313

364677.
Регистрационный номер

Фамилия Ермаков
Имя Сергей
Отчество Александрович.

(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 10 класс

Вариант 2

1. Петя просматривал календарь 22 века, начиная с 2101 года и заканчивая 2200 годом. Он считал год с номером n «счастливым», если сумма частного и остатка от деления n на 100 являлась делителем числа n. Сколько «счастливых» лет насчитал Петя в 22 веке?
2. При каких значениях параметра a уравнение $\sin a\cdot(x-\sin a)^2+\operatorname{ctg} a\cdot(x-\operatorname{ctg} a)^2=0$ имеет единственное решение.
3. Окружность описана около равнобедренного треугольника BCD $(CB=CD)$. На ее дуге BD, не содержащей точки C, взята точка A так, что $\angle BAD=45^0$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$, если длина отрезка AC равна $\sqrt[4]{2}$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 313
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юнистр"

Работа по математике

Дата 06.04.2024.
Вариант № 2
Площадка написания: НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
0	0	2				2	

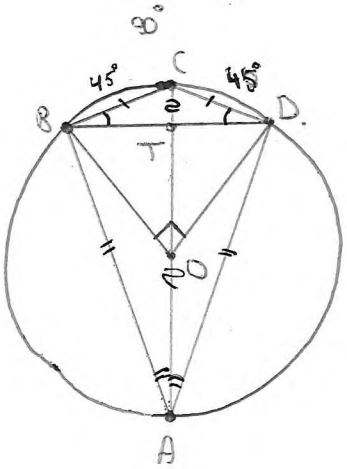
№2

При каких a ур-е $\sin a(x-\sin a)^2+\operatorname{ctg}^2 a(x-\operatorname{ctg} a)=0$

$\sin a^2(x-\sin a)+\frac{\sin^2 a(x-\operatorname{ctg} a)}{\cos^2 a(x-\operatorname{ctg} a)}=0$

$\sin a^2(x-\sin a)\cdot\cos^2 a(x-\operatorname{ctg} a)+\sin^2 a(x-\operatorname{ctg} a)=0$

0



№3.

Дано:
$\omega(O;R)$
$\triangle BCD$ - р/б ($BC=CD$)
$AC=\sqrt[4]{2}$
$\angle BAD=45°$

S_{ABCD} - ?

Рассмотрим частный случай

Реш:
1) $\angle BAD=\frac{1}{2}\cup BCD$ (т.к. $\angle BAD$ впис. в ω)
$\Rightarrow \cup BCD=90°$ (по св-ву впис. углов)
2) $\triangle BCD$ - р/б (по усл.) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle CBD=\angle CDB$ (по св-ву)
$BC=CD$
3) Д.п. AC ($AC\cap BD=T$)
4) ~~$\angle BAC=\frac{1}{2}\cup BC$ (т.к. впис. в~~
~~$\Rightarrow \angle BAC=22{,}5$~~
$\angle CBD=\angle CDB$ (п. 2) $\Rightarrow \cup BC=\cup CD=45°$
т.к. $\angle CBD=\frac{1}{2}CD$; $\angle CDB=\frac{1}{2}BC$ (по св-ву вп. углов)

2

5) $\angle BAC$ и $\angle BDAC$ - впис. в ω
$\cup BC=\cup CD$ (п. 4)
$\angle BAC$ опир. на $\cup BC$
$\angle CAD$ опир на $\cup CD$
$\Rightarrow \angle BAC=\angle CAD$

6) Рассм. $\triangle BAC$ и $\triangle CAD$
AC - общ.
$BC=CD$ (п. 2)
$\Rightarrow \triangle BAC=\triangle CAD$ (2-м сторонам и углу) $\Rightarrow$

7) $\Rightarrow \angle CBA = \angle CDA$ (как опир.) $\Rightarrow \angle ABD = \angle ADB$ $\Rightarrow$
(т.к. $\angle CBD = \angle CAB$ по усл.)

$\Rightarrow \cup AB = \cup AD$ (на 2 равн. хорд.)

$\Rightarrow \cup AB = \cup AD \Rightarrow \cup ABC = \cup ADC$ $\Rightarrow$ AC - диам. т.к. $\cup ABC$ и $\cup ADC$ - полуокр.
(т.к. $\cup AB = \cup AD$ (п. 6)
$\cup BC = \cup DC$ (п. 4)

8) Д.п. BO, OD ; 9) AC - диам $= \sqrt[4]{2} \Rightarrow AO = OC = \frac{\sqrt[4]{2}}{2}$ - рад. $= OB = OD$

10) $\angle BOD = 90^\circ$ (т.к. $\cup BCD = 90^\circ$ (п. 11)
$BO = OD = \frac{\sqrt[4]{2}}{2}$
$\Rightarrow (BO)^2 + OD^2 = BD^2$ (по т. Пифагора) $\Rightarrow$

$\Rightarrow 2\left(\frac{\sqrt[4]{2}}{2}\right)^2 = BD^2$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = BD^2 \Rightarrow BD = \sqrt{\frac{2}{\sqrt{2}}}$

11) ~~$S_{ABCD} = \frac{1}{2}$~~ Аналог. п. 6 $\Rightarrow \triangle ABT = \triangle ATD$ (2 $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BTA = \angle ATD = 90^\circ$

12) $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot AC \cdot \sin \angle BAA = \frac{1}{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt{\sqrt{2}}^2}{\sqrt{2}} =$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} : \frac{(\sqrt[4]{2})^2}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \boxed{\frac{1}{2}}$.

Ответ: 11) $S_{ABCD} = \frac{1}{2}$.

~1.

Каждый пассажир года, которые оканчивают цифрами имеют вид:
$2100 + 10x + y$ и год "2200"

Тогда $2100 + 10x + y \mid 100$, где $x, y \in \mathbb{Z}$.
$21 + 0,1x + 0,01y$ - часное от деления на 100 счастливого числа.

$(2100 + 10x + y) - 100(21 + 0,1x + 0,01y) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2100 + 10x + y = 2100 + 10x + y$

$\in \mathbb{Z}$ $\in \mathbb{Z}$

ШИФР: 313
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

Работа по математике

Дата 06.04.2024.

Вариант № 2

Площадка написания: НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

$(2100+10x+y) - 100(\underbrace{21+0{,}1x+0{,}01y}_{\in \mathbb{Z}})$ - остаток

Тогда $2100+10x+y \vdots$

$\vdots \left(2100+10x+y-100(\underbrace{21+0{,}1x+0{,}01y}_{\in \mathbb{Z}})\right) + \underbrace{21+0{,}1x+0{,}01y}_{\in \mathbb{Z}}$

$\Rightarrow (2100+10x+y) = \underbrace{k}_{\in \mathbb{Z}}\left[2100+10x+y-100(\underbrace{21+0{,}1x+0{,}01y}_{\in \mathbb{Z}}) + \underbrace{21+0{,}1x+0{,}01y}_{\in \mathbb{Z}}\right.$

0

$y=0$, $x=10, 20, 30, \ldots$ $\Rightarrow 2120 = k(2100+100-100\cdot 22+22)$ $\Rightarrow$

$k \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow \begin{cases} 2120 = k(\cdot 22) \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \boxed{k=96}$

$2120 : 22 = 96$
-198
140
-132
8

~~Ответ: 96~~

~~число 2200~~ $2200 : 100 = 22$

Также число 2200

$2200 : 100 = 22$

Ост. 0.

$22+0=22$.
$2200 : 22$ - верно

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{число } 2200.}$

Ответ: $k = 97$. шт.

Лист 2 из 2.

364677
Регистрационный номер

Фамилия Ермаков
Имя Сергей
Отчество Александрович

706
(не заполнять)

Подпись

ЮНИОР

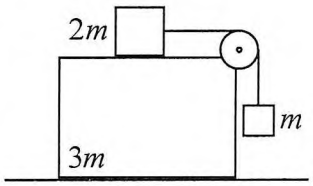
«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 10 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. Если к источнику ЭДС подключить некоторый резистор, ток через источник составит $I_1 = 0{,}18$ А. Если к тому же источнику подключить второй резистор (отключив первый), ток через источник составит $I_2 = 0{,}21$ А. Если же к этому источнику подключить оба резистора, соединенных последовательно, ток через источник составит $I_3 = 0{,}14$ А. Каким будет ток через источник, если его клеммы замкнуть накоротко?

3. В системе из трех тел массами m, $2m$ и $3m$ (см. рисунок) коэффициент трения между большим телом и горизонтальной поверхностью стола равен μ. При каких значениях μ большое тело будет неподвижным на поверхности стола? Блок и веревка невесомы, веревка нерастяжима.



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 706
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада "Юный"

Работа по физике

Дата 06.04.2024.
Вариант № _____
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

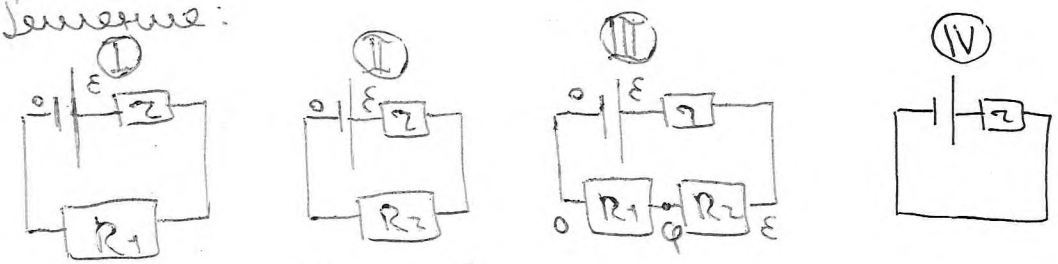
ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
3	4	1	–	–	–	8	

№ 2.

Дано:
$I_1 = 0{,}18$ А.
$I_2 = 0{,}21$ А.
$I_3 = 0{,}14$ А
$I_{к3} - ?$

Решение:



III к. VIII ~~фейковый~~ ~~к тому же~~ $\Rightarrow r = 0$,

I: $\mathcal{E} = I_1(R_1 + r)$

II: $\mathcal{E} = I_2(R_2 + r)$

III: $(\mathcal{E} - \varphi) = I_3 R_2$
$\varphi = I_3 R_1$
$\Rightarrow \mathcal{E} = I_3(R_1 + R_2) + r)$

IV: $\mathcal{E} = I_{к3} r$

$\Rightarrow$ ~~$I_1(R_1 + r) = I_2(R_2 + r) = I_3(R_1 + R_2 + r) =$~~

$R_1 = \frac{\mathcal{E}}{I_1} - r = \frac{\mathcal{E}}{I_1} - \frac{\mathcal{E}}{I_3}$

$R_2 = \frac{\mathcal{E}}{I_2} - r = \frac{\mathcal{E}}{I_2} - \frac{\mathcal{E}}{I_{к3}}$

$r = \frac{\mathcal{E}}{I_{к3}}$

$\mathcal{E} = I_3(R_1 + R_2 + r) \Rightarrow$

$\Rightarrow \mathcal{E} = I_3\left(\frac{\mathcal{E}}{I_1} - \frac{\mathcal{E}}{I_{к3}} + \frac{\mathcal{E}}{I_2} - \frac{\mathcal{E}}{I_{к3}} + \frac{\mathcal{E}}{I_{к3}}\right)$

$1 = I_3\left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_{к3}} + \frac{1}{I_2}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow 1 = 0{,}14\left(\frac{1}{0{,}18} + \frac{1}{0{,}21} - \frac{1}{I_{к3}}\right) \Rightarrow 1 = \frac{7}{9} + \frac{7}{3} - \frac{0{,}14}{I_{к3}} \Rightarrow 1 = \frac{13}{9} - \frac{0{,}14}{I_{к3}}$

$\frac{0,14}{I_{кз}} = \frac{4}{9} \Rightarrow 4 I_{кз} = 9 \cdot 0,14$

$I_{кз} = \frac{9 \cdot 0,14}{4} = \boxed{0,315 A.}$

Ответ: $I_{кз} = 0,315 A.$ (4б)

Нет конечной ф-лы! (критерий б4)

$0,14 \cdot \frac{9}{4}$; $9 : 4 = 2,25$; $2,25 \cdot 0,14$: 900, 225, 0,3150

№1.

Дано:

$V = 20 м^3 =$

$V_0 = 0,05 м$

$t = 20°C = 293 K$

$p_m = 10^6 Па$

$\rho_N = 800 кг/м^3$

$M = 28 г/моль$

$R = 8,31$ Дж/(моль)(·град).

$p > p_m$?

$p < p_m$?

Решение:

~~1) Давление в сосуде после нагрева и испарения.~~

~~$p \cdot V = \nu \cdot R \cdot \Delta T$~~

~~$p = \frac{\nu R \Delta T}{V} = 28 \cdot 8,31 \cdot 20 (293 - 273)$~~

1) $m_{N_2} = V_0 \cdot \rho$; $V_0 = 0,5 \cdot 10^{-3} м$

2) $\nu_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M \cdot 2} = \frac{V_0 \rho}{M \cdot 2}$

$\Rightarrow p = \frac{\nu_{N_2} \cdot R \cdot T}{V} =$

$\Rightarrow \frac{m_{N_2} \cdot R \cdot T}{\frac{M}{2} \cdot V} = \frac{V_0 \cdot \rho \cdot R \cdot T}{M \cdot 2 \cdot V} =$

$= \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 800 \cdot 8,31 \cdot 293 \cdot 10}{28 \cdot 2 \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = 2434,83 Па$

$= \frac{200 \cdot 8,31 \cdot 293}{28 \cdot 20} = \frac{83,1 \cdot 293}{28} = 2434,8 Па$

$1 МПа \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Баллон не взорвется.

Ответ: Не взорвется.

(3б)

ШИФР: 706
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Фамилия Имя

Работа по физике

Дата 06.04.2024

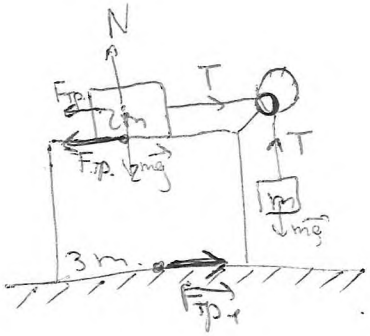
Вариант № _____

Площадка написания: НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись



№3.

Решение:

1) Рассм. тело 2m и m.

$\vec{T} = m\vec{g}$
$\vec{T} = \vec{F}_{тр1}$
$\Rightarrow F_{тр} = 2mg \Rightarrow 2m \cdot g \cdot \mu_1 = 1 \cdot mg$

$\mu_1 = 0{,}5$

2) $|\vec{F}_{т1}| = |\vec{F}_{т2}|$

$2mg \cdot \mu_1 = \mu_2 \cdot 3mg$

$3\mu_2 = 2\mu_2 \Rightarrow 3\mu_2 = 1 \Rightarrow \mu_2 = \frac{1}{3}$

Ответ: $\mu_2 = \frac{1}{3}$.

13