372483
Регистрационный номер

Фамилия Лебедев
Имя Андрей
Отчество Алексеевич

(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 3

1. По кругу написано 50 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти произведение этих чисел.
2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $3x-1=\left[\lg\left(10^{-y}\cdot 4^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{3y}\cdot 4^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наибольшим возможным значением x.
3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $3+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\sqrt{29}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

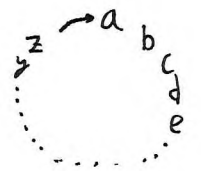
Работа по математике

Дата 06.04.2024
Вариант № 3
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	0	X				1	D

1)



50 чисел

$\boxed{a, b, c, d \ldots > 0}$ *

$a^2 = b + c$
$b^2 = c + d$
$c^2 = d + e$
...
$y^2 = z + a$
$z^2 = a + b$

$a < b < c < d \ldots < z$; $z > a$, то есть круг не замкнут, противоречие с условием,

$\boxed{\text{значит } \ldots z = a = b = \ldots = z = \ldots}$

при $a = b = c = \ldots = z = X$ составим уравнение: $X^2 = X + X$

$X^2 = 2X$, $X_1 = 0$ или $X_2 = 2$

не подходит в * подходит в *, отсюда $a = b = c = \ldots = 2$

$\underbrace{abcd\ldots z}_{50 \text{ чисел}} = 2^{50}$

1

$\boxed{\text{Ответ: } 2^{50} \text{; с учётом * единственное решение при } a = b = \ldots = 2}$

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

Работа по математике

Дата 06.04.2024
Вариант № 3
Площадка написания:
НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

x, y целые *

2) $3x-1=\left[\lg\left(10^{-y}\cdot 4^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{3y}\cdot 4^{x}\right]\right]$

Т.к. x и y целые, то $\lg\left[10^{3y}\cdot 4^{x}\right]=\lg\left(10^{3y}\cdot \frac{4^x}{4}\right)$ если положительное

$3x-1=\left[\lg\left(10^{-y}\cdot 4^{x}\right)-\lg\left(10^{3y}\cdot 4^{x}\right)\right]$

$3x-1=\left[\lg\left(\frac{10^{-y}\cdot 4^{x}}{10^{3y}\cdot 4^{x}}\right)\right]$ $\quad 3x-1=\left[\lg 10^{-4y}\right]$ $\quad 3x-1=-4y$ — аналогично с условием *

$y=-\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}$

Т.к. функция $y(x)$ – линейная, то если она прошла через одну точку с целочисленными координатами, то она будет проходить через другую точку с цел. числ. координатами, например:

$x=3$, $\frac{1}{4}-\frac{3}{4}\cdot 3=-2$

$x=15$, $\frac{1}{4}-\frac{45}{4}=-\frac{44}{4}=-11$

0

37 24 83
Регистрационный номер

Фамилия Лебедев
Имя Андрей
Отчество Алексеевич

635
(не заполнять)

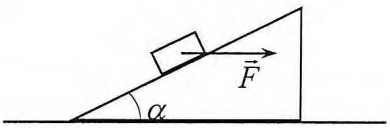
Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

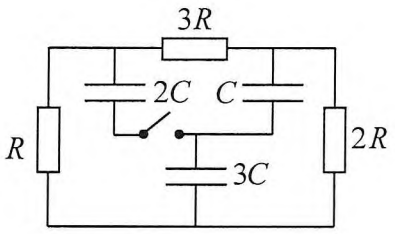
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 635
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Интор

Работа по _____

Дата 06.04.2024
Вариант № _____
Площадка написания:
НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
5	4	1				10	

1) $V = 20\,л$
$V_0 = 0{,}5\,л$
$t = 20^\circ C$
$p_m = 1 \cdot 10^6\ Па$
$\rho = 800\ кг/м^3$
$\mu = 28\ г/моль$

$m = \rho \cdot V_0 \qquad m = 0{,}4\ кг$

$\nu = \frac{m}{\mu} \qquad \nu = 14\frac{2}{7}\ моль$

Используя уравнение Клапейрона-Менделеева, получим:

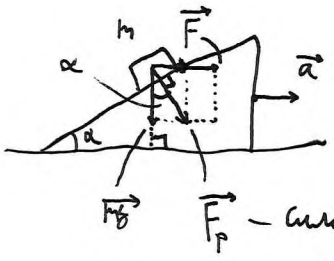
$p_m \cdot V = \nu R T_x$, где T_x - температура, при которой азот разорвёт сосуд

$T_x = \frac{p_m V}{\nu R} \qquad T_x = \frac{10^6 \cdot \frac{2}{100}}{\frac{100}{7} \cdot 8{,}31} = \frac{10^6 \cdot 2 \cdot 7}{100 \cdot 100 \cdot 8{,}31} = \frac{1400}{8{,}31}\ (K)$

$\frac{1400}{8{,}31} < 273 + 20$, значит сосуд разорвёт до достижения температуры $20^\circ C$

Ответ: сосуд разорвёт при температуре $\frac{1400}{8{,}31}\ K$ ф5

2)

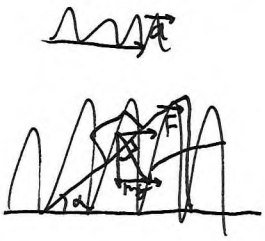


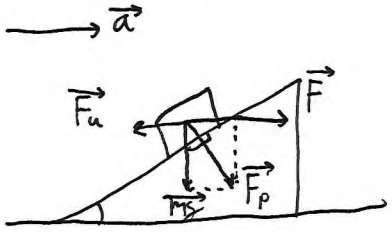
сила $\vec{F}$ заставляет систему двигаться равноускоренно

$\vec{F_p}$ – сила, создающая ускорение, перпендикулярное клиновой плоскости

$mg = F_p \cdot \cos\alpha \quad F_p = \frac{mg}{\cos\alpha}$

Т.к. клин движется с ускорением, то в неинерциальной системе отсчёта, связанной с ним, вектора направлены так:





$|\vec{F_u}| = \frac{|\vec{F}|}{2}$ Т.К. только тело имеет массу

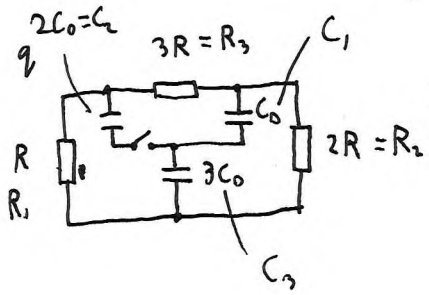
Отсюда $F = 2F_p \sin\alpha$

$F = \frac{2mg\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $F = 2mg \cdot tg\alpha$

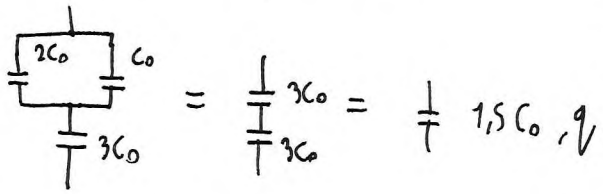
Ответ: $2mg \cdot tg\alpha$ 4

---

3)



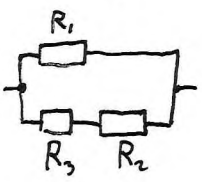
$W_2 = \frac{q^2}{4C_0} = Q_R + Q_{2R} + Q_{3R}$



$= \frac{1}{1,5C_0}, q$

Заряд системы q

$U_{конечное} = \frac{q}{1,5C_0}$ (1)

C_2 зарядил C_1 через R_3, $Q_{3R} = |W_{2н} - W_{2к}| = \left|\frac{q^2}{4C_0} - \frac{2C_0 \cdot \left(\frac{q}{1,5C_0}\right)^2}{2}\right| = \left|\frac{q^2}{4C_0} - \frac{q^2}{2,25C_0}\right|$

C_2 зарядил C_3 через эквивалентную цепь: