321

366873
Регистрационный номер

Фамилия Мартынов
Имя Дмитрий
Отчество Евгеньевич

(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 10 класс

Вариант 4

1. Петя просматривал календарь 24 века, начиная с 2301 года и заканчивая 2400 годом. Он считал год с номером n «счастливым», если сумма частного и остатка от деления n на 109 являлась делителем числа n. Сколько «счастливых» лет насчитал Петя в 24 веке?
2. При каких значениях параметра a уравнение $\operatorname{tg}a\cdot(x-\operatorname{tg}a)^2+\operatorname{ctg}a\cdot(x-\operatorname{ctg}a)^2=0$ имеет единственное решение.
3. Окружность описана около равнобедренного треугольника $BCD\,(CB=CD)$. На ее дуге BD, не содержащей точки C, взята точка A так, что $\angle BAD=120^0$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$, если длина отрезка AC равна 4.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 321
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Юниор

Работа по математике

Дата 06.04.24

Вариант № 4

Площадка написания: НИЯУ МИФИ.

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	1	2				4	

№2) $tg\alpha(x+tg\alpha)^2+(tg\alpha(x-(tg\alpha)^2=0$

при каких α равно 1 реш-е?

Очевидно, что данное уравнение является квадратным. Соответственно, оно будет иметь 1 решение в двух случаях:

① Квадрат. перед $x^2=0$.

② Дискриминант равен нулю (~~Сводящаяся к Квадратному~~ (СВОдящаяся к полному. Квадратному).

Рассм. ① подробнее.

$tg\alpha x^2-2tg^2\alpha\cdot x+tg^3\alpha+(tg\alpha x^2-2(tg^2\alpha\cdot x+(tg^3\alpha)=0$

$x^2(tg\alpha+(tg\alpha)-2x(tg^2\alpha+(tg^2\alpha)+tg^3\alpha+(tg^3\alpha=0$

Чтобы имело 1 реш. $tg\alpha+(tg\alpha=0$

$tg\alpha=-tg\alpha$.

$\alpha\neq\emptyset$. т.к. $tg\alpha$ и $(tg\alpha$.

ВСЁГДА. подходит по 1 случаю (по отдельно

Задача (2)

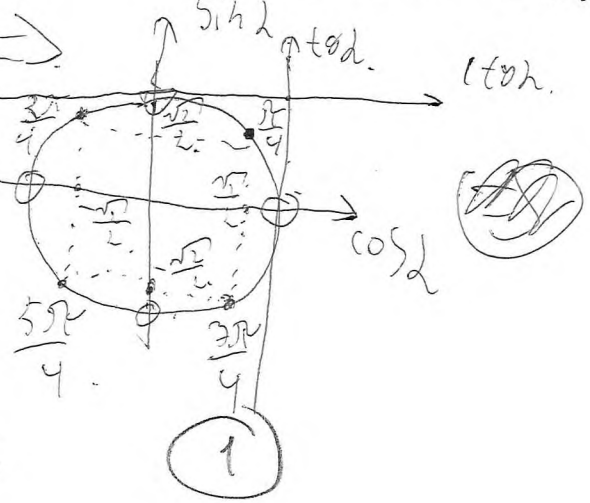
$$\operatorname{tg}2(x-\operatorname{tg}2)^2+(\operatorname{tg}2(x-(\operatorname{tg}2)^2=0$$

Получили полный квадрат, можно было ~~решить~~ сразу воспользоваться формулой сокращенного умножения $\Rightarrow$

$$(x-\operatorname{tg}2)^2=(x-(\operatorname{tg}2)^2 \Rightarrow \operatorname{tg}2=(\operatorname{tg}2 \Rightarrow$$

?

$\Rightarrow$

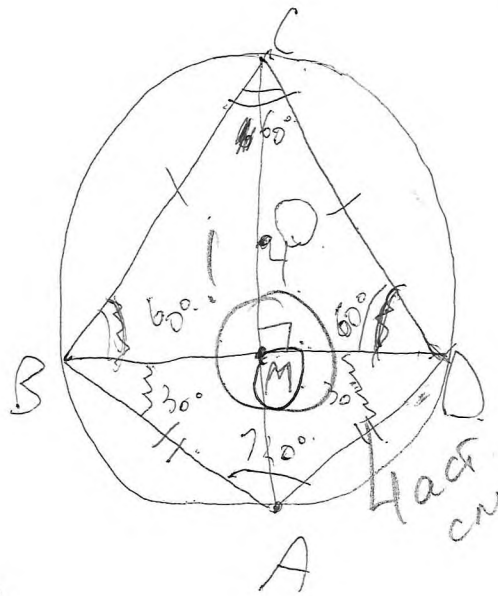


$\Rightarrow$ $2=\frac{\pi}{4}+2\pi K, K\in\mathbb{Z}$

$2=\frac{\pi}{4}+2\pi K, K\in\mathbb{Z}$

Ответ: $2=\frac{\pi}{4}+2\pi K, K\in\mathbb{Z}$.

№3).



Дано:

$ABCD$ – ромб.

$\omega(O,R)$ вписана в $\triangle ABC$

$AC=4$

$\angle BAD=120°$

$A\in \smile BD$

$S_{ABCD}-?$

4 часа случай!

Решение: рассм. $ABCD$.

1). $\angle A+\angle C=180°$ (т.к. $ABCD$ вписан в окр. ($C-B_0$)) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle C=180°-120°=60°$.

2). $\angle BCD$ – вписан в ($C-B_0$) и опирается на дугу BD (не содержащую A) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle BAD=120°$ (по св-ву углов вписан. и опирающ. на одну дугу)

ШИФР: 321
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Юниор

Работа по математике

Дата 06.04.24

Вариант № 4

Площадка написания: НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

3). $W = 360^\circ$ по опр.
$\angle BAD = 120^\circ$ (Π_2).
$\Rightarrow \angle BCD = W - \angle BAD = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$.

4). $\angle CBD = \angle CDB$ (по св-ву р/б тр-ка.
т.к $BC = CD$ по усл.)
$\angle CBD$ и $\angle CDB$ опир. на $\cup CD$ и $\cup BC$ (по усл).
$\Rightarrow \cup CD = \cup BC$ (по опр. дуга вписанного в окр. и опир. на дугу $= \frac{\cup BCD\ (240^\circ\ (\Pi_3))}{2} = \frac{240^\circ}{2} = 120^\circ$.

5). $\cup CD = \cup BC = 120^\circ$ (Π_4) $\Rightarrow \angle CBD = \frac{\pi - \cup CD}{2} = 60^\circ =$
$= \angle CDB$ (по опр. угла вписанного в окр.).

6). т.к. $\angle CBD = \angle C = \angle CDB = 60^\circ \Rightarrow \triangle BCD$ — равносторонний
(Π_5) (Π_1) (Π_5) (по св-ву равносторонних тр-ков) $\Rightarrow$
$\Rightarrow BC = CD = BD$ (по опр.).

6) $\angle CBD$ вписанный
$\angle CBD$ опир на $\cup CD$
$\angle CAD$ вписанный
$\angle CAD$ опир на $\cup CD$
$\Rightarrow \angle CBD = \angle CAD$ (по св-ву углов опир. и опир. на одну и ту же дугу в окр.) $= 60^\circ$ (Π_5).

7.) аналогично Π_6. $\angle ABC = 60^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow$ AM – биссектриса угла $\angle A$.

8.) т.к. AM – диагональ $\square ABCD$ и биссектриса $\angle A \Rightarrow$

$\Rightarrow ABCD$ – ромб (у ромба диагональ является биссектрисой угла между равными сторонами)

9.) т.к. $ABCD$ – ромб (Π_8) $\Rightarrow BA = BD$ (по опр.)

10.) т.к. $BA = BD$ (по Π_9) $\Rightarrow \triangle BDA$ – р/б (по опр.) $\Rightarrow \angle BBA = \angle BDA =$ (по Π_9, по опр.) $= 30^\circ$.

11.) рассм. $\triangle CMD$:

A – точка (Π_7) $\Rightarrow \angle CMD = 30^\circ$

$\angle CDB = 60^\circ$ (Π_5)

$\angle CMD = 90^\circ - \angle CDB - \angle MCD = 90^\circ$ (A – точка)

$\Rightarrow \triangle CMD$ – р/б. по опр.

11.1) т.к. $\triangle CMD$ – р/б (Π_{11}), то $\angle CMD = 30^\circ$ (Π_{11}) то $CD = 2MD$ (катет против угла $30^\circ = \frac{1}{2}$ гипотенузы).

12.) рассм. $\triangle DAC$ – р/б, $\angle D = 90^\circ$ ($\angle CDB$ (Π_5) $+ \angle BDA$ (Π_{10})).

$\angle ADC = 30^\circ$ (Π_{11})

$AC = 4$ (гип.)

$\Rightarrow AD = \frac{1}{2} AC = 2$. (катет против 30°).

13.) $AD^2 = MD^2 + AM^2$. ($\triangle MDA$ – п/у). (по т. Пифагора.

$AM = \frac{AD}{2} = \frac{2}{2} = 1$. (против $\angle BDA$ (Π_{10}) $= 30^\circ$)

(2)

$MD^2 + 1 = 4$.

$MD = \sqrt{3} = BM$. (по св-ву ромба). $\Rightarrow BD = 2\sqrt{3}$

14.) $S_{ABCD} = \frac{AC}{2} \cdot BD \cdot \sin \angle CMD$ (30°). $= \frac{8\sqrt{3}}{2} = \boxed{4\sqrt{3}}$ Ответ: $4\sqrt{3}$

ШИФР: 321
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Юниор.

Работа по Математике

Дата 06.04.24.
Вариант № 4.
Площадка написания: ННГУ мифи.
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№1.) $n \in [2307; 2400]$

$n - 100 + \left(\frac{n}{100}\right)$.

Всего $n-2$.

Решение:
чтобы число было целым, оно должно быть
целым целого дохя — оно в два раза, т.к.
минимальный целый делитель 2.

~~$n = 100$~~

Далее если остаток от деления $\frac{n}{100} = 0$, то $n-100$ не может быть в 2 раза
меньше n, ведь $n \in [2307; 2400]$

Соответственно $\frac{n}{2} \in \left[\frac{2307}{2}; 1200\right]$,
тогда $n-100 \in [1207; 2300]$. => всего "счастливых" чисел 0

Лист 3 из 3

II случай.

Пусть $n = k \cdot 100 + \left(\frac{n}{100}\right)$, то $\frac{k \cdot n}{n \cdot 100} = 1$.

Это может невозможно, т.к. в этом случае
остаток от деления на 100 должен быть равен
100, что невозможно по опр. $\Rightarrow$ всего 0 возможных n.

Ответ: 0.

(1)

366873.
Регистрационный номер

Фамилия Мартынов
Имя Дмитрий
Отчество Евгеньевич

712
(не заполнять)

Подпись

ЮНИОР

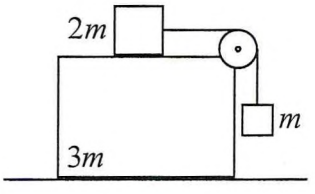
«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 10 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. Если к источнику ЭДС подключить некоторый резистор, ток через источник составит $I_1 = 0{,}18$ А. Если к тому же источнику подключить второй резистор (отключив первый), ток через источник составит $I_2 = 0{,}21$ А. Если же к этому источнику подключить оба резистора, соединенных последовательно, ток через источник составит $I_3 = 0{,}14$ А. Каким будет ток через источник, если его клеммы замкнуть накоротко?

3. В системе из трех тел массами m, $2m$ и $3m$ (см. рисунок) коэффициент трения между большим телом и горизонтальной поверхностью стола равен μ. При каких значениях μ большое тело будет неподвижным на поверхности стола? Блок и веревка невесомы, веревка нерастяжима.



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 712
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Физика

Работа по физике.

Дата 06.04.24.
Вариант № _____
Площадка написания:
НИЯУ МИФИ.
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
3	3	1	-	-	-	7	

№ 7.) Дано:

$V = 20\ л$.

$V_0 = 0{,}5\ л$.

$t = 20°C$

$p_{max} = 1 \cdot 10^6\ Па$

$\rho = 800\ кг/м^3$

$R = 8{,}31\ Дж/(моль \cdot град)$

$\mu = 28\ г/моль$

Найти: ν - ?

Решение:

1.) $p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T$

$p_{азота} = \frac{\nu \cdot R \cdot T}{V}$

$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{\rho \cdot V_0}{\mu}$

$p_{азота} = \frac{R \cdot T \cdot \rho \cdot V_0}{V \cdot \mu} = \frac{8{,}31 \cdot 20 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-4}}{0{,}02 \cdot 28} = \frac{132{,}96 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-4}}{0{,}56} = \frac{66{,}48 \cdot 10^{-4}}{0{,}56 \cdot 10^{-4}} = 1187\ Па$

$\frac{p \cdot V_0}{\mu} = \frac{800 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3}{28} = \frac{40}{28} = \frac{10}{7}$ моль.

$p_{азота} = \frac{10 \cdot 8{,}31 \cdot 20 \cdot 10^3}{7 \cdot 0{,}02} = \frac{83{,}1 \cdot 20 \cdot 10^3}{0{,}14} = \frac{1662 \cdot 10^3}{0{,}14} \approx 1187\ Па$.

$t = \frac{m \cdot R}{P_{max} \cdot V \cdot \mu}$

$P_{дизела} \leq P_{max}$

Ответ: ~~только при~~ только при таком $t = 1$ с.

(3)

№ 21. Дано:

$I_1 = 0{,}18$ А.

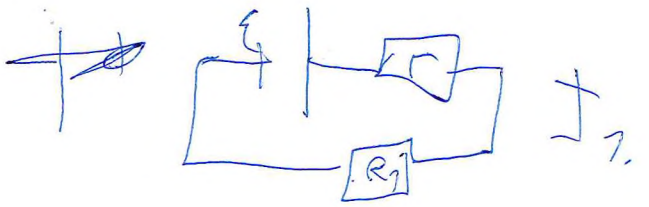
$I_2 = 0{,}21$ А

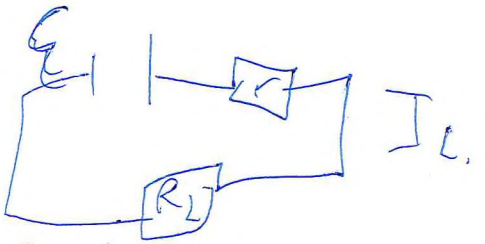
$I_3 = 0{,}14$ А

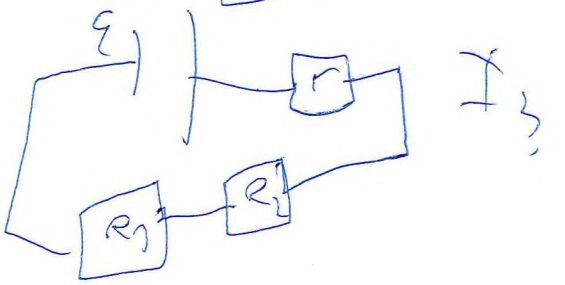
$\mathcal{E}, r$.

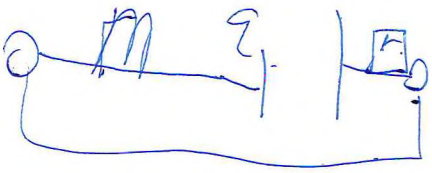
$I_{к/з}$ - ?

Решение:









$$\begin{cases} I_1 = \frac{\mathcal{E}}{r + R_1} \\ I_2 = \frac{\mathcal{E}}{r + R_2} \\ I_3 = \frac{\mathcal{E}}{r + R_1 + R_2} \\ I_{к/з} = \frac{\mathcal{E}}{r} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0{,}18 = \frac{\mathcal{E}}{r + R_1} \\ 0{,}21 = \frac{\mathcal{E}}{r + R_2} \\ 0{,}14 = \frac{\mathcal{E}}{r + R_1 + R_2} \end{cases}$$

$R_1 = \frac{\mathcal{E} - 0{,}18r}{0{,}18}$

$R_2 = \frac{\mathcal{E} - 0{,}21r}{0{,}21}$

$0{,}14 = \frac{\mathcal{E}}{r + \frac{\mathcal{E} - 0{,}18r}{0{,}18} + \frac{\mathcal{E} - 0{,}21r}{0{,}21}}$

ШИФР: 712
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по физике.

Дата 06.04.24
Вариант № _____
Площадка написания: НИЯУ МИФИ.

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

$0,14 = 0,378\mathcal{E}$ | $\cdot 0,39 - 0,378r$

$0,39\mathcal{E} - 0,378\mathcal{E}$

$0,39 \cdot 0,14\mathcal{E} - 0,378r = 0,378\mathcal{E}$

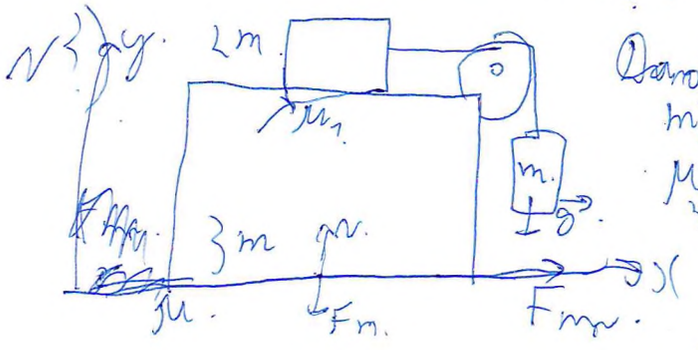
$0,768\mathcal{E} = 0,0539r \mid \cdot 100000$

$16800\mathcal{E} = 5292r$

$\frac{\mathcal{E}}{r} = I_{кз} = \frac{5292}{16800} = \frac{441}{1400} \approx 0,3A$

Ответ: 0,3 А

35



Дано:
$m; 2m; 3m.$
$\mu = 2$
3 тела.

Решение:
$\mu = \frac{F_{тр.}}{N} = \frac{F_{тр.}}{6mg}$

$F_{тр} = F_{сил.}$ | $\mu > \frac{2mg}{6mg}$

$F_{сил} = mg - 2mg \cdot \mu$

(8) Problem: $\mu > \frac{2-mg}{5mg}$

13