№2

Не используйте двустороннюю печать при печати карточки.
Карточку №1 и карточку №2 необходимо распечатать в формате А4 на отдельных листах и принести с собой в день проведения очных туров олимпиады.
Карточка участника олимпиады
(вкладывается в работу)

329

МИФИ
Национальный исследовательский ядерный университет

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Регистрационный номер	**381158**
Личные данные	
Фамилия	Тихомирова
Имя	Дарья
Отчество	Игоревна
Пол	Женский
Адрес электронной почты (email)	tikhomirova919@yandex.ru (является логином для входа в информационную систему)
Мобильный телефон	89653923243
Нуждаюсь в особых условиях участия в связи с ограниченными возможностями здоровья	
По слуху	Нет
По зрению	Нет
Опорно-двигательного аппарата	Нет
Место прописки	
Регион	г.Москва
Населенный пункт	г.Москва
Сведения об образовательном учреждении	
Регион	г.Москва
Населенный пункт	г.Москва
Тип образовательного учреждения	Лицей
Номер образовательного учреждения (ноль, если нет номера)	1511
Класс	10

Подпись (участника) _____ Дата «05» 04 2024 г.

ШИФР: 329
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

«Юниор»

Работа по математике

Дата 06.04.2021
Вариант № 1
Площадка написания: МИФИ (г. Москва)
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
0	3	2				5	

№2

$\sin a(x-\sin a)^2+\cos a(x-\cos a)^2=0$ имеет единственное решение

$\sin a(x^2+\sin^2 a-2\sin a\cdot x)+\cos a(x^2+\cos^2 a-2x\cos a)=0$

$x^2\sin a+\sin^3 a-2x\sin^2 a+x^2\cos a+\cos^3 a-2x\cos a=0$

$x^2(\sin a+\cos a)+\sin^3 a+\cos^3 a-2x(\sin^2 a+\cos^2 a)=0$

$x^2(\sin a+\cos a)-2x+\sin^3 a+\cos^3 a=0$

Имеет единственное решение при $D=0$ или линейном случае

1. Линейный случай: $\sin a+\cos a=0$

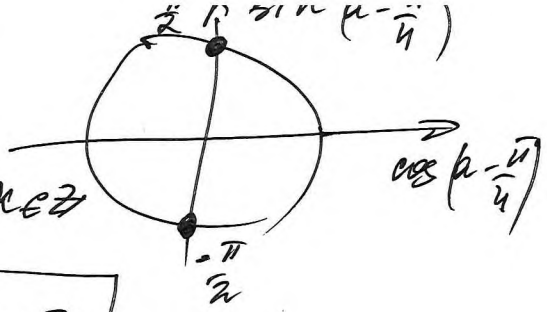
$-2x+\underbrace{(\sin a+\cos a)}_{0}(\sin^2 a+\cos^2 a-\sin a\cos a)=0$

$x=0$ – единственное решение $\Rightarrow$ линейный случай подходит $\Rightarrow$ $\sin a+\cos a=0 \mid\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\underbrace{\frac{\sqrt{2}}{2}}_{\sin\frac{\pi}{4}}\sin a+\underbrace{\frac{\sqrt{2}}{2}}_{\cos\frac{\pi}{4}}\cos a=0$

$\cos\left(a-\frac{\pi}{4}\right)=0$

$\cos\left(a-\frac{\pi}{4}\right)=0$



$a-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+\pi k;\ k\in\mathbb{Z}$

$\boxed{a=\frac{3\pi}{4}+\pi k;\ k\in\mathbb{Z}}$

2. Случай, когда $D=0$; $a\neq\frac{3\pi}{4}+\pi k$ (т.к. нужно квадратное ур-е)

$\frac{D}{4}=1-(\sin a+\cos a)(\sin a+\cos a)(\sin^2 a+\cos^2 a-\sin a\cos a)=$

$=1-(\sin a+\cos a)^2(1-\sin a\cos a)=$ ~~$1-(\sin^2 a+\cos^2 a+2\sin a\cos a)+$~~

$=1-(\sin a^2+\cos a^2+2\sin a\cos a)(1-\sin a\cos a)=$

$=1-(1+\sin 2a)(1-\frac{1}{2}\sin 2a)=1-(1-\frac{1}{2}\sin 2a+\sin 2a-\frac{1}{2}\sin^2 2a)=$

$=$ ~~$1-1$~~ $-\frac{1}{2}\sin 2a+\frac{1}{2}\sin^2 2a$

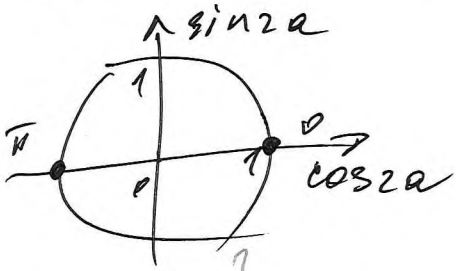
$-\frac{1}{2}\sin 2a+\frac{1}{2}\sin^2 2a=0$

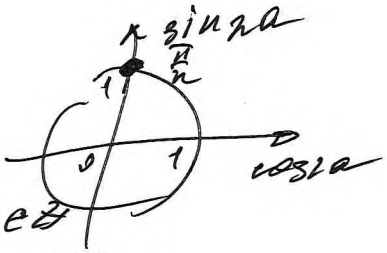
$\sin 2a-\sin^2 2a=0$

$\sin 2a(1-\sin 2a)=0$

$\sin 2a=0$ ✓ $\qquad 1-\sin 2a=0$

$\sin 2a=1$





$2a=\frac{\pi}{2}+2\pi q;\ q\in\mathbb{Z}$

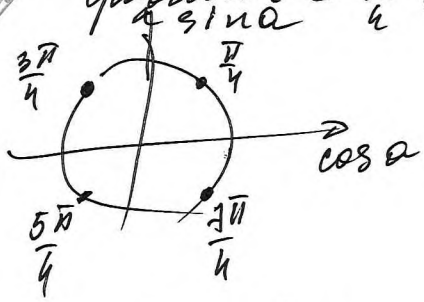
$\boxed{a=\frac{\pi}{4}+\pi q;\ q\in\mathbb{Z}}$

$2a=\pi n;\ n\in\mathbb{Z}\ |:2$

$\boxed{a=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}n;\ n\in\mathbb{Z}}$

③

сравним с $\frac{3\pi}{4}+\pi k$



Ответ: при $a\neq\frac{3\pi}{4}+\pi k$ $a=\frac{3\pi}{4}+\pi k$; $a=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}n$; $a=\frac{\pi}{4}+\pi q$; $k,n,q\in\mathbb{Z}$.

ШИФР: 329
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

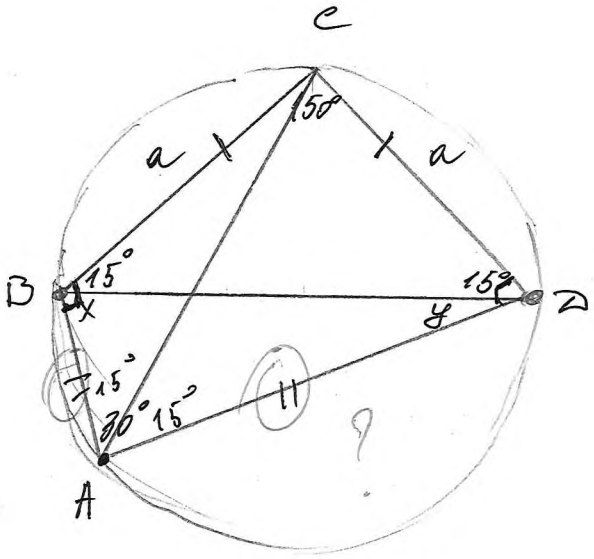
Работа по математике

Дата 06.04.2024
Вариант № 1
Площадка написания:
МИФИ (г. Москва

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись



Дано: $\triangle BCD$ - р/б ($CB = CD$); $A \in BD$; $C \notin BD$; $\angle BAD = 30°$; $AC = 2$

Найти: S_{ABCD}

Решение

1. Рассм. $ABCD$ - вписанный в окружность $\Rightarrow \angle BAD + \angle BCD = \angle CBA + \angle CDA = 180°$ (по св-ву четырехугольника, вписанного в окружность)

$\Rightarrow \angle BCD = 150°$.

Рассмотрим частный случай (2)

2. $\triangle BCD$ - р/б $\Rightarrow \angle CBD = \angle CDB = \frac{180 - \angle BCD}{2} = 15°$

3. Пусть $\angle DBA = x$; $\angle BDA = y$, тогда из п. 1 $\Rightarrow \angle CDA + \angle CBA = 180°$ (по св-ву)

$\Rightarrow 15° + x + 15° + y = 180° \Rightarrow x + y = 150°$

4. Рассм. т. синусов для $\triangle CBA$ - вписанного в окружность, указанную в условии

$\Rightarrow \frac{AC}{\sin(x + 15°)} = 2R$ | R - радиус описанной окружности (указанной в условии)

6. Рассмотрит т. синусов для $\triangle CDA$ – вписанного в окружность указанную в условии

$$\frac{AC}{\sin(y+15^\circ)} = 2R$$

6. Из п. 4÷5:

$$2R = \frac{AC}{\sin(y+15^\circ)} = \frac{AC}{\sin(x+15^\circ)} \Rightarrow \sin(x+15^\circ) = \sin(y+15^\circ)$$

(x; y ∈ I или II четверти)

II

7. Вернемся к п. 3 $\Rightarrow \begin{cases} x+y = 150^\circ \\ x = y \end{cases} \Rightarrow x = y = 75^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle CDA = \angle CBA = 90^\circ \Rightarrow AC$ – диаметр окружности (т.к. $\angle CDA = 90^\circ$ опир на AC)

8. Т.к. $x = y \Rightarrow \triangle BAD$ – р/б ($BA = AD$)

9. Рассм $\triangle BAC$ и $\triangle CDA$ (– п/у из п. 7)

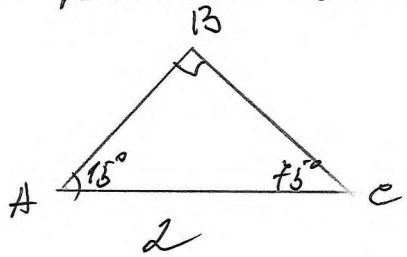
1. $CB = CD$ (по усл.)
2. $BA = AD$ (из п.8

$\Rightarrow \triangle CBA = \triangle CDA$ по двум катетам

II

$$S_{\triangle CBA} = S_{\triangle CDA} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$$

10. Рассм $\triangle BAC$ – п/у (из п. 7)



$\angle BAC = \angle CAD = \frac{1}{2}\angle BAD = 15^\circ$

1. $\angle BCA = 90^\circ - \angle BAC = 75^\circ$
2. $\sin\angle BAC = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BC = AC \cdot \sin\angle BAC$

$BC = 2\sin 15^\circ$

3. $\sin\angle BAC = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC \cdot \sin\angle BAC$

$AB = 2\sin 75^\circ$

11. $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 2\sin 75^\circ \cdot 2\sin 15^\circ = 2\sin 15^\circ \sin 75^\circ =$

(раскладываем по произведению синусов) $= \cos 60^\circ - \cos 90^\circ =$

$= \frac{1}{2}$

11. $S_{ABCD} = 2 S_{BAC} = 2 \cdot \frac{1}{2} = \boxed{1}$

Ответ: 1.

ШИФР: 329
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

Работа по математике

Дата 06.04.2024
Вариант № 1
Площадка написания: МИФИ (г. Москва)
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№1

$\frac{\text{делимое}}{\text{делитель}} = \text{частное} + \text{остаток}$

1) Для всех годов, кроме 2100 счастливым будет число 20, а остатком - две последние цифры (для всех учсс.)

~~2) Из п. 1 можно сделать вывод, что число должно делиться на сумму своих цифр.~~

2) 2100 - счастливое
2002 - счастливое

2001 : 21
2003 : 23
2004 : 24
2005 : 25 - счастливое
2006 : 26
2007 : 27
2008 : 28
2009 : 29
2010 : 30 - счастливое
2011 : 31
. . .
2015 : 35

Ответ: как минимум 4.

Лист 3 из 3

381158
Регистрационный номер

Фамилия Тихомирова
Имя Дарья
Отчество Игоревна

717
(не заполнять)

Подпись

ЮНИОР

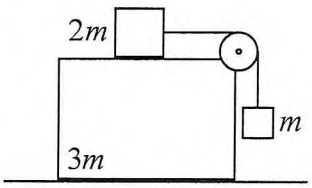
«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 10 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ град). Ответ обосновать.

2. Если к источнику ЭДС подключить некоторый резистор, ток через источник составит $I_1 = 0{,}18$ А. Если к тому же источнику подключить второй резистор (отключив первый), ток через источник составит $I_2 = 0{,}21$ А. Если же к этому источнику подключить оба резистора, соединенных последовательно, ток через источник составит $I_3 = 0{,}14$ А. Каким будет ток через источник, если его клеммы замкнуть накоротко?

3. В системе из трех тел массами m, $2m$ и $3m$ (см. рисунок) коэффициент трения между большим телом и горизонтальной поверхностью стола равен μ. При каких значениях μ большое тело будет неподвижным на поверхности стола? Блок и веревка невесомы, веревка нерастяжима.



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 717
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

Работа по физике

Дата 06.04.2024
Вариант № _____
Площадка написания: МИФИ (г. Москва)
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

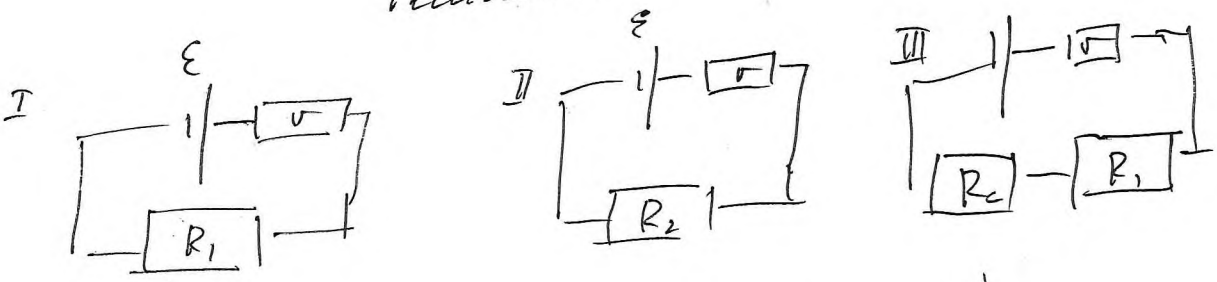
1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№2

Дано:
$I_1 = 0{,}18\ A$
$I_2 = 0{,}21\ A$
$I_3 = 0{,}14\ A$

$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{r}$

Решение



1. r – сопротивление источника (внутреннее)

2. $I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r}$; $I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + r}$ $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} R_1 + r = \frac{\mathcal{E}}{I_1} \\ R_2 + r = \frac{\mathcal{E}}{I_2} \\ R_1 + R_2 + r = \frac{\mathcal{E}}{I_3} \end{cases}$ $\Leftrightarrow$

$I_3 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + r}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} R_1 + r = \frac{50}{9}\mathcal{E} \\ R_2 + r = \frac{100}{21}\mathcal{E} \\ R_1 + R_2 + r = \frac{50}{7}\mathcal{E} \end{cases} \oplus \Leftrightarrow \begin{cases} R_1 + R_2 + 2r = \frac{50}{9}\mathcal{E} + \frac{100}{21}\mathcal{E} \\ R_1 + R_2 + r = \frac{50}{7}\mathcal{E} \end{cases} \Leftrightarrow \ominus \begin{cases} R_1 + R_2 + 2r = \frac{650}{63}\mathcal{E} \\ R_1 + R_2 + r = \frac{50}{7}\mathcal{E} \end{cases}$

$r = \frac{650}{63}\mathcal{E} - \frac{50}{7}\mathcal{E} = \frac{200}{63}\mathcal{E}$

$r = \frac{200}{63}\mathcal{E} \Leftrightarrow \frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{63}{200} = I_0 = \boxed{0{,}315\ A}$

Ответ: 0,315 А.

4б

нет конечной ф-лы (критерий б4)

N 1

Решение

Дано:

$P_m = 10^6$ Па

$\rho = 800$ кг/м³

$\mu = 28$ г/моль

$R = 8{,}31$ Дж/моль·°

$V = 20$ л

$V_0 = 0{,}5$ л

$t = 20$ °C

1. $m = V_0\rho = 0{,}5$ л $\cdot 800$ кг/м³ $= 0{,}5 \cdot 10^{-3}$ м³ $\cdot 800$ кг/м³ $=$

$= 0{,}4$ кг

2. $PV = \nu R t$ Найдем давление, оказываемое азотом при температуре $t = 20°$

$PV = \frac{m}{\mu} Rt$

$P = \frac{mRt}{\mu V} = \frac{400\text{ г} \cdot 8{,}31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot°} \cdot 293\text{ K}}{28\text{ г/моль} \cdot 20\text{ л}}$

$= \frac{400\text{ г} \cdot 8{,}31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot°} \cdot 293\text{ K}}{28\text{ г/моль} \cdot 20 \cdot 10^{-3}\text{ м}^3} = \frac{400 \cdot 8{,}31 \cdot 293 \cdot 10^3}{28 \cdot 20}$ Па $=$

$= \frac{8{,}31 \cdot 293 \cdot 10^4}{7} = \frac{24338{,}83 \cdot 10^4}{7} = \frac{243{,}3883 \cdot 10^6}{7} \sim 34 \cdot 10^6$ Па.

$34 \cdot 10^6$ Па $> 10^6$ Па – сосуд разорвет раньше, чем азот нагреется до $t = 20$ °C

3. Запишем для P_m; найдем температуру, при которой в сосуде достигается давление P_m

$P_m V = \frac{m}{\mu} R t_0$

$t_0 = \frac{P_m V \mu}{mR} = \frac{10^6\text{ Па} \cdot 20 \cdot 10^{-3}\text{ м}^3 \cdot 28\text{ г/моль}}{400\text{ г} \cdot 8{,}31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot°}} =$

$= \frac{10^5 \cdot 20 \cdot 28}{400 \cdot 8{,}31}\text{ K} = \frac{20 \cdot 10 \cdot 28}{4 \cdot 8{,}31} = \frac{1400}{8{,}31} \approx 168{,}4\text{ K}$

≈ -105 °C

Ответ: при -105 °C.

53

ШИФР: 717
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

Работа по физике

Дата 06.04.2024.

Вариант № _____

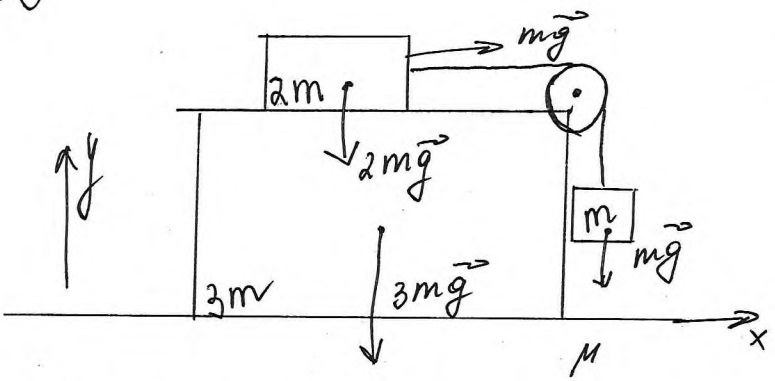
Площадка написания: МИФИ (г. Москва)

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№3



II закон Ньютона:

$5mg \cdot \mu = mg$

$\mu = 0{,}2$ - граничное

значение для μ; при $\mu < 0{,}2$ тело уже не будет покоиться относительно поверхности стола

Ответ: при $\mu \geq 0{,}2$.

1б