316

366056
Регистрационный номер

Фамилия Саттарова
Имя Самина
Отчество Айдаровна

(не заполнять)

Самf
Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 10 класс

Вариант 3

1. Петя просматривал календарь 23 века, начиная с 2201 года и заканчивая 2300 годом. Он считал год с номером n «счастливым», если сумма частного и остатка от деления n на 100 являлась делителем числа n. Сколько «счастливых» лет насчитал Петя в 23 веке?
2. При каких значениях параметра a уравнение $\cos a\cdot(x-\cos a)^2+\operatorname{tg} a\cdot(x-\operatorname{tg} a)^2=0$ имеет единственное решение.
3. Окружность описана около равнобедренного треугольника $BCD\,(CB=CD)$. На ее дуге BD, не содержащей точки C, взята точка A так, что $\angle BAD=60^0$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$, если длина отрезка AC равна $2\sqrt[4]{3}$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 316
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

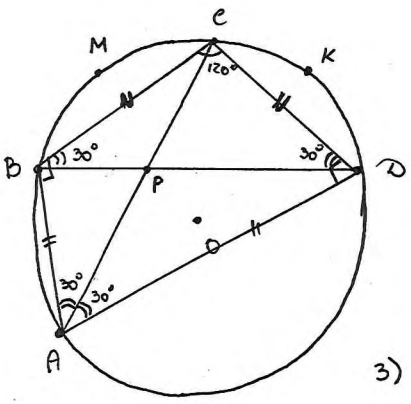
Работа по МАТЕМАТИКЕ

Дата 06.04.2024
Вариант № 3
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	0	3				4	

№ 3



$\triangle BCD$ - р/б ($CB = CD$)
$\angle BAD = 60°$, $AC = 2\sqrt[4]{3}$
Найти: S_{ABCD}
Решение:

1) $\angle BAD = 60° \Rightarrow \cup BCD = 120° \Rightarrow \cup BAD = 360° - \cup BCD = 240°$
$\Rightarrow \angle BCD = \frac{\cup BAD}{2} = 120°$

2) $\triangle BCD$ - р/б $\Rightarrow \angle CBD = \angle CDB = \frac{180° - \angle BCD}{2} = 30°$

3) $\angle CBD = \angle CAD = \frac{\cup CKD}{2} = 30°$
$\angle CDB = \angle BAC = \frac{\cup BMC}{2} = 30°$
$BD \cap CA = P$

4) $\triangle BCP \sim \triangle ADP$ по двум углам
$\angle CBP = \angle PAD = 30°$
$\angle BPC = \angle APD$ - вертикальные
$\Rightarrow \frac{BC}{AD} = \frac{BP}{PD} = \frac{CP}{PA}$

5) $\triangle CPD \sim \triangle BPA$ по двум углам
$\angle CDP = \angle BAP = 30°$
$\angle CPD = \angle BPA$ - вертикальные
$\Rightarrow \frac{CD}{AB} = \frac{CP}{PA} = \frac{DP}{PB}$

6) из п.4 и п.5 следует:
$\frac{CP}{PA} = \frac{CD}{AB} = \frac{BC}{AD}$
$CD = CB$ по условию $\Rightarrow \frac{CD}{AB} = \frac{CD}{AD} \Rightarrow AB = AD$

7) $AB = AD \Rightarrow \triangle ABD$ - равнобедренный
$\angle BAD = 60° \rightarrow \triangle ABD$ - р/ст $\Rightarrow BA = BD = AD$
$\angle ABD = \angle BDA = 60°$

8) $\angle ABD = 60°$, $\angle CBD = 30° \Rightarrow \angle ABC = 90° \Rightarrow \triangle ABC$ - прямоугольный
$\angle ADB = 60°$, $\angle CDB = 30° \Rightarrow \angle CDA = 90° \Rightarrow \triangle CDA$ - прямоугольный

9) $\triangle ABC$ – п/у: [illegible] $\angle BAC = 30^\circ \Rightarrow BC = \frac{AC}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2}$

по th Пифагора: $AB = \sqrt{4\sqrt{3}^2 - \sqrt{3}^2} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{15}$

10) $\triangle ACD$ – п/у: $\angle CAD = 30^\circ \Rightarrow CD = \frac{AC}{2} = 4\sqrt{3}$

по th Пифагора: $AD = \sqrt{4\sqrt{3}^2 - \sqrt{3}^2} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{15}$

11) $S_{ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{15} \cdot 4\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{9}}{2} = \frac{3}{2} = 1{,}5$

$S_{CAD} = \frac{CD \cdot AD}{2} = \frac{4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{15}}{2} = \frac{4\sqrt{9} \cdot \sqrt{15}}{2} = \frac{3}{2} = 1{,}5$

$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{CAD} = 3$

ОТВЕТ: $S_{ABCD} = 3$

3

,1 числа с 2201 по 2300

у числа 2300: частное = 23, остаток = 0 — частное + ост = 23 ⇒ 2300 – счастливое число

у чисел с 2201 по 2299 частное: 22, остаток от 1 до 99

число	ост + част
2201	23
2202	24
2203	25
...	...
2299	121
2300	23

пусть $2201 \triangleq n$, $23 \triangleq s$, $n \nmid s$

$\frac{2202}{24} = \frac{n+1}{s+1}$; $\frac{2202}{25} = \frac{n+2}{s+2}$

если каждое предыдущее число n, остаток + частное $\nmid s$:

$\frac{n+1}{s+1} = \frac{n}{s+1} + \left(\frac{1}{s+1}\right)$ нецелое (дробное) число

например:

$\frac{n+1}{s+1} = \frac{2270}{92} = \frac{2269}{92} + \left(\frac{1}{92}\right) < 1$

⇒ нет счастливых чисел в диапазоне от 2201 до 2299 (одно число счаст. – 2300)

ОТВЕТ: 1 число

1

,2 $\cos a\,(x - \cos a)^2 + \operatorname{tg} a\,(x - \operatorname{tg} a)^2 = 0$

$\cos a\,(x - \cos a)^2 + 2\sqrt{\cos a \operatorname{tg} a}\,(x - \cos a)(x - \operatorname{tg} a) + \operatorname{tg} a\,(x - \operatorname{tg})^2 = 2\sqrt{\cos a \operatorname{tg} a}\,(x - \cos a)(x - \operatorname{tg} a)$

$\left(\sqrt{\cos a}\,(x - \cos a) + \sqrt{\operatorname{tg} a}\,(x - \operatorname{tg} a)\right)^2 = 2\sqrt{\cos a \operatorname{tg} a}\,(x - \cos a)(x - \operatorname{tg} a)$

$\left(\sqrt{\cos a}\,(x - \cos a) + \sqrt{\frac{\sin a}{\cos a}}\,(x - \operatorname{tg} a)\right)^2 = 2\sqrt{\sin a}\,(x - \cos a)\left(x - \frac{\sin a}{\cos a}\right)$

0

366056
Регистрационный номер

Фамилия Саттарова
Имя Самина
Отчество Дайдаровна

(не заполнять)

Подпись

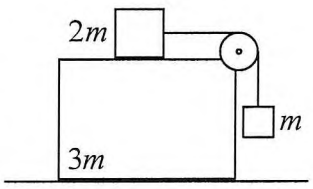
«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 10 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль$\cdot$град). Ответ обосновать.

2. Если к источнику ЭДС подключить некоторый резистор, ток через источник составит $I_1 = 0{,}18$ А. Если к тому же источнику подключить второй резистор (отключив первый), ток через источник составит $I_2 = 0{,}21$ А. Если же к этому источнику подключить оба резистора, соединенных последовательно, ток через источник составит $I_3 = 0{,}14$ А. Каким будет ток через источник, если его клеммы замкнуть накоротко?

3. В системе из трех тел массами m, $2m$ и $3m$ (см. рисунок) коэффициент трения между большим телом и горизонтальной поверхностью стола равен μ. При каких значениях μ большое тело будет неподвижным на поверхности стола? Блок и веревка невесомы, веревка нерастяжима.



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 708
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

олимпиада „Юниор"

Работа по физике

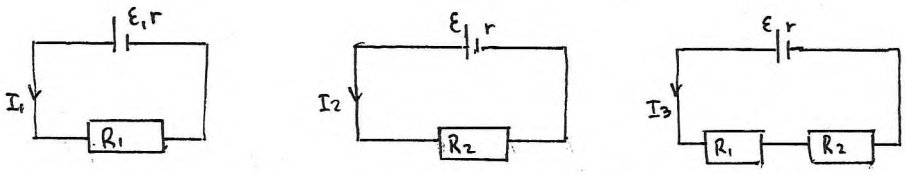
Дата 06.04.24
Вариант № _____
Площадка написания: НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№2



Найти: I

$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}$, $I_1 = 0{,}18A$ $\quad$ $I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}$, $I_2 = 0{,}21A$ $\quad$ $I_3 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_2 + r}$, $I_3 = 0{,}14A$

$R_1 = \frac{\varepsilon}{I_1} - r$ $\quad$ $R_2 = \frac{\varepsilon}{I_2} - r$

$$I_3 = \frac{\varepsilon}{\frac{\varepsilon}{I_1} - r + \frac{\varepsilon}{I_2} \cancel{- r + r}} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) - r}$$

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon \cdot \frac{650}{63} - r} = \frac{14}{100} = \frac{7}{50} \Rightarrow 50\varepsilon = \cancel{7}\varepsilon \cdot \frac{650}{\cancel{63}_9} - 7r$$

$$-50\varepsilon + \frac{650}{9}\varepsilon = 7r \Rightarrow \frac{200}{9}\varepsilon = 7r$$

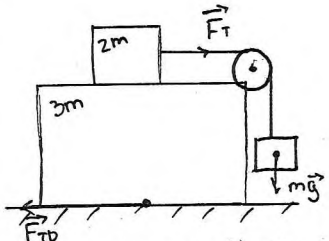
$I = \frac{\varepsilon}{r} = \frac{7 \cdot 9}{200} = \frac{63 \cdot 5}{1000} = 0{,}315A$ – ток, если клеммы замкнуть накоротко

ОТВЕТ: $0{,}315A = I$

4б

нет конечного ф-лы! (критерий б4)

№3



$F_{тр} = \mu N$

сила, с которой сдвигается система из брусков массами 2m и 3m, равна силе тяжести бруска с массой m

$F_T = mg$

$N = 6mg$ – вес всей системы

чтобы большой брусок стоял на месте, сила трения его об поверхность должна быть больше $F_T = mg$

$F_{тр} = N\mu = 6mg\mu > F_T = mg \Rightarrow 6\mu > 1$, $\mu > \frac{1}{6}$

ответ: $\mu > \frac{1}{6}$

1б

№1 Уравнение Клапейрона – Менделеева:

$pU = \nu RT$

$pU = \frac{m}{M}RT$

зная p_m, мы можем найти m_{max} – максимальную массу газа в сосуде

$m_{max} = \frac{p_m U M}{RT} = \frac{10^6 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot 28 \cdot [illegible]}{293{,}15 \cdot 8{,}31} \approx \frac{10^4}{43{,}54}$ г – максимально возможная масса газообразного азота