368168
Регистрационный номер

Фамилия ЗАВЬЯЛОВ
Имя НИКИТА
Отчество АНДРЕЕВИЧ

(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 2

1. По кругу написано 2024 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти сумму квадратов этих чисел.

2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $2x-7=\left[\lg\left(10^{2y}\cdot 3^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{-y}\cdot 3^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наибольшим возможным значением y.

3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $2+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\frac{\sqrt{26}}{2}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Вышар

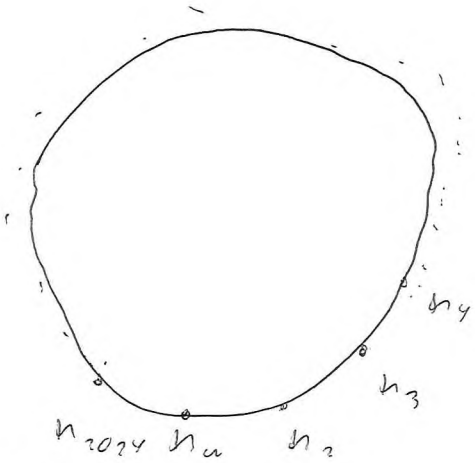
Работа по физике + математике

Дата 6.04.2024
Вариант № 2
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
0	2	0				2	

№1



$n_1^2 = n_2 + n_3$
$n_2^2 = n_3 + n_4$ | 1 - 2

$n_1^2 - n_2^2 = n_2 - n_4$
$n_{2024}^2 = n_1 + n_2$

Заметим, что $2^2 = 2+2$, поэтому, если мы заполним весь круг числами 2, то условие будет выполняться.
Тогда сумма квадратов равна:
$S = 2024 \cdot 2^2 = 4 \cdot 2024 = 8096$
Докажем единственность

невозможных соображениях

$n_{2024}^2 = n_1 + n_2$
$n_{2023}^2 = n_{2024} + n_1$
$n_{2022}^2 = n_{2023} + n_{2024}$
$n_{2024} = n_{2023}^2 - n_1$
$n_{2023}^2 - n_4 = n_{2022}^2 - n_{2023}$
$n_{2023}^2 - n_{2024}^2 + n_1 = n_{2022}^2$
$n_{2024}^{20} (n_{2023} - n_{2022} - 1) + n_1 + n_{2023}^{20} = 0$

Значит $n_{2023} - n_{2022} < 1$

$n_{2022}^2 = n_{2023} + n_1$

$n_{2023} \le 1 + n_{2022}$

$n_{2022}^2 \le 1 + n_{2022} + n_1$

Значит $n_{2022} > 1 \Rightarrow n_{2021} > 1 \Rightarrow n_{2020} > 1 \ldots$

все числа > 1

$n_{2022}^2 \le 2 + n_{2022}$

~~$n_{2022}^2 (n_{2023} - n_{2023} - 1) + n_1 + n_{2023} = 0$~~

~~$n_{2022} \in 2$~~ > 2

$n_1^2 = n_2 + n_3$ Если $n \in (1; 2) \Rightarrow$

$n_{2024}^2 = n_{2023} + n_1$ $\Rightarrow$ все числа разные $\Rightarrow$

ответ: 8096

~~суммы~~ числа постоянно растут $\Rightarrow$ никак быть не может

неверно, нет обоснования

(2)

№2

$2x - 7 = [\lg(10^{25} \cdot 3^x)] - [\lg(10^{-5} \cdot 3^x)] =$

$= [25 + \lg 3^x] - [-5 + \lg 3^x] =$

$= \left[25 + \frac{x}{\log_3 10}\right] - \left[-5 + \frac{x}{\log_3 10}\right]$ > 2

условие неверное!

ОДЗ (–)

$2x - 7 = 3y$ Не обосновано!

$x = 5$; $y = 1$ – решение

$x = 8$; $y = 3$

$x = 5 + 3k$, $k \in \mathbb{Z}$

$y = 1 + 2k$, ~~$k \in \mathbb{Z}$~~

Это не выполняется,

если $\frac{x}{\log_3 10} > 1 \Rightarrow x_{max} = 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ только значение $y = -1$

ответ: ~~(4)~~ $(2; -1)$ (–)

(0)

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Ломоносов

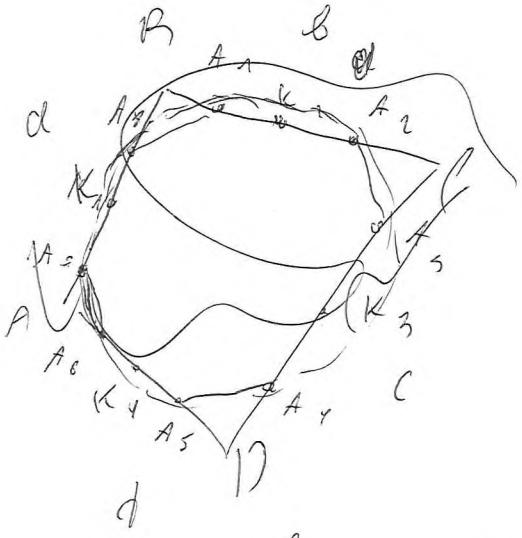
Работа по математике

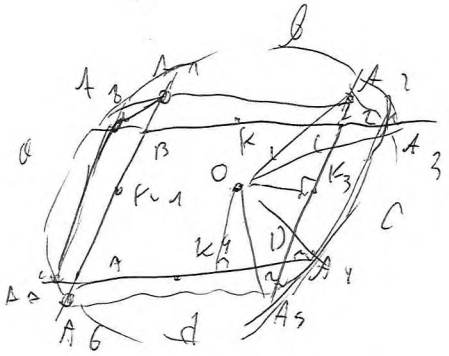
Дата 6.04.2024
Вариант № 2
Площадка написания:
НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№3





A_1A

$A_2A_3 = 2\left(2 + \frac{a}{2}\right) = 4 + a$

$A_1A_2 = a \cdot b$

$A_3A_4 = 4 \cdot c$

$A_5A_6 = 4 \cdot d$

0

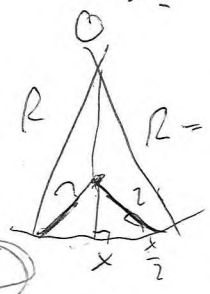
$AB = a - 4 - a =$

$A_6A_5\ A_1B = 4 + a - a = 4$

$A_6A = 2$

$S = p \cdot r$

$p = 4 + 4 + 4 + 4 = 16$



$R = \frac{\sqrt{26}}{2}$

$r = \frac{R}{2} = \frac{\sqrt{26}}{4}$

$S = 16 \cdot \frac{\sqrt{26}}{4} = 4\sqrt{26}$

Ответ: $4\sqrt{26}$

0

368168
Регистрационный номер

Фамилия ДАВЫДОВ
Имя НИКИТА
Отчество АНДРЕЕВИЧ

631
(не заполнять)

Подпись

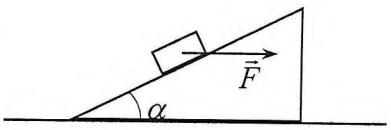
ЮНИОР

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

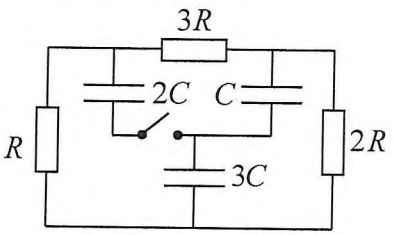
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 631
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

Работа по физике

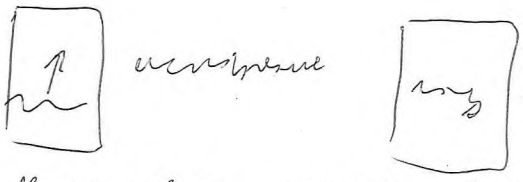
Дата 6.04.2024
Вариант № _____
Площадка написания: НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
5	5	2				12	

№1



28 г/моль = 0,028 кг/моль

Напишем закон Клапейрона – Менделеева для максимального давления, чтобы найти макс. температуру.

$P_m V = \nu R T_m$; $\nu = \frac{m}{M} = \frac{\rho V_0}{M}$

$P_m V = \frac{\rho V_0}{M} R T_m$; $T_m = \frac{M P_m V}{\rho V_0 R}$

$T_m = \frac{0{,}028 \text{ кг/моль} \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot 20 \text{ л}}{800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0{,}5 \text{ л} \cdot 8{,}31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}} = \frac{0{,}028 \cdot 10^6 \cdot 40}{800 \cdot 8{,}31} =$

$= \frac{0{,}014 \cdot 10^5}{8{,}31} = \frac{14 \cdot 10^2}{8{,}31} = \frac{1400}{8{,}31} \approx \frac{140000}{831} \approx$

$\approx 168{,}5$ К

$t = 20°C = 293$ К

Значит сосуд разорвёт при температуре $\approx 168{,}5$ К

Ответ: 168,5 К, разорвёт

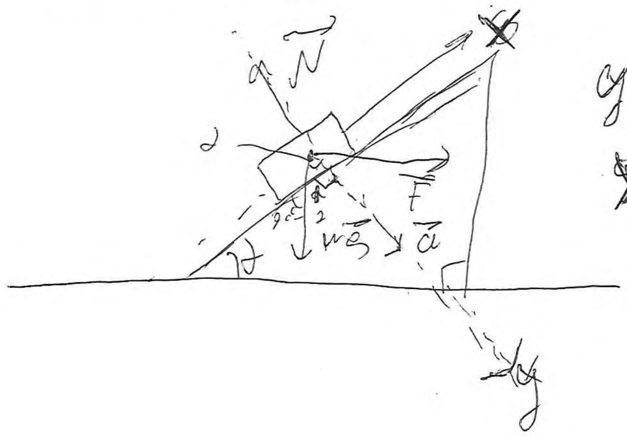
$831 \times 8 = 6648$; $831 \times 6 = 4986$

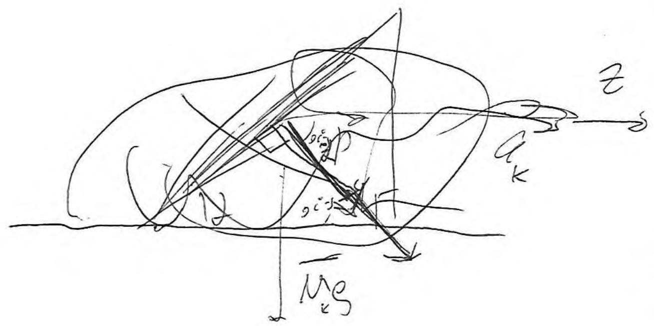
$140000 : 831 = 168$; $140000 - 831 = 5690$; $5690 - 4986 = 7040$; $7040 - 6648 = 392$

Лист 1 из 2

+

Уточнение условия:
~~[illegible]~~ m - известна
m - масса тела





№ 2

Второй закон Ньютона:

$$m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N} = m\vec{a}$$

$$y: \; mg\cos\alpha + F\sin\alpha - N = ma$$

$$x: \; F\cos\alpha - mg\sin\alpha = 0$$

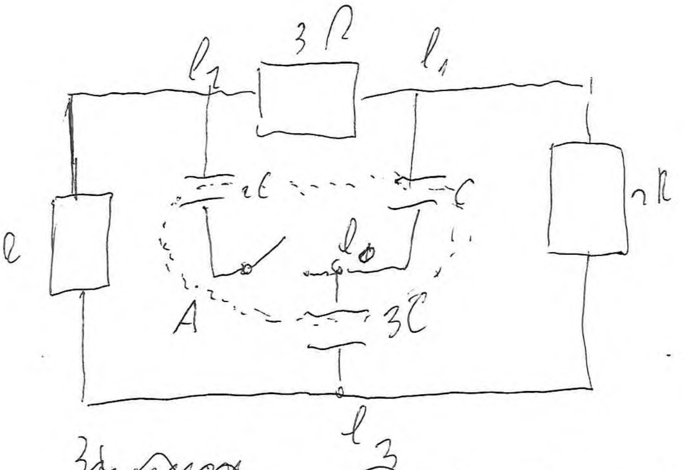
$$F = mg\,tg\,\alpha$$

Ответ: $mg\,tg\,\alpha$

Как при этом ведет себя клин нам не важно

+5

№ 3



После замыкания ключа в равновесном состоянии все проводники в области A (между обкладками внутр. конденсаторов) имеют один потенциал φ_0

Значит, так как ток в равновесном состоянии не течёт и $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3$, значит напряжения на обкладках конденсаторов равны. (обозначим за U)

$$U = \frac{q_1}{C} = \frac{q_2}{2C} = \frac{q_3}{3C};$$

$$q_1 = \frac{q_2}{2} = \frac{q_3}{3} \quad | \cdot 6$$

$$6q_1 = 3q_2 = 2q_3$$

$$q_3 = 3q_1$$

$$q_2 = 2q_1$$

По закону сохранения заряда:

$$q_1 + q_2 + q_3 = q$$

q_1, q_2, q_3 - заряды конденсаторов $C, 2C, 3C$ соответственно в равновесном состоянии.

ШИФР: 631
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Алимпиада Юниор

Работа по физике

Дата 6.04.2024
Вариант № _____
Площадка написания: НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№3 (продолжение)

$q_1 + q_2 + q_3 = q$

$q_1 + 2q_1 + 3q_1 = q$; $6q_1 = q \Rightarrow q_1 = \frac{q}{6}$

$q_2 = 2q_1 = \frac{q}{3}$; $q_3 = 3q_1 = \frac{q}{2}$

ЗСЭ:

$E_н = E_к + Q$

$E_н = E_{2н} = \frac{q^2}{4C}$ - начальная энергия конденсатора $2C$

$E_к = E_{1к} + E_{2к} + E_{3к} = \frac{\left(\frac{q}{6}\right)^2}{2C} + \frac{\left(\frac{q}{3}\right)^2}{9C} + \frac{\left(\frac{q}{2}\right)^2}{6C} =$

$= \cancel{\frac{3C\frac{q^2}{36}}{6C}} = \frac{6\cdot\frac{q^2}{36} + 3\cdot\frac{q^2}{9} + 2\cdot\frac{q^2}{2^2}}{12C} =$

$= \frac{\frac{q^2}{6} + \frac{q^2}{3} + \frac{q^2}{2}}{12C} = \frac{q^2 + 2q^2 + 3q^2}{6\cdot 12C} = \frac{6q^2}{6\cdot 12C} = \frac{q^2}{12C}$

$\frac{q^2}{4C} = \frac{q^2}{12C} + Q$

$Q = \frac{3q^2}{12C} - \frac{q^2}{12C} = \frac{2q^2}{12C} = \frac{q^2}{6C}$ // Ответ: $\cancel{\frac{5q^2}{12C}}$

Ответ: $\cancel{\frac{q^2}{6C}}$

Лист 2 из 2

Так как $Q = I^2 R t$, $I \sim \frac{1}{R}$

Значит выделение тепла будет распределено пропорционально сопротивлению.

$$\frac{Q_1}{R} = \frac{Q_2}{2R} = \frac{Q_3}{3R} \qquad Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$Q_1 = Q_3 = 3Q_1$$

$$Q_2 = 2Q_1$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_1 + 2Q_1 + 3Q_1 = 6Q_1$$

$$\Rightarrow Q_1 = \frac{Q}{6} = \frac{q^2}{36C}$$

$$Q_2 = 2Q_1 = \frac{Q}{3} = \frac{q^2}{18C}$$

$$Q_3 = 3Q_1 = \frac{Q}{2} = \frac{q^2}{12C}$$

Ответ: $Q_R = \frac{q^2}{36C}$; $Q_{2R} = \frac{q^2}{18C}$; $Q_{3R} = \frac{q^2}{12C}$

2