ШИФР: 303
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Junior

Работа по математике

Дата 06.04.24

Вариант № 4

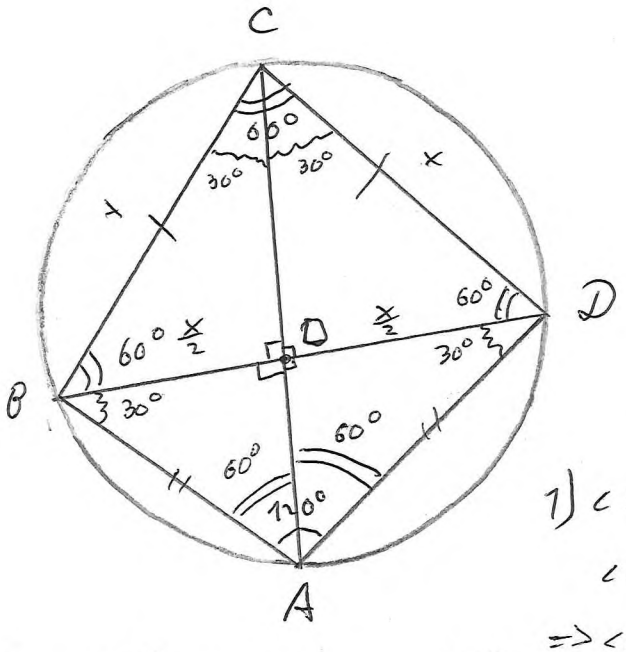
Площадка написания: МИФИ г. Москва

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	0	3				4	

№3



Дано:
$\triangle BCD$ ($CB = CD$)
$\omega(O; R)$ – окр. около $\triangle BCD$
$A \in \cup BD$
$AC = 4$
Найти: $S_{ABCD} - ?$

Решение:

1) $\angle BAD + \angle BCD = 180°$ (по св. вп. окр. ω)
$\angle BAD = 120°$ (по усл.)
$\Rightarrow \angle BCD = 60°$

2) $\triangle BCD$ – р/б (по усл.)
$\angle BCD = 60°$ (П. 1)
$\Rightarrow \triangle BCD$ – р/с (по призн.) $\Rightarrow BC = CD = BD$
(по опр. р/с $\triangle$-ка)
$\angle BD = \angle CDB = \angle BCD = 60°$
(по св. вп.)

3) $\angle BAC$ и $\angle CDB$ – опир. на $\cup BC$
$\angle BAC$ и $\angle CDB$ – впис в ω
$\Rightarrow \angle BAC = \angle CDB = 60° \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle CAD = 60°$

4) $\angle BCD + \angle CBD + \angle CDB + \angle BAD + \angle OBA + \angle ODA = 360° \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle ODA = \angle OBA = 30°$

5) Рассм. $\triangle ABL$ – п/у (т. к. $\angle BLC = 180° -$ ~~$\angle BLA = 90°$~~)
$\angle BLA = 180° - \angle LBA = \angle BAL = 90°$

;) $\angle AOD = \angle AOB = 180^\circ - 30^\circ - 60^\circ = 90^\circ \Rightarrow \triangle BOA$ и $\triangle DOA$ - п/у (по опр.)

) Рассм. $\triangle COB$ (по св-ву п/у $\triangle$-ка с $\angle$ ом 30°)

$CO^2 = BC^2 - BO^2 = x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2 = x^2 - \frac{x^2}{4} = \frac{4x^2 - x^2}{4} = \frac{3x^2}{4} \Rightarrow$ (по т. Пифагора)

$\Rightarrow CO = \frac{\sqrt{3}}{2} x$

) Рассм. $\triangle ACD$ - п/у (т. к. $\angle CDA = \angle CDB + \angle BDA = 90^\circ$)

$AD^2 = AC^2 - CD^2 = 4^2 - x^2 \Rightarrow AD = \sqrt{16 - x^2}$ (по т. Пифагора)

3) Рассм. $\triangle ODA$ - п/у (по опр.)

$OA^2 = DA^2 - OD^2 = 16 - x^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 16 - x^2 - \frac{x^2}{4} = \frac{64 - 5x^2}{4} \Rightarrow$ (по т. Пифагора)

Рассм. AC $\Rightarrow OA = \sqrt{\frac{64 - 5x^2}{4}}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} x + \sqrt{\frac{64 - 5x^2}{4}} = 4$

$\sqrt{\frac{64 - 5x^2}{4}} = 4 - \frac{\sqrt{3}}{2} x \quad | \uparrow^2$

$\frac{4 - 5x^2}{4} = \left(4 - \frac{\sqrt{3}}{2} x\right)^2 \qquad \frac{64 - 5x^2}{4} = 16 - 4\sqrt{3} x + \frac{3}{4} x^2 \quad | \cdot 4$

$64 - 5x^2 = 64 - 16\sqrt{3} x + 3x^2$

$8x(2\sqrt{3} - x) = 0$

$\left[\begin{array}{l} x = 0 \text{ - (не удовл. усл. зад.)} \\ x = 2\sqrt{3} \end{array}\right. \Rightarrow BD = 2\sqrt{3}$

) $S_{ABCD} = \frac{1}{2} BD \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 4 = \boxed{4\sqrt{3}}$

Ответ: $S_{ABCD} = 4\sqrt{3}$

3

№1

2301 = n_1

400 = n_{100}

$\begin{cases} \frac{n}{100} = r \pmod x \\ n : r + x \end{cases}$

Решим 2400

$\begin{array}{r|l} 2400 & 100 \\ \underline{2400} & \\ 0 & 24 \end{array} \Rightarrow$ 2400 - счастливый год

ШИФР: 303
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

Работа по математике

Дата 06.04.24
Вариант № 4
Площадка написания: МИФИ г. Москва

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

2) Рассм. $2301 \div 2399$

$r = 23$

$x \in [1; 99]$

$n \in [2301; 2399]$

$\Rightarrow \begin{cases} \frac{n}{100} = 23 \pmod x \\ n : 23 + x \end{cases} \Rightarrow$ 4 счастливых числа

(1)

Ответ: Петя получил 4 счастливых числа.

№2

$$tg\alpha(x - tg\alpha)^2 + \frac{1}{tg\alpha}\left(x - \frac{1}{tg\alpha}\right)^2 = 0$$

$$tg\alpha(x^2 - 2tg\alpha x + tg^2\alpha) + \frac{1}{tg\alpha}\left(x^2 - \frac{2x}{tg\alpha} + \frac{1}{tg^2\alpha}\right) = 0$$

$$tg\alpha x^2 - 2tg^2\alpha \cdot x + tg^3\alpha + \frac{x^2}{tg\alpha} - \frac{2x}{tg^2\alpha} + \frac{1}{tg^3\alpha} = 0$$

Замена $t = tg\alpha$

$$tg x^2 + \frac{x^2}{t} - \left(2t^2 x + \frac{2x}{t^2}\right) + t^3 + \frac{1}{t^3} = 0$$

(0)

347968
Регистрационный номер

Фамилия Заставский
Имя Александр
Отчество Олегович

702
(не заполнять)

Подпись

ЮНИОР

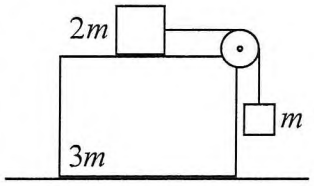
«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 10 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. Если к источнику ЭДС подключить некоторый резистор, ток через источник составит $I_1 = 0{,}18$ А. Если к тому же источнику подключить второй резистор (отключив первый), ток через источник составит $I_2 = 0{,}21$ А. Если же к этому источнику подключить оба резистора, соединенных последовательно, ток через источник составит $I_3 = 0{,}14$ А. Каким будет ток через источник, если его клеммы замкнуть накоротко?

3. В системе из трех тел массами m, $2m$ и $3m$ (см. рисунок) коэффициент трения между большим телом и горизонтальной поверхностью стола равен μ. При каких значениях μ большое тело будет неподвижным на поверхности стола? Блок и веревка невесомы, веревка нерастяжима.



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 702
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада „Юниор"

Работа по физике

Дата 06.04.24

Вариант № _____

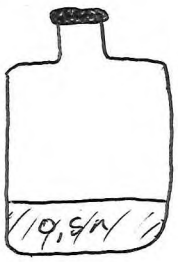
Площадка написания: МИФИ, г. Москва

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№1



Дано:

$V_c = 20\,л$

$V_{ж/а} = 0{,}5\,л$

$t = 20°C$

$P_м = 1 \cdot 10^6\,Па$

$\rho_{ж/а} = 800\,кг/м^3$

$R = 8{,}31\,Дж/моль \cdot °C$

$M_{ж/а} = 28\,г/моль$

Решение:

1) $P = \frac{\rho M}{RT}$; $\upsilon = \frac{m}{M}$; $P = \upsilon RT$; $n = \frac{N}{V}$; $M = \frac{m}{\upsilon}$

2) $P = \upsilon RT = \frac{m}{M} RT = \frac{\rho_{ж/а} \cdot V_{ж/а}}{M_{ж/а}} \cdot R \cdot t =$

$= \frac{800 \cdot 0{,}5}{28 \cdot 10^{-3}} \cdot 8{,}31 \cdot 20 =$

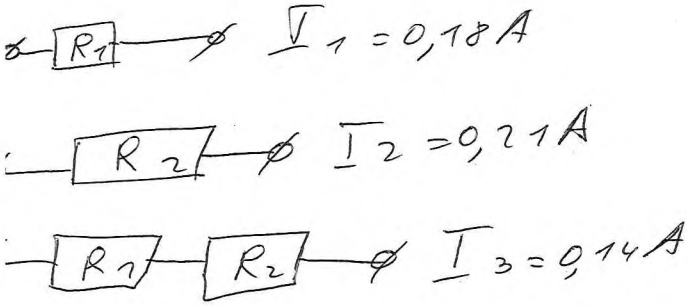
$= \frac{2000 \cdot 8{,}31}{7 \cdot 10^{-3}} = \frac{2000 \cdot 1000 \cdot 8{,}31}{7} =$

$= \frac{16{,}62 \cdot 10^6}{7} = \frac{166{,}2 \cdot 10^8}{7} > 1 \cdot 10^6 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ сосуд разорвет при температуре азота 20°C

Ответ: сосуд разорвёт при температуре азота 20°C

№2



$I_1 = 0{,}18\,A$

$I_2 = 0{,}21\,A$

$I_3 = 0{,}14\,A$