377482

Регистрационный номер

Фамилия Гагамидзе

Имя Георгий

Отчество Георгиевич

14

(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 2

1. По кругу написано 2024 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти сумму квадратов этих чисел.
2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $2x-7=\left[\lg\left(10^{2y}\cdot 3^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{-y}\cdot 3^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наибольшим возможным значением y.
3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $2+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\frac{\sqrt{26}}{2}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

Работа по физике / математике

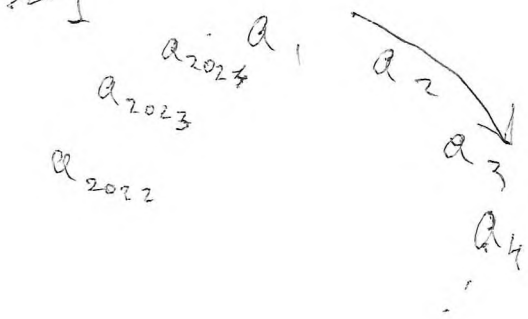
Дата 06.04.2024
Вариант № 2
Площадка написания: НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	0	3				4	

№1



a_1, a_2, a_3, a_4, a_{2024}, a_{2023}, a_{2022}

$a_1^2 = a_2 + a_3$
$a_2^2 = a_3 + a_4$
$\vdots$
$a_{2023}^2 = a_{2024} + a_1$
$a_{2024}^2 = a_1 + a_2$

$\Rightarrow S_{кв} = 2(a_1 + a_2 + \ldots + a_{2024})$

~~Без огр. общности можно сказать, что a_1 — наим. член последовательности. Тогда, если послед. возрастает~~

Единств. возможный вариант, когда $a_1 = a_2 = \ldots = a_{2024} = 2$, тогда

$S_{кв} = 2(2 \cdot 2024) = 4 \cdot 2024 = 8096$

Докажем единственность разложения: $a_i \geq 2$, т.к. $1^2 \neq a + b$, где $a > 0$ и $b > 0$

При чем тут единица! Числа положительные

Если $a_1 = a_2 = \ldots = a_{2024}$, то $a_i = 2$, т.к. $a_i^2 = 2a_i$

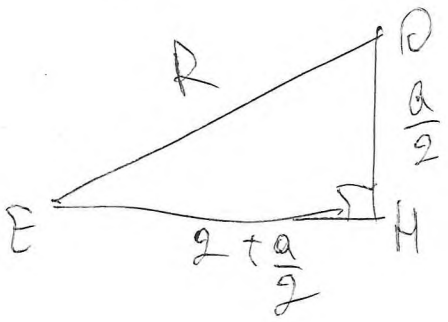
$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a_i = 0 \text{ — не удовл.} \\ a_i = 2 \end{array}\right.$

Докажем, что $a_1 = \ldots a_i = a_{2024}$:

~~Если $a_i \neq a_{i+1}$, то последовательность либо возрастает, либо убывает.~~

~~Если $a_i \neq$~~

По т. Пифагора:



$$R^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(2 + \frac{a}{2}\right)^2$$

Пусть $b = a/2$

$$\frac{13}{2} = 2b^2 + 4b + 4$$

$$2b^2 + 4b - \frac{5}{2} = 0$$

$$b = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 5}}{2} = \frac{-2 \pm 3}{2} =$$

$$= \begin{bmatrix} -5/2 & \text{— н.к.} \\ 1/2 & \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow b = 1/2 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow a^2 = 1 = S$$

(3)

Ответ: $S = 1$

377482
Регистрационный номер

Фамилия Гаганидзе
Имя Георгий
Отчество Георгиевич

638
(не заполнять)

Подпись

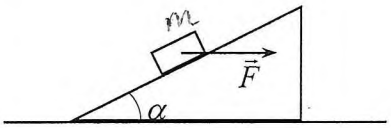
ЮНИОР

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

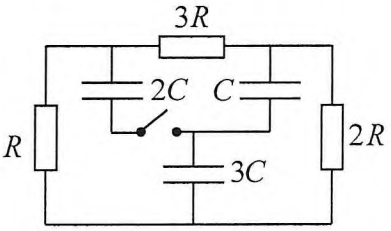
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

МИФИ
Национальный исследовательский ядерный университет

ШИФР: 638
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада "Физтех"

Работа по физике / математике

Дата 06.04.2024

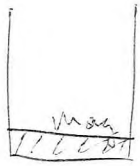
Вариант № _____

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

5 | 5 | 1 | 11 | V

№1



$m_{оз} = V_0 \rho$ ~~Когда азот испарится весь~~

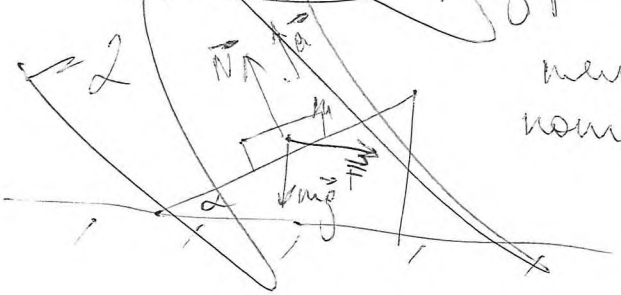
$\nu_{оз} = \frac{m_{оз}}{M} = \frac{V_0 \rho}{M}$ ~~Когда он нагреется~~ и испарился:

$p_x V = \nu_{оз} R t \Rightarrow p_x = \frac{V_0 \rho R t}{M V} < p_{max}$

~~не разорвет~~.

~~Ответ: не разорвет~~

№2



Пусть $T_к$ – критическая температура, при которой сосуд потенциально разорвется.

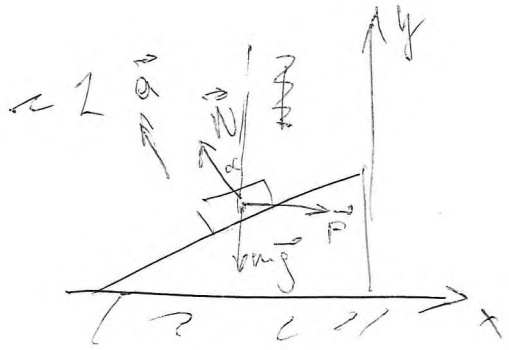
$p_m V = \nu R T_к \Rightarrow T_к = \frac{p_m V}{\nu R} =$

$= \frac{p_m V M}{V_0 \rho R} = 40 \cdot \frac{10^6 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{8,31} =$

$= \frac{14}{8,31} \cdot 10^2 \approx$

≈ 168 K $\approx -115°C$

Ответ: разорвется при $T_к = -115°C$



По II з. Н.:

Ox: $-N\sin\alpha + F = -ma\sin\alpha$

Oy: $N\cos\alpha - mg = ma\cos\alpha$

$$\frac{N\cos\alpha - mg}{-N\sin\alpha + F} = -\operatorname{ctg}\alpha \qquad \frac{N\cos\alpha - mg}{-N\sin\alpha + F} = -\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$N\cos\alpha - mg = N\cos\alpha - F\operatorname{ctg}\alpha$$

$$F = \frac{mg}{\operatorname{ctg}\alpha}$$

Ответ: $F = \frac{mg}{\operatorname{ctg}\alpha}$ ОЗ

ШИФР: 631
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

Работа по физике / математике

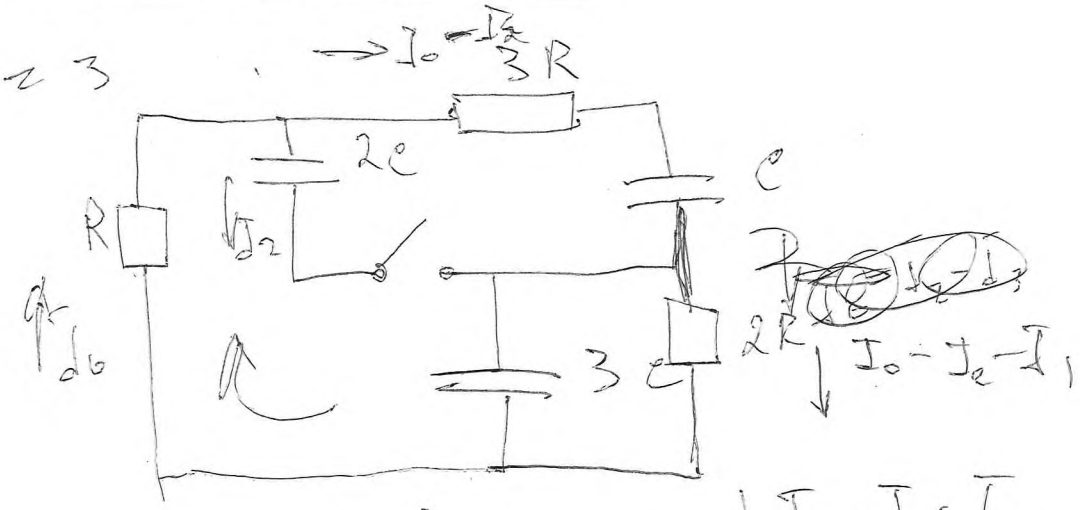
Дата 06.04.2024

Вариант № _____

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

№ 3



1) $I_3 = I_1 + I_2$

2) $I_0 R + \frac{q_2}{2C} + \frac{q_3}{3C} = 0$

3) $3R(I_0 - I_2) + \frac{q_1}{C} - \frac{q_2}{2C} = 0$

4) $I_0 R + 3R(I_0 - I_2) + 2R(I_0 - I_2 - I_1) = 0$

$6I_0 - 5I_2 + 2I_1 = 0$

1

Лист 2 из 2