369174
Регистрационный номер

Фамилия Городилова
Имя Ксения
Отчество Витальевна

(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 3

1. По кругу написано 50 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти произведение этих чисел.

2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $3x-1=\left[\lg\left(10^{-y}\cdot 4^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{3y}\cdot 4^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наибольшим возможным значением x.

3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $3+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\sqrt{29}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

Работа по математике

Дата 06.04.2024
Вариант № 3
Площадка написания: НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
0	0	0				0	

№2.

$3x-1=[\lg(10^{-y}\cdot 4^{x})]-[\lg[10^{3y}\cdot 4^{x}]]$

$10^{3y}\cdot 4^{x}>0$

всегда >0

$10^{3y}>0$

$10^{3}+10^{y}>0$

$10^{y}>0$

$\log_{10} y>0 \ (=\log_{10}1)$

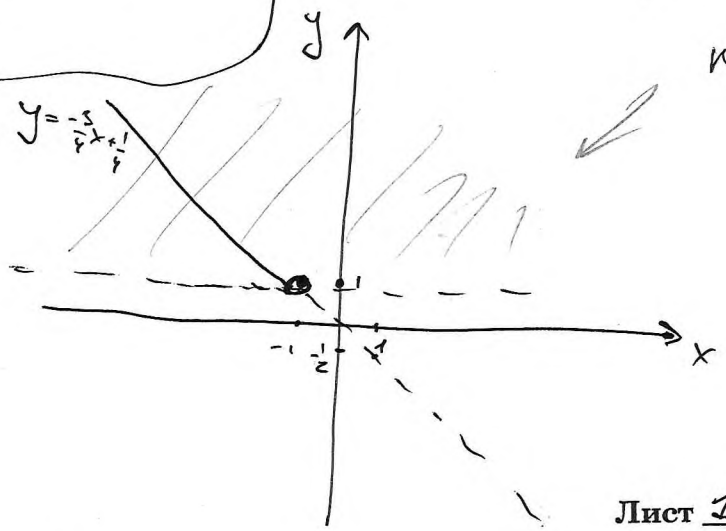
$y>1.$

$3x-1=\left[\lg\frac{10^{-y}\cdot 4^{x}}{10^{3y}\cdot 4^{x}}\right]\Rightarrow$

$\Rightarrow 3x-1=[\lg 10^{-4y}]\Rightarrow$

$\Rightarrow 3x-1=-4y$

$y=-\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}$



путная область

$x, y \in Z$

$\Rightarrow$ т.к $y>1$.

$\Rightarrow y=2$

$2=-\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}$

$-\frac{3}{4}x=2-\frac{1}{4}=\frac{7}{4}$

$x=\frac{\frac{7}{4}}{-\frac{3}{4}}=-\frac{7}{3}$

Ответ: пара является $x=-\frac{7}{3}; y=2$.

№3.

рис. 1.

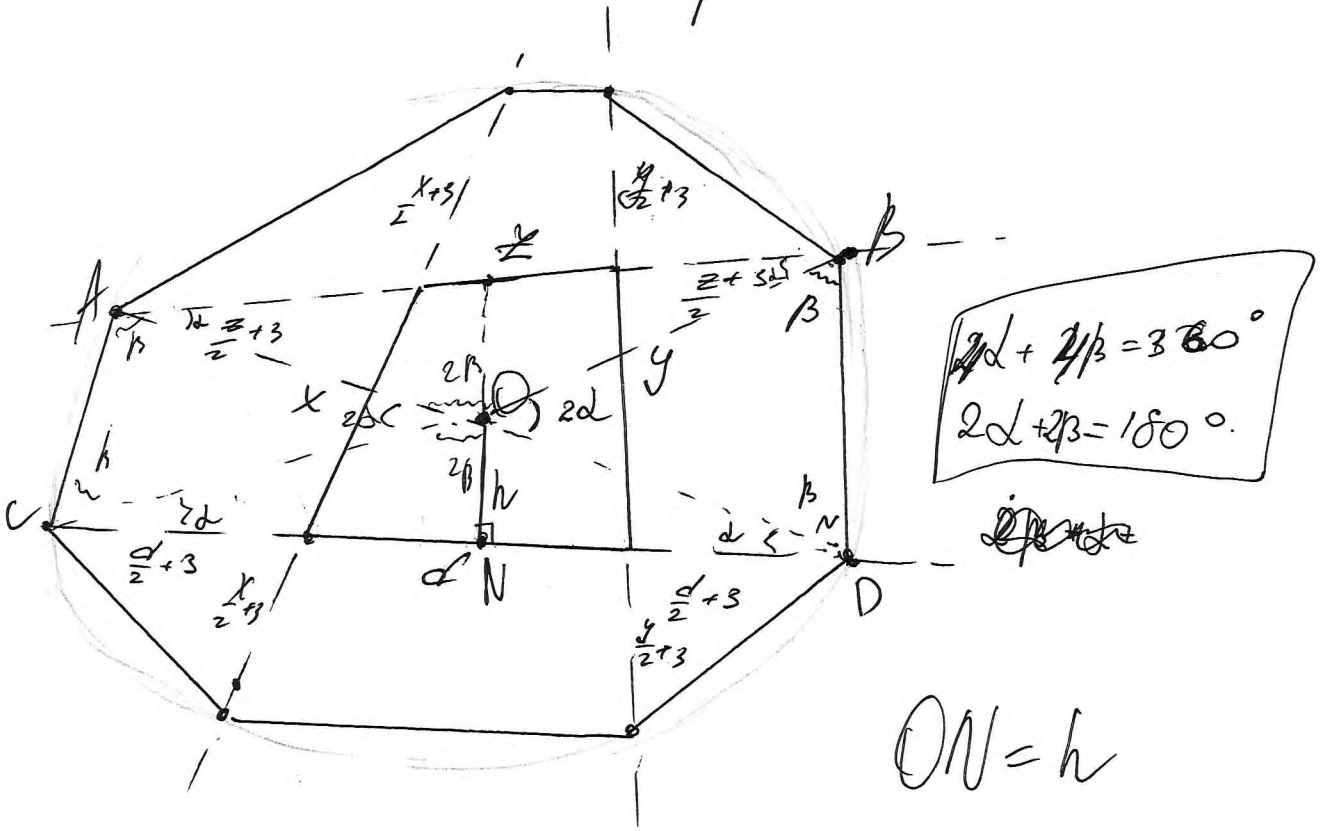
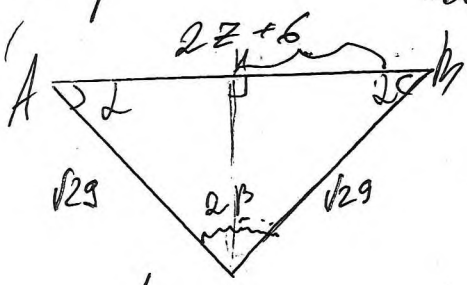


рис. 2.



около выпуклого многоугольника можно описать окружность если сумма противоположных углов равна 180°.

треугольник AOB - р/б

с углами ∠AOB.

OH - высота, медиана и биссектриса. ⇒

⇒ α + β = 90° (т.к. сумма углов Δ = 180°)

HB = AH = z + 3.

$\sin\alpha = \frac{OH}{OB}$ $\sqrt{29}\cdot\sin\alpha = OH \Rightarrow (z+3)^2 + (\sqrt{29}\cdot\sin\alpha)^2 = 29.$ (1)

$z^2 + 9 + 6z + 29\cdot\sin^2\alpha = 29.$

$z^2 + 6z + 29(\sin^2\alpha - 1) = 0.$

$2h = R.$ ⇒ (через Герона)

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

Работа по математике

Дата 06.04.2024
Вариант № 3
Площадка написания: НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

N 1.

$xyzabc$

$x^2 = y+z$

$y^2 = z+a$

$z^2 = a+b$

$a^2 = b+c$

$x^2+y^2+z^2 = y+z+z+a+a+b = y+b+2(z+a)$

чет. $xyza$

$x^2 = y+z$

$y^2 = z+a$

$z^2 = a+x$

$a^2 = x+y$

$\Rightarrow \Sigma = 2(x+y+z+a \ldots + 4+2+1)$

нечет. xyz

$x^2 = y+z$

$y^2 = z+x$

$z^2 = x+y$

$\Rightarrow \Sigma = y+z+z+x+x+y = 2(x+z+y)$

$y = x^2 - z$

$a = z^2 - x \quad \Rightarrow (z^2 - x)^2 = x + x^2 + z$

$z^4 + 2z^2 + x + x^2 = x + x^2 + z$

$z^4 + 2z^2 - z = 0$

$z^2(z^2 + 2) - z = 0$

$z^4 + 2z^2 x - x + z = 0$

$x(-2z^2 + 1) = -t - t^4$

$x = \frac{z + z^4}{2z^2 + 1} = z^2 - (x^2 - z)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^4 - 2zx^2 + x - z = 0$

$z^2(z^2 + 2z + 1) = 0$

$2z^2 + 1 = t$

$|z| = \sqrt{\frac{t-1}{2}}$

$t > 1$

0

Продолжение № 3.

$2h = R$

$h = \frac{\sqrt{29}}{2}$

$S_{\triangle COD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{29}}{2} \cdot (2d + 6) = \frac{\sqrt{29}}{2} \cdot (d+3)$

$S_{\triangle COD} = \sqrt{(\sqrt{29} + d + 3)(\sqrt{29} + d + 3 - \sqrt{29})(\sqrt{29} + d + 3 - \sqrt{29})(\sqrt{29} + d + 3 - 2}$

$= \sqrt{(\sqrt{29} + d + 3)(d+3)(d+3)(\sqrt{29} - d - 3)} =$

$29 - d - 3 = \frac{\sqrt{29}}{2}$

$29 - \frac{\sqrt{29}}{2} - 3 = d$

$\boxed{d = 26 - \frac{\sqrt{29}}{2}}$

$(29 - (d+3))$

$(d+3) \cdot \sqrt{29 - (d+3)^2 - 6d} = \sqrt{29 - d^2 - 6d - 9^2 - 6d}$

$= \sqrt{29}(d+3)$

0

369174
Регистрационный номер

Фамилия Городилова
Имя Ксения
Отчество Витальевна

632
(не заполнять)

Подпись

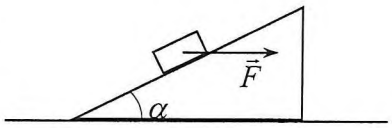
ЮНИОР

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

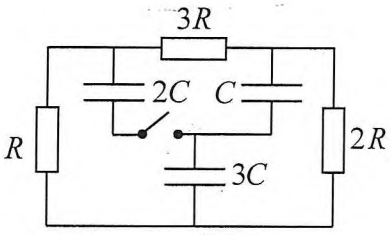
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 632
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

Работа по физике

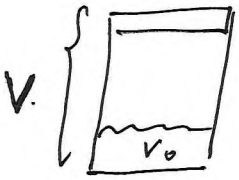
Дата 06.04.24
Вариант № _____
Площадка написания: Кияу пити

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
3	5	1				9	[illegible]

№ 1.



$$\varphi_{отн} = \frac{P_{вод.пар.}}{P_{нас.пар.}}$$

$$m_{азота} = \rho_{аз.} \cdot V_{азот.} = 0{,}05 \cdot 8 = 0{,}4\ кг.$$

$$PV_0 = \nu RT$$

$$\nu = \frac{m}{\mu} = 14{,}25 \cdot (+)$$

$$P = \frac{\nu RT}{V} = \frac{14{,}25 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{0{,}0005} = 3 \cdot 10^6\ Па.$$

⇒ из этого следует, что давление достигло и превысило максимум

⇒ сосуд Дьюара разорвет

⇒ $P_m \cdot V_0 = \nu RT$

$$T = \frac{P_m \cdot \cancel{V_0}\ V}{\nu \cdot R} = \frac{10^6 \cdot 0{,}0005}{14{,}25 \cdot 8{,}31} = \frac{100 \cdot 5}{14{,}25 \cdot 8{,}3} =$$

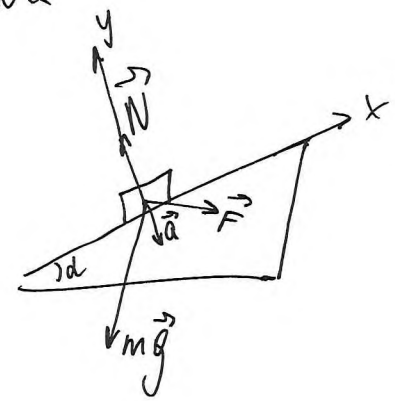
$$= \frac{\cancel{500}\,100}{\cancel{4{,}41}\,75} = \frac{20}{0{,}1767} = 113{,}1\ K = -159{,}9\ C^0$$

0,8835

Лист 1 из 2

Ответ: да, при $t \approx -159{,}9\ C^0$.

№2



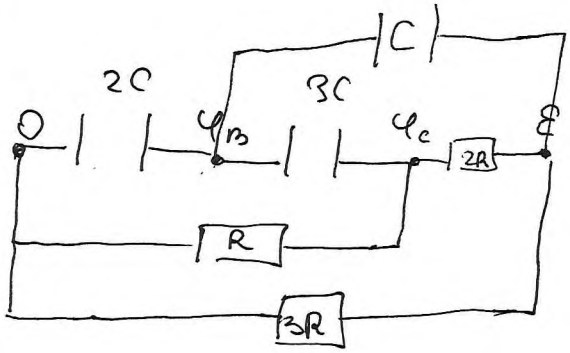
$oy: = -F\sin\alpha + mg\cos\alpha = -ma$

$ox: F\cos\alpha - mg\cos(90° - \alpha) = 0$

$F = \frac{mg\sin\alpha}{\cos\alpha} = mg \cdot tg\alpha.$

Ответ: $F = mg \cdot tg\alpha$. 05

№3.



$\frac{1}{R_{общ}} = \frac{1}{3R} + \frac{1}{3R} = \frac{3R \cdot 3R}{6R^2} = \frac{9R}{6} = \frac{3}{2}R.$

$C = \frac{q}{U_C}$

$W_{пот.} = \frac{CU_C^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$

$Q = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t$

$U = U_C + U_R$

$U_C = \frac{q}{\frac{11}{5}C} =$

$\frac{1}{C_{общ_{23}}} = \frac{1}{2C} + \frac{1}{3C} = \frac{2C \cdot 3C}{5C} = \frac{6}{5}C$

$C_{общ} = C_{23} + C_1 = \frac{6}{5}C + C =$

$\frac{11}{5}C.$

ШИФР: 632
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

Работа по физике

Дата 06.04.24

Вариант № _____

Площадка написания: Кияу МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№3 Продолжение.

$$\frac{1}{C_{общ.}} = \frac{1}{2C+C} + \frac{1}{3C} = \frac{3}{2C}$$

$$C_{общ.} = \frac{3}{2}C$$

$$C_{общ} = \frac{q}{U_C} = \frac{3}{2}C.$$

$$U_C = \frac{2q}{3C}$$

$$U = U_{2R} = U_{3R}$$

$$I_{2R} = \frac{U}{2R};\ I_R = \frac{U}{R}.$$

$$I_{3R} = I_{2R} + I_R = \frac{U}{2R} + \frac{U}{R} = \frac{3U}{2R}$$

$$Q_R = U_R \cdot R = \frac{2q}{3C} \cdot R$$

$$Q_{2R} = U_{2R} \cdot 2R = \frac{2q}{3C} \cdot 2R$$

$$Q_{3R} = I_{3R}^2 \cdot 3R = \frac{3q^2}{C^2 \cdot R}$$

Ответ. $Q_R = \frac{2qR}{3C}$; $Q_{2R} = \frac{4qR}{3C}$;

$Q_{3R} = \frac{3q^2}{C^2 \cdot R}$