320

366392
Регистрационный номер

Фамилия Шилова
Имя Елизавета
Отчество Александровна

(не заполнять)

Е.
Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 10 класс

Вариант 3

1. Петя просматривал календарь 23 века, начиная с 2201 года и заканчивая 2300 годом. Он считал год с номером n «счастливым», если сумма частного и остатка от деления n на 100 являлась делителем числа n. Сколько «счастливых» лет насчитал Петя в 23 веке?
2. При каких значениях параметра a уравнение $\cos a\cdot(x-\cos a)^2+\operatorname{tg} a\cdot(x-\operatorname{tg} a)^2=0$ имеет единственное решение.
3. Окружность описана около равнобедренного треугольника $BCD\,(CB=CD)$. На ее дуге BD, не содержащей точки C, взята точка A так, что $\angle BAD=60^0$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$, если длина отрезка AC равна $2\sqrt[4]{3}$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 320
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

Работа по математике

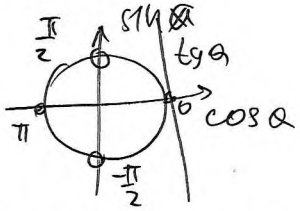
Дата 06.04.24
Вариант № 3
Площадка написания: НИЯУ МИФИ, г. Москва
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
3	2	2				7	

2. $\cos a \underbrace{(x-\cos a)^2}_{\geq 0} + \operatorname{tg} a \underbrace{(x-\operatorname{tg} a)^2}_{\geq 0} = 0$

при каких a 1 реш.



при $\operatorname{tg} a = 0 \Rightarrow$ второе слагаемое обращается в 0 $\Rightarrow \cos a (x-\cos a)^2 = 0$

$\left[\begin{array}{l} \cos a = 0 \text{ — нет реш. т.к. есть ограничение из } \operatorname{tg} a: \cos a \neq 0 \\ x - \cos a = 0 \Rightarrow x = \cos a \text{ — 1 реш.} \end{array}\right.$

~~тоже~~ проверка: $\operatorname{tg} a = 0$ при $a = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$a = \pi \Rightarrow -1(x+1)^2 + 0 = 0$
$-(x+1)^2 = 0$
$x = -1$
$a = -\pi$

$a = 0 \Rightarrow 1 \cdot (x-1)^2 + 0 = 0$
$(x-1)^2 = 0$
$x = 1$

первое слагаемое обращается в 0, если:

$\left[\begin{array}{l} \cos a = 0 \text{ — нет реш.} \\ x - \cos a = 0 \Rightarrow x = \cos a \Rightarrow \operatorname{tg} a (\cos a - \operatorname{tg} a)^2 = 0 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} \operatorname{tg} a = 0 \rightarrow a = \pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ (см. выше)} \\ \cos a - \operatorname{tg} a = 0 \end{array}\right.$

т.е. если $\cos a = \operatorname{tg} a$

$\cos a = \dfrac{\sin a}{\cos a}$

$\cos^2 a = \sin a$
$1 - \sin^2 a = \sin a$
$\sin^2 a + \sin a - 1 = 0$

$D = 1 + 4 = 5$

$\sin a_{1,2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$\Rightarrow a = \arcsin\left(\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$ Ф-ла!

$\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} < -1$

Ответ: $a = \pi n, n \in \mathbb{Z}$; $a = \arcsin\left(\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$. 2

$r = 2$: 2202, 2211, 2220

$r = 5$: 2223, 2232, 2241, 2214, 2250, 2205

$r = 8$: 2217 2271 2208 2280 2226 2262 2235 2253 2244

$r = 14$ 2259 2268 2277 2286 2295

$\Rightarrow$ 11 чисел.

Ответ: 11 чисел.

Числа $\vdots 3 \Rightarrow (1+r) \vdots 3$ (сумма цифр имеет такой же ост. при делении на 3/9, что и число

366392
Регистрационный номер

Фамилия Шилова
Имя Елизавета
Отчество Александровна

(не заполнять)

Подпись

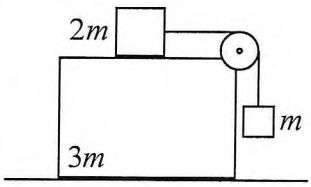
«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 10 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0,5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль $\cdot$ град). Ответ обосновать.

2. Если к источнику ЭДС подключить некоторый резистор, ток через источник составит $I_1 = 0,18$ А. Если к тому же источнику подключить второй резистор (отключив первый), ток через источник составит $I_2 = 0,21$ А. Если же к этому источнику подключить оба резистора, соединенных последовательно, ток через источник составит $I_3 = 0,14$ А. Каким будет ток через источник, если его клеммы замкнуть накоротко?

3. В системе из трех тел массами m, $2m$ и $3m$ (см. рисунок) коэффициент трения между большим телом и горизонтальной поверхностью стола равен μ. При каких значениях μ большое тело будет неподвижным на поверхности стола? Блок и веревка невесомы, веревка нерастяжима.



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада "Юниор"

Работа по физике

Дата 06.04.24.
Вариант № _____
Площадка написания:
НИЯУ МИФИ, г. Москва
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

1.

$t = 20°C = 293K$

1) $\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{pV_0}{\mu}$

2) когда весь N_2 нагреется: (заполнит весь сосуд объёмом V)

$p_к V = \nu R t \Rightarrow p_к = \frac{\nu R t}{V} = \frac{p V_0}{\mu} \cdot \frac{Rt}{V} =$

$= \frac{800 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 8{,}31 \cdot 293}{28 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = \frac{831 \cdot 2 \cdot 293 \cdot 10^{-1}}{28 \cdot 10^{-3}} =$

$= \frac{831 \cdot 293}{14} \cdot 10^2 \approx \frac{800 \cdot 300}{14} \cdot 10^2 \approx 1{,}76 \cdot 10^6$ Па $> p_м \Rightarrow$ сосуд разорвёт

найдем t':

$p_м \cdot V = \nu R t'$

$t' = \frac{16^6 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{\frac{100}{7} \cdot 8{,}31} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 7}{831} = \frac{1400}{8{,}31} \approx 160$ K

4б

ШИФР: 712
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Физика

Работа по олимпиаде.

Дата 06.04.24.
Вариант № _____
Площадка написания:
НИЯУ МИФИ.
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
3	3	1	-	-	-	7	

№ 7.) Дано:

$V = 20\ л$.

$V_0 = 0,5\ л$.

$t = 20°C$

$p_{max} = 1 \cdot 10^6\ Па$

$\rho = 800\ кг/м^3$

$R = 8,31\ Дж/(моль \cdot град)$

$\mu = 28\ г/моль$.

Решение:

1.) $p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T$

$p_{азота} = \frac{\nu \cdot R \cdot T}{V}$

$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{\rho \cdot V_0}{\mu}$

$p_{азота} = \frac{R \cdot T \cdot \rho \cdot V_0}{V \cdot \mu}$

$= \frac{8,31 \cdot 20 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 10^{-4}}{0,02 \cdot 28} = \frac{83,1 \cdot 20 \cdot 10^3}{0,014} = \frac{1662 \cdot 10^3}{0,14} \approx 1187 \cdot 10^3\ Па$.

$\frac{\rho \cdot V_0}{\mu} = \frac{800 \cdot 0,5 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3}{28} = \frac{40}{28} = \frac{10}{7}$ моль.

$118{,}7\cdot10\,Па > 1\cdot10^6\,Па$ $\qquad t = \frac{m\cdot R}{p_{max}\cdot V\cdot\mu}$

$P_{разрыва} > P_{max}$ $\qquad$ сосуд разорвётся при $t = 12°C$

Ответ: ~~сосуд не разорвётся~~.

33

№2.) Дано:

$I_1 = 0{,}18\,A$

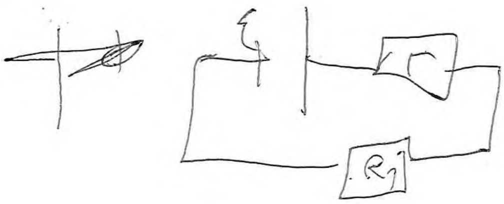
$I_2 = 0{,}21\,A$

$I_3 = 0{,}14\,A$

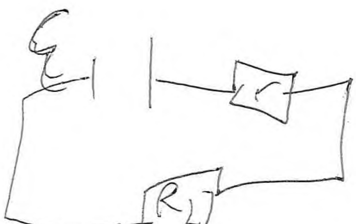
ε, r

$I_{кз} - ?$

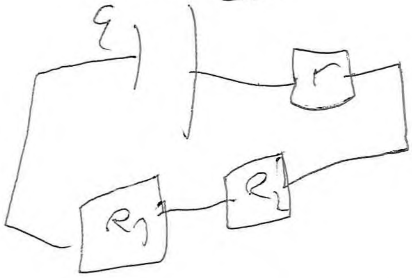
Решение:



I_1



I_2



I_3

$I_{кз}$.

$$\begin{cases} I_1 = \frac{\varepsilon}{r+R_1} \\ I_2 = \frac{\varepsilon}{r+R_2} \\ I_3 = \frac{\varepsilon}{r+R_1+R_2} \\ I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0{,}18 = \frac{\varepsilon}{r+R_1} \\ 0{,}21 = \frac{\varepsilon}{r+R_2} \\ 0{,}14 = \frac{\varepsilon}{r+R_1+R_2} \end{cases}$$

$R_1 = \frac{\varepsilon - 0{,}18r}{0{,}18}$

$R_2 = \frac{\varepsilon - 0{,}21r}{0{,}21}$

$$0{,}14 = \frac{\varepsilon}{r + \frac{\varepsilon - 0{,}18r}{0{,}18} + \frac{\varepsilon - 0{,}21r}{0{,}21}}$$

ШИФР: 712
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Юниор

Работа по физике.

Дата 06.04.24
Вариант № _____
Площадка написания: НИЯЯ МИФИ.

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

$$0{,}14 = \frac{0{,}378\mathcal{E}}{0{,}39\mathcal{E} - 0{,}378r} \quad \Big| \cdot 0{,}39\mathcal{E} - 0{,}378r$$

$$0{,}39 \cdot 0{,}14\mathcal{E} - 0{,}14 \cdot 0{,}378r = 0{,}378\mathcal{E}$$

$$0{,}168\mathcal{E} = 0{,}05292r \quad \Big| \cdot 100000$$

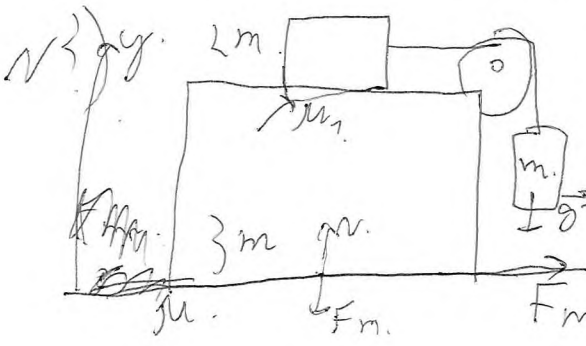
$$16800\mathcal{E} = 5292r$$

$$\frac{\mathcal{E}}{r} = I_{к/з} = \frac{\cancel{5292}}{\cancel{16800}} = \frac{441}{1400} \approx \boxed{0{,}3\,A}$$

~~1323~~ 441
~~2646~~
~~8400~~
~~4200~~
1400

Ответ: 0,3 A

3б



№3) у. 2m. μ_1 m. $\vec{g}$ 3m μ F_m $F_{тр}$ x

Дано: m; 2m; 3m.
μ – 2
3m неодвиг.

Решение:
$\mu = \frac{F_{тр}}{N} = \frac{F_{тр}}{6mg}$

$F_{тр} = F_{сист}$

$F_{сист} = mg - 2mg \cdot \mu$

$$\boxed{\mu > \frac{2 - mg}{6mg}}$$

Лист 2 из 2

(3) Answer: $\mu > \frac{L - mg}{6mg}$ (1)