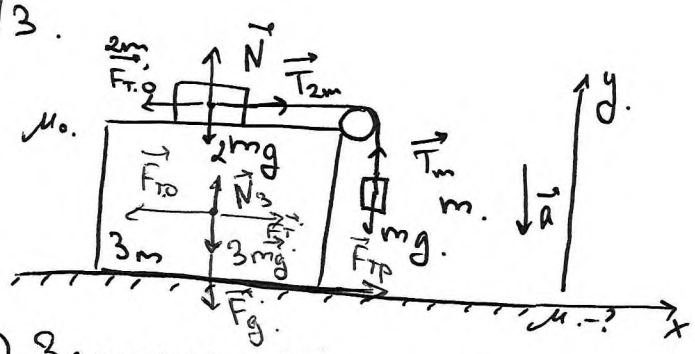
$= \dfrac{3 \cdot 7 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}18 \cdot 0{,}14 \cdot 1000000}{3 \cdot 7 (0{,}06 \cdot 0{,}02 + 0{,}01 \cdot 0{,}14 - 0{,}06 \cdot 0{,}03) \cdot 10^6} = \dfrac{18 \cdot 14}{1200 + 1400 - 1800} = \dfrac{18 \cdot 14}{800} = \dfrac{9 \cdot 7}{200} = \dfrac{63}{200}$

$I_{k3} = \dfrac{63 \cdot 5}{1000} = 0{,}315$ A.

Ответ: $I_{k3} = 0{,}315$ A.

58

№3.



1) Пусть коэф. трения между блоками 2m и 3m = μ_0.

2) Т.к. блок и нить невесомы, то:

$|\vec{T}_m| = |\vec{T}_{2m}| = T$.

т.к. веревка не растяжима, то $|\vec{a}_m| = |\vec{a}_{2m}|$

Пусть эта система движ. с ускор

3) Запишем 2 закон Ньютона:

3.1) Для тела массой m:

$m\vec{g} + \vec{T}_m = m\vec{a}_m$

y: $T - mg = -ma$

$T = m(g-a)$

3.2) Массой 2m: $\vec{N} + \vec{T}_{2m} + 2m\vec{g} + \vec{F}_{т0} = m\vec{a}_{2m}$

y: $N - 2mg = 0 \Rightarrow N = 2mg$.

x: $T - F_{т.о} = ma \Rightarrow T - \overbrace{2mg}^{N}\cdot\mu_0 = ma$.

3.3) Массой 3m:

$\vec{N}_3 + \vec{F}_т + 3m\vec{g} + \vec{F}_g + \vec{F}_{т.о} = 0$, где $\vec{F}_g$ - сила давления со стороны грузов массами m и 2m, т.е. $|\vec{F}_g| = 3mg$.

y: $N_3 - 3mg - 3mg = 0$.

$N_3 = 6mg$.

x: $F_т - F_{т.о} = 0$.

$\mu N_3 = \mu_0 N$.

$\mu = \frac{\mu_0 \cdot \cancel{2mg}^{1}}{\cancel{6mg}_{3}} \Rightarrow \mu = \frac{\mu_0}{3}$.

4). Ускорение грузов равно по модулю ускор. центра масс системы, кот. вычисляется по ф-ле: $\vec{a}_{цм} = \frac{\vec{F}_\Sigma}{m_\Sigma}$ - равнод. всех сил действ. на сист. - сум. масса системы.

Это следует из невесомости нити и блока и нерастяж. нити.

$|\vec{a}_{цм}| = \sqrt{a_y^2 + a_x^2} = \sqrt{\frac{F_{\Sigma y}^2 + F_{\Sigma x}^2}{m_\Sigma^2}}$

$F_{\Sigma y} = T_m - mg + (N - \overset{=0}{2mg}) = T - mg$.

$F_{\Sigma x} = T_{2m} - F_{т0} = T - 2\mu_0 mg$.

$\Rightarrow a_{цм} = \sqrt{\frac{T^2 - 2Tmg + m^2g^2 + T^2 - 4\mu_0 mgT + 4\mu_0^2 m^2 g^2}{9m^2}}$

$\underset{a^2}{a_{цм}^2} = \frac{2T^2 - 2Tmg(1+2\mu_0) + m^2g^2(1+4\mu_0^2)}{9m^2}$

$9m^2 a = 2T^2 - 2Tmg(1+2\mu_0) + m^2g^2(1+4\mu_0^2)$

Из п. 3.1: $T = m(g-a)$, из п. 3.2 и 3.1: $T = ma + 2\mu_0 mg = mg - ma$.

$\mu_0 = \frac{g-2a}{2g}$.

$9m^2 a = 2m^2(g-a)^2 - 2m^2(g-g)g\left(1 + \frac{g-2a}{g}\right) + m^2g^2\left(1 + \frac{(g-2a)^2}{g^2}\right)$.

Продолжение на листе №2

ШИФР: 722
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

Работа по физике

Дата 06.04.24

Вариант № _____

Площадка написания: МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№3 (Продолжение).

$\cancel{9m^2a = 2m^2g^2 - 4m^2ga + 2m^2a^2}$

$9m^2a = 2m^2(g-a)^2 - 4m^2(g-a)^2 + m^2(2g^2 - 4ga + 4a^2)$

$9\cancel{m^2}a = -2\cancel{m^2}(g-a)^2 + \cancel{m^2}(2g^2 - 4ga + 4a^2)$

$4a^2 - \cancel{4ga} + \cancel{2g^2} - \cancel{2g^2} + \cancel{4ga} - 2a^2 - 9a = 0.$

$2a^2 - 9a = 0.$

$\left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = \frac{9}{2} \end{array}\right.$

5). I) если $a=0$, то:

$\mu_0 = \frac{g-0}{2g} = \frac{1}{2}. \Rightarrow \mu = \frac{\mu_0}{3} = \frac{1}{6}.$

$\cancel{T = m(g-0) = mg.}$

II) если $a = \frac{9}{2}$, то:

$\mu_0 = \frac{\mu_0}{3} = \frac{9}{2\cdot 3} = \frac{3}{2}.$

Ответ: I) при $\mu = \frac{1}{6}$ (при этом мал. грузы движ. без ускорения)

II) при $\mu = \frac{3}{2}$ (при этом мал. грузы движ с ускор $a = \frac{9}{2}$).

1б

№1.

Дано: $V = 20л = 20\cdot 1000\ см^3 = 0{,}02\ м^3$; $V_0 = 0{,}5л = 0{,}0005\ м^3$.

$t = 20°C \Rightarrow T = 293\ K$; $P_м = 10^6\ Па$; $\rho = 800\ кг/м^3$; $\mu = 28\ г/моль$; $R = 8{,}31\ \frac{Дж}{моль\cdot гр}$

Найти: разорвёт? когда!

Решение:

1) Найдём максимальное давление, кот. создаст жидкий азот:

$\cancel{PV = \nu RT \Rightarrow P_{max} = \frac{\mu R}{mV} = \frac{\rho V_0 T R}{\mu T} = \frac{\mu RT}{\rho V_0 V}}$

$\cancel{P_{max} = 800 \cdot 0{,}0005 \cdot 293}$

Из ур-ния Менделеева-Клапейрона: $PV = \nu RT \Rightarrow P = \frac{\mu RT}{mV} = \frac{\mu RT}{\rho V_0 \cdot V}$

$$P_{max} = \frac{\mu R T}{\rho V_0 V} = \frac{28\ \text{г/моль} \cdot 8{,}31\ \text{Дж/моль·К} \cdot 293\ \text{К}}{800\ \text{кг/м}^3 \cdot 0{,}0005\ \text{м}^3 \cdot 0{,}02\ \text{м}^3} = \frac{28 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{16 \cdot 0{,}5}\ \text{Дж/м}^3 = \frac{28 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{8}\ \text{Па} \approx 8521{,}905\ \text{Па}$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ \times\ 293 \\ \hline 2493 \\ 7479 \\ 1662 \\ \hline 243483 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 17043{,}81 & 2 \\ \hline 16 & 8521{,}905 \\ 10 & \\ 10 & \\ 4 & \\ 2 & \\ 18 & \\ 16 & \\ 10 & \\ 0 & \end{array}$$

Тогда давление создаваемое азотом: $P_{max} = 8521{,}905$ Па, что меньше чем 10^6 Па - макс. внутр. давление, выдерж. сосудом. Тогда: сосуд Дьюара не будет разорван.

Ответ: Нет, сосуд не будет разорван. (13)

Замечания №1

1) т.к. сосуд плотно закрыт крышкой, то азот не сможет выходить за пределы сосуда $\Rightarrow V = \text{const}$ = объему сосуда Дьюара. Т.е. процесс расш. в усл. данной задачи - ИЗОХОРИЧЕСКИЙ.

2) масса жид. азота = массе испарившейся части ж. азота = $\rho \cdot V_0$.