330

386305
Регистрационный номер

Фамилия Гончарова
Имя Виктория
Отчество Николаевна

(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 10 класс

Вариант 2

1. Петя просматривал календарь 22 века, начиная с 2101 года и заканчивая 2200 годом. Он считал год с номером n «счастливым», если сумма частного и остатка от деления n на 100 являлась делителем числа n. Сколько «счастливых» лет насчитал Петя в 22 веке?
2. При каких значениях параметра a уравнение $\sin a\cdot(x-\sin a)^2+\operatorname{ctg} a\cdot(x-\operatorname{ctg} a)^2=0$ имеет единственное решение.
3. Окружность описана около равнобедренного треугольника BCD $(CB=CD)$. На ее дуге BD, не содержащей точки C, взята точка A так, что $\angle BAD=45^0$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$, если длина отрезка AC равна $\sqrt[4]{2}$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 330
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

Работа по математике

Дата 06.04.24

Вариант № 2

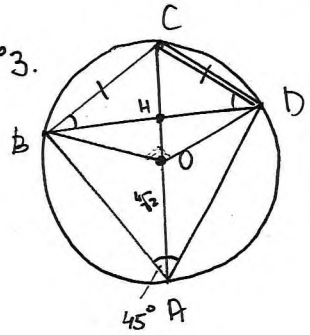
Площадка написания: МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
0	0	2				2	

№3.



1) $\triangle BCD$ – р/б $\Rightarrow \angle CBD = \angle CDB$

2) $\angle CBD$ и $\angle CDB$ – вписанные $\Rightarrow \angle CBD = \angle CDB = \frac{1}{2} \cup CB = \frac{1}{2} \cup CD$

3) $CA \cap BD = H$

4) $\angle CAD$ – впис. $\Rightarrow \angle CAD = \frac{1}{2} \cup CD$
$\angle CAB$ – впис. $\Rightarrow \angle CAB = \frac{1}{2} \cup CB$ $\Big\} \Rightarrow \angle CAD = \angle CAB$ т.к. $\frac{1}{2} \cup CD = \frac{1}{2} \cup CB \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle CAD = \angle CAB = \angle CBD = \angle CDB$, CA – биссектриса

5) CA – биссектриса, биссектрисы вписанных фигур пересекаются в центре окружности $\Rightarrow$
$\Rightarrow O$ – центр окружности, $O \in CA \Rightarrow CA$ – диаметр $\Rightarrow r_{окр} = \frac{2^{\frac{1}{4}}}{2}$

AC – не биссектриса BCD

6) $\angle BAD$ – впис. $\Rightarrow \angle BAD = \frac{1}{2} \cup BCD = 45^\circ \Rightarrow \cup BCD = 90^\circ$, $\angle BOD$ – центральный $\Rightarrow \angle BOD = 90$
~~OC – бисс. ∠BCD~~ $\cup CB = \cup CD \Rightarrow \angle BOC = \angle COD = \frac{1}{2} \cdot 90^\circ = 45^\circ$

7) ~~по th cos-в: BO~~
в $\triangle BOC$: $BO = CO = r_{окр}$, $\angle BOC = 45^\circ$
по ~~th~~ теореме cos-в: $BC^2 = BO^2 + CO^2 - 2 \cdot BO \cdot CO \cdot \cos 45^\circ$
$BC^2 = 2r^2 - 2r^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{2}{4} = \frac{2\sqrt{2}-2}{4} = \frac{\sqrt{2}-1}{2} = CD^2$

Рассмотрен частный случай

2

~~2) по теор. ∠BOC =~~

8) $\triangle$ в $\triangle BCA$: $\angle CBA$ опир. на диаметр $\Rightarrow \angle CBA = 90^\circ \Rightarrow \triangle CBA$ – п/у
по теореме Пифагора: $AB^2 = CA^2 - CB^2 = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}-1}{2} = \frac{2\sqrt{2}-\sqrt{2}+1}{2} = \frac{\sqrt{2}+1}{2}$

9) $\triangle CAD = \triangle CAB$ по $CD = CB$, CA – общ, $\angle BCO = \angle DCO$ $\Rightarrow AB = AD$
т.к. $\triangle CBO = \triangle CDO$
по CO, $BO = OD$, $CB = CD$

10) $S_{ABCD} = 2 S_{CBA} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot CB \cdot BA = CB \cdot BA = \frac{\sqrt{\sqrt{2}-1}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{\sqrt{2}+1}}{\sqrt{2}} =$
$= \frac{\sqrt{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}}{2} = \frac{\sqrt{\sqrt{2}^2 - 1^2}}{2} = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{1}{2}$

Лист 1 из 1

Ответ: $\frac{1}{2}$

№1. числа от 2101 до 2200, ~~делятся~~ при делении на 100

число 2200: остаток 0
частное 22

2200 : 22 = 100 => 2200 - "счастливое"

числа 2101-2199: частое 21
остаток: 1-99

каждая сумма: 21 + (n - 2100)

делителем $\frac{n}{21 + n - 2100} = \frac{n}{n - 2079}$ - не одна сумма не делитель

не целое число при $n \in [2101; 2199] \Rightarrow$ 2200 - единственное

Ответ: 1 число, 2200

386305
Регистрационный номер

Фамилия Гончарова
Имя Виктория
Отчество Николаевна

718
(не заполнять)

Подпись

ЮНИОР

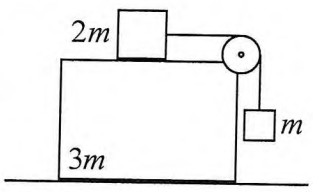
«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 10 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0,5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. Если к источнику ЭДС подключить некоторый резистор, ток через источник составит $I_1 = 0,18$ А. Если к тому же источнику подключить второй резистор (отключив первый), ток через источник составит $I_2 = 0,21$ А. Если же к этому источнику подключить оба резистора, соединенных последовательно, ток через источник составит $I_3 = 0,14$ А. Каким будет ток через источник, если его клеммы замкнуть накоротко?

3. В системе из трех тел массами m, $2m$ и $3m$ (см. рисунок) коэффициент трения между большим телом и горизонтальной поверхностью стола равен μ. При каких значениях μ большое тело будет неподвижным на поверхности стола? Блок и веревка невесомы, веревка нерастяжима.



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: ____________________

(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

Работа по физике

Дата 06.04.24

Вариант № [illegible]

Площадка написания: МИФИ

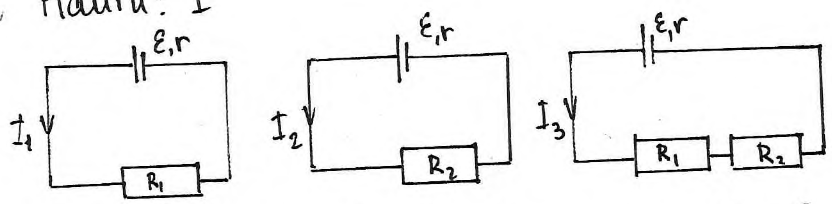
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА

(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

2. Найти: I



$I_1 = \frac{\varepsilon}{r+R_1} = 0{,}18$ $\quad I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2+r},\ I_2 = 0{,}21A$ $\quad I_3 = \frac{\varepsilon}{r+R_1+R_2} = 0{,}14A$

$R_1 = \frac{\varepsilon}{I_1} - r$

$I_3 = \frac{\varepsilon}{r + \frac{\varepsilon}{I_1} - r + \frac{\varepsilon}{I_2} - r} = \frac{\varepsilon}{\frac{\varepsilon}{I_1} + \frac{\varepsilon}{I_2} - r} \Rightarrow \varepsilon = I_3\left(\frac{I_2\varepsilon + I_1\varepsilon}{I_1 I_2} - r\right) = 0{,}14\left(\frac{0{,}21\varepsilon + 0{,}18\varepsilon}{0{,}18 \cdot 0{,}21} - r\right) =$

$= 0{,}14 \cdot \frac{0{,}39\varepsilon}{0{,}18 \cdot 0{,}21} - 0{,}14r \Rightarrow -\varepsilon + \frac{0{,}3 \cdot 1{,}3\varepsilon}{0{,}9 \cdot 0{,}3} - 0{,}14r = -\varepsilon + \frac{13}{9}\varepsilon - 0{,}14r = \frac{4}{9}\varepsilon - 0{,}14r = 0$

$\frac{4}{9}\varepsilon = 0{,}14r$

$4\varepsilon = 1{,}26r$

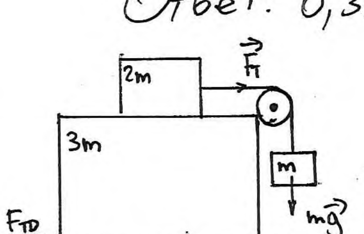
$\varepsilon = 0{,}315r$

Для замкутых накоротко клемм: $I = \frac{\varepsilon}{r} = 0{,}315\ A$

Ответ: 0,315 A (4б)

нет конечной ф-лы (критерий 5б)

3.



$F_{тр} = \mu N$

сила, с которой сдвигаются система брусков 2m и 3m равна силе тяжести бруска m.

$F_{т_1} = mg$, ~~2gt~~

$N = 6mg$ – вес всей системы

Лист 1 **из** 1

$F_{тр} > F_{т1}$

чтоб брусок m3 не двигался

$\mu N > mg$

$\mu 6mg > mg \Rightarrow \mu > \frac{1}{6}$

Ответ: $\mu > \frac{1}{6}$

(1б)

№ ~~3~~ 1. Уравнение Клапейрона-Менделеева:

$pV = \frac{m}{\mu} RT$, ~~где R - универ~~

$T = t + 273{,}15 = 293{,}15\ K$

$V = 20\ л = 2 \cdot 10^{-2}\ м^3 = 20 \cdot 10^3\ см^3$

зная, p_{max} найдём m_{max} — максимальную массу газа в сосуде

$p_m V = \frac{m_{max}}{\mu} RT \Rightarrow m_{max} = \frac{p_m V \cdot \mu}{RT} = \frac{10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 28}{8{,}31 \cdot 293{,}15} \approx \frac{10^4}{43{,}54}$ г — максимально возможная масса газообразного азота

15

ШИФР: 718
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада "Юниор"

Работа по физике

Дата _____

Вариант № _____

Площадка написания:

_____

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись