370103
Регистрационный номер

Фамилия Кузнецов
Имя Федор
Отчество Сергеевич

142
(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 4

1. По кругу написано 25 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти квадрат суммы этих чисел.

2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $2x+1=\left[\lg\left(10^{-y}\cdot 5^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{4y}\cdot 5^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наименьшим возможным значением y.

3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $4+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\frac{\sqrt{130}}{2}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

ЮНИОР

Работа по ЮНИОР математике / физике

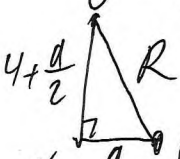
Дата 06.04.2024
Вариант № 4
Площадка написания: ИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	0	0				1	

№3

Если нарисовать произвольный выпуклый четырёхугольник, то опять подойдет только квадрат, так как тогда и какие углы должны быть равны



C - одна из вершин

O - центр описанной окружности

По Th. Пифагора

$R^2 = \frac{a^2}{4} + 16 + \frac{a^2}{4} + 4a$

$\frac{130}{4} = \frac{a^2}{2} + 16 + 4a \mid \cdot 4$

$2a^2 + 16a - 130 + 64 = 0$

$2a^2 + 16a - 66 = 0 \mid :2$

$a^2 + 8a - 33 = 0$

$\frac{D}{4} = 16 + 33 = 49$

$a_{1;2} = \frac{-4 \pm 7}{1} = \begin{cases} 3 \\ -11 - \text{не уд. усл. задачи} \end{cases}$

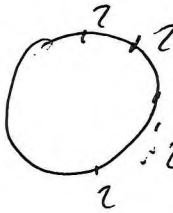
$a = 3$ - длина квадрата

$S_{ABCD} = a^2 = 9$

(0)

Ответ: квадрат $S_{ABCD} = 9$

№1



Потребуется только 25 раз поставить 2, т.к. если числа меньше 1, но больше нуля, то квадрат такого числа будет меньше последующего, и тем более их суммы; если число принадлежит от $\in [1;2) \vee (2;+\infty)$, то в конечном итоге достаточно будет настолько велика, что квадрат меньшего будет меньше, чем первое число, тем более меньше их суммы и 2 подходит лучше всех, т.к. квадрат этого числа равен сумме двух чисел, т.е. $2+2=4=2^2=2\cdot 2$

Квадрат суммы чисел: $(2\cdot 25)^2=2500$

сумма квадратов чисел: $2^2+2^2+2^2+\dots+2^2=4\cdot 25=100$

25

$a^2=b\cdot c$

$a^2-bc=0$

~~$25\cdot 2=50$~~

Ответ: квадрат суммы чисел $\neq 2500$ (1)

$$2n+1=\underbrace{[\lg[10^{-y}\cdot 5^{x}]]}_{\text{целое число}}-[\lg[10^{y}\cdot 5^{x}]]$$

$\sqrt{2}$

то есть $2n$ должно равняться целому числу

подставим за место $n \to 2n$:

$$4n+1=\underbrace{[\lg(10^{-y}\cdot 5^{2x})]}_{A}-\underbrace{[\lg[[10^{y}\cdot 5^{2x}]]}_{B}$$

$$A=[\lg 10^{-y}+\lg 5^{2x}]=[-y+2x\lg 5]+$$

$$B=[\lg[10^{y}\cdot 5^{2x}]]=[y[y]+2x[\lg 5]] \quad (-)$$

$$A-B=[-y+2x\lg 5]-[y[y]+2x[\lg 5]]=$$

$$=[-y+2x\lg 5-y[y]-2x[\lg 5]]=$$

$$=[-y-y[y]+2x(\lg 5-[\lg 5])]$$

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

ЮНИОТ

Работа по ЮНИОТ, математике / физике

Дата 06.04.2024
Вариант № 4
Площадка написания: КИФУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

продолжение №2

$0-[y+4[y]]+[2x|\lg y\cdot 5-[\lg 5]]$, т.к. $2x$ - целое число =

$=-[y+4[y]]+2x[(\lg 5-[\lg 5])]=-[y+4[y]]$

$(\lg 5-[\lg 5])>0$, но меньше одного $\Rightarrow 0$

$4x+1=-[y+4[y]]$

целое

$4x+1=-y-4[y]$

$\Rightarrow x=1y=-1$

т.к. домножили знаменатель на $2x$, то $x=\frac{1}{2}$, но с условием ограничения $\begin{cases} y\geq 0 \\ 4x\geq 0 \end{cases}\Rightarrow y=0$ $x=$

т.к. нельзя логарифмировать ноль; также ограничение задает $\lg[10^y\cdot 5^x]$ - если $y<0$ или $x<0$, то целая часть числа будет равна нулю.

Лист 2 из 2

числа целые! (0)

Ответ: $(\frac{1}{2};0)$ ~~ноль целый~~

3710103
Регистрационный номер

Фамилия Кузьмин
Имя Федор
Отчество Сергеевич

633
(не заполнять)

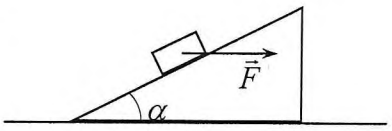
Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

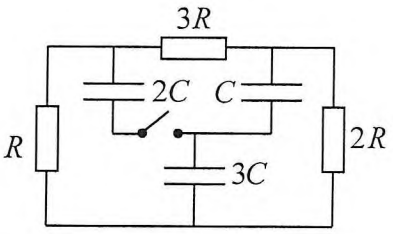
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 633
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

ЗФТШ

Работа по физике

Дата 06.04.2024
Вариант № _____
Площадка написания: ЗФТШ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
5	5	2				12	

№1

$p_m = 1 \cdot 10^6$ Па $V_0 = 0{,}0005\ м^3$

$T = t + 273 = 293$ $V = 0{,}020\ м^3$

$T_{н1} = t_{н1} + 273$

$\rho = 800 \frac{кг}{м^3}$ $M = 28 \frac{г}{моль}$

$R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К}$

$m = V_0 \rho$

Уравнение Менделеева-Клапейрона

$$p_1 V = \nu R T = \frac{m}{M} R T = \frac{V_0 \rho}{M} R T$$

$$p_1 = \frac{V_0 \rho R T}{V \cdot M} = \frac{0{,}0005 \cdot 800 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{0{,}02 \cdot 0{,}028} =$$

$$= \frac{5 \cdot 800 \cdot 831 \cdot 293}{5 \cdot 28} = \frac{5 \cdot 831 \cdot 293}{7} \cdot 10 > 1 \cdot 10^6 \Rightarrow$$

решение будет больше максимального

$$p_m V = \nu R T_m = \frac{m}{M} R T_m = \frac{V_0 \rho}{M} R T_m$$

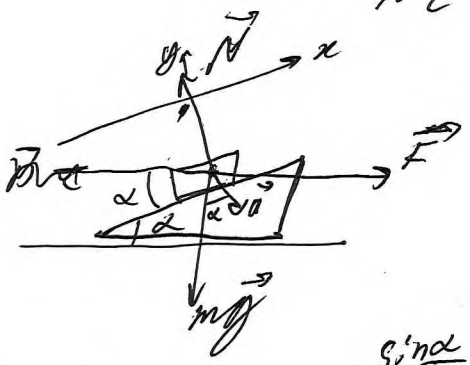
$$T_m = \frac{p_m V M}{V_0 \rho R} = \frac{1 \cdot 10^6 \cdot 0{,}020 \cdot 0{,}028}{0{,}0005 \cdot 800 \cdot 8{,}31} = \frac{1 \cdot 10^4 \cdot 56}{5 \cdot 800 \cdot 831}$$

$$= \frac{10^5 \cdot 7}{5 \cdot 831} = \frac{10^5 \cdot 7}{4155} \approx 168\ К$$ или $t_m = T_m - 273 = -105^\circ C$

+5

Ответ: точка разрыва $T_m \approx 168$ К или $t_m = -105^\circ C$

№2



2 зн. на Ox: $-mg\sin\alpha + F\cos\alpha - a\cos\alpha = 0$

Oy: $N - mg\cos\alpha - F\sin\alpha = -ma$

$F = mg\,tg\alpha$

Ответ: $F = mg\,tg\alpha$ ⊕ 5

ШИФР: 633
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

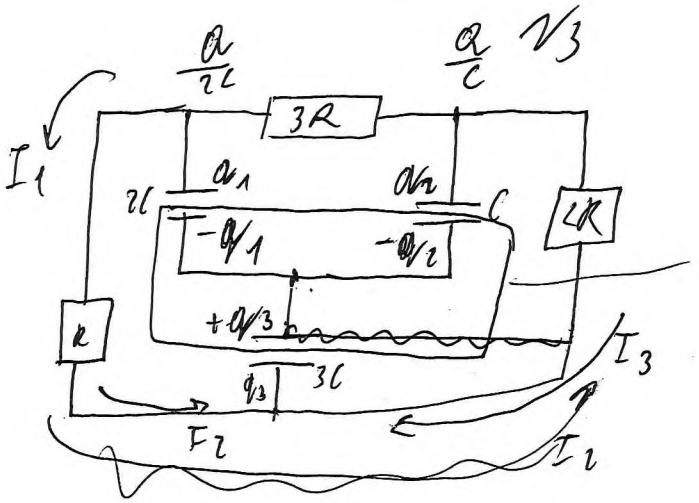
ЮНИОР

Работа по физике

Дата 06.04.2024
Вариант № _____
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись



изображенная область
в этой области выполня-
ется закон сохранения
заряда:

$-q_2 - q_1 + q_3 = -q$

$U_{3R} : U_{2R} : U_R = 3:2:1 = P_{3R} : P_{2R} : P_R$

$q_1 = 2C\mathcal{E}_1$

$q_2 = C\mathcal{E}_2 \quad q_3 = 3C\mathcal{E}_3$

$-2C\mathcal{E}_2 + 3C\mathcal{E}_3 - 2C\mathcal{E}_1 = q$

$\Delta W_C = A$

$A = W_{3R} + W_{2R} + W_R$

$q_1 = \frac{q}{2} \; ; \; q_2 = \frac{q}{3} \; ; \; q_3 = \frac{q}{6}$ ⊕ $\quad q_1 + q_2 + q_3 = q$

$\Delta W_C = W_K - W_H$ ⊖

$W_K = \frac{q^2}{4 \cdot 2 \cdot C} + \frac{q^2}{9 \cdot C} + \frac{q^2}{36 \cdot 3C} \qquad W_H = \frac{q^2}{2C}$

⊖ $\frac{q^2}{C}\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{108} - \frac{1}{2}\right) =$

$= \frac{q^2}{C} \cdot \frac{27 + 12 + 2 - 108}{108 \cdot 2} = \frac{-67q^2}{216C}$

$\frac{64}{216C} = 6a_R$ $a_R = \frac{55}{216C \cdot 6}$ $a_{2R} = \frac{55}{216C \cdot 3}$

$a_{3R} = \frac{55}{216C \cdot 2}$

Ombemi: $a_R = \frac{55}{216C \cdot 6}$; $a_{2R} = \frac{55}{216C \cdot 3}$; $a_{3R} = \frac{55}{216C \cdot 2}$

2