346693
Регистрационный номер

Фамилия Бакай
Имя Полина
Отчество Николаевна

(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 2

1. По кругу написано 2024 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти сумму квадратов этих чисел.

2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $2x-7=\left[\lg\left(10^{2y}\cdot 3^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{-y}\cdot 3^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наибольшим возможным значением y.

3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $2+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\frac{\sqrt{26}}{2}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Юниор

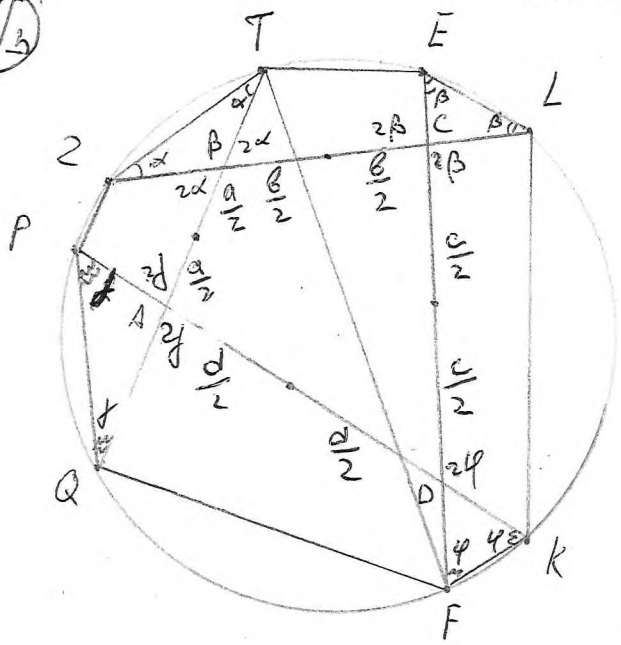
Работа по ~~физике~~ математике

Дата 6.04.24
Вариант № 2
Площадка написания: г. Москва, МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
0	1	3				4	

№3



Решение:

1) Т.к. точки T, E, L и т.д. отстоят от середин сторон, которым принадлежат, на $2+\frac{a}{2}$, то отрезки BT, EC, CL, DK, DF, AQ, AP, BZ равны, и равны 2; Значит

Дано: ABCD – 4х угольник
T, Q ∈ (AB); Z, L ∈ (BC); L; F ∈ (CD); P; K ∈ (AD); } расстояние с середины: $2+a/2$ (a – длина стороны)
TELKFQPZ – впис. в ок.
$R = \frac{\sqrt{26}}{2}$
S_{ABCD} – ?

$\triangle ZBT$; $\triangle ECL$; $\triangle KDF$ и $\triangle QAP$ – р/б $\Rightarrow$ $\angle BTZ = \angle BZT$; $\angle CEL = \angle CLE$; $\angle DKF = \angle DFK$; $\angle AQP = \angle APQ$

2) Проведём TF; ~~[illegible]~~

$\angle PQF + \angle PKF = 180°$ (впис. 4х угольника)

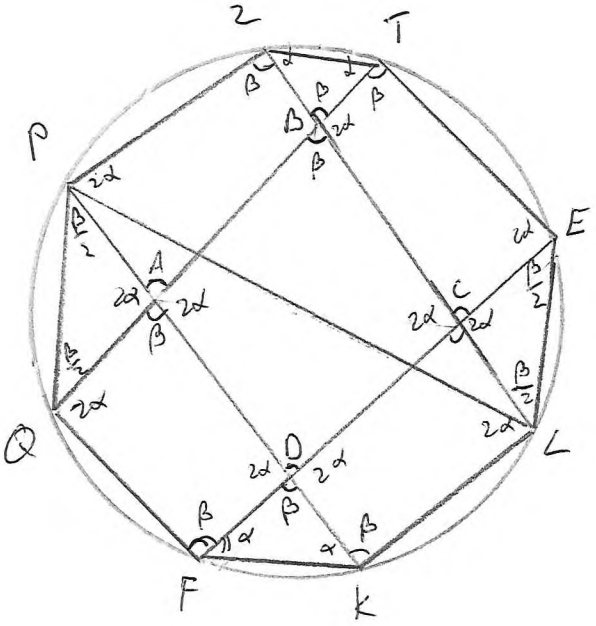
$\angle TQF = 180° - \gamma - \varphi$

3) В окр-ти хорды:

$$\begin{cases} TB \cdot BQ = ZB \cdot BL \\ ZC \cdot CL = EC \cdot CF \\ ED \cdot DF = KD \cdot DP \\ KA \cdot AP = QA \cdot AT \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \cdot (a+2) = 2(b+2) \\ 2(b+2) = 2(c+2) \\ 2(c+2) = 2(d+2) \\ 2(2+d) = 2(a+2) \end{cases}$$

Значит: $\begin{cases} a=b \\ b=c \\ c=d \\ d=a \end{cases} \Rightarrow$ ABCD – ромб (все стороны равны)

ромб – параллелограмм



Т.к. AD ∥ BC; AB ∥ DC;

отрезки ZB; PA
TB; CE
CL; Dk
FD; QA
} равны, параллельны

То APZB
BTEC
CLkD
DFQA
} → пар-мы

$2\alpha+\beta=180$

Проведём PL. $\triangle PkL$: $kP = 2+2+a = a+4$ (a – длина стороны)

$kL = DC = a$

PZLk – пар-м, впис. в окр-ть $\Rightarrow$ прямоугольник, квадрат

$\beta = 2\alpha = 90^\circ \Rightarrow PL = 2R = \sqrt{26}$

По т. Пифагора ($\triangle PKL$): $(a+4)^2 + a^2 = 26$

$a^2+8a+16+a^2-26=0$

$2a^2+8a-10=0$

$a^2+4a-5=0$

$k=2$

$D_1 = 4+5=9$

$a = -2 \pm 3 = \begin{cases} 1 \\ -5 \end{cases}$

$a=1$

Т.к. $\beta = 90^\circ$, то ABCD – квадрат $\Rightarrow$

$S_{ABCD} = 1$

Ответ: $S_{ABCD} = 1$

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Юниор

Работа по математике

Дата 6.02.24
Вариант № 2
Площадка написания: г. Москва, МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№2) Урз $2x-7 = [\lg(10^{2y}\cdot 3^x)] - [\lg[10^{-y}\cdot 3^x]]$

Ограничения:

$$\begin{cases} 10^{2y}\cdot 3^x > 0 \\ [10^{-y}\cdot 3^x] > 0 \Rightarrow 10^{-y}\cdot 3^x \geq 1 \end{cases}$$

(1)

$$\frac{3^x}{10^y} - 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{3^x - 10^y}{10^y} \geq 0 \Rightarrow 3^x - 10^y \geq 0$$

$10^y > 0$

$$3^x \geq 10^y$$

~~Ответ:~~

№1) Т.к. круг состоит из положительных чисел, квадрат каждого равен сумме двух следующих по часовой стрелке.

Заметим, что $2^2 = 2+2$, значит круг состоит из двоек

Сумма квадратов: $\underbrace{2^2+2^2\ldots+2^2}_{2024} = 2024\cdot 2^2 = 2024\cdot 4 = 8096$

Ответ: Сумма квадратов равна 8096

наводящих соображений нет.

ответ не обоснован. Не рекомендуем

Числа можно описать

и это не всё, открыть новизну

№2 (продолжение):

~~$2x-7=\lg(10)$~~

$2x-7=\lg(10^{2y}\cdot 3^x)-\lg\left(\frac{1}{10^y}\cdot 3^x\right)$

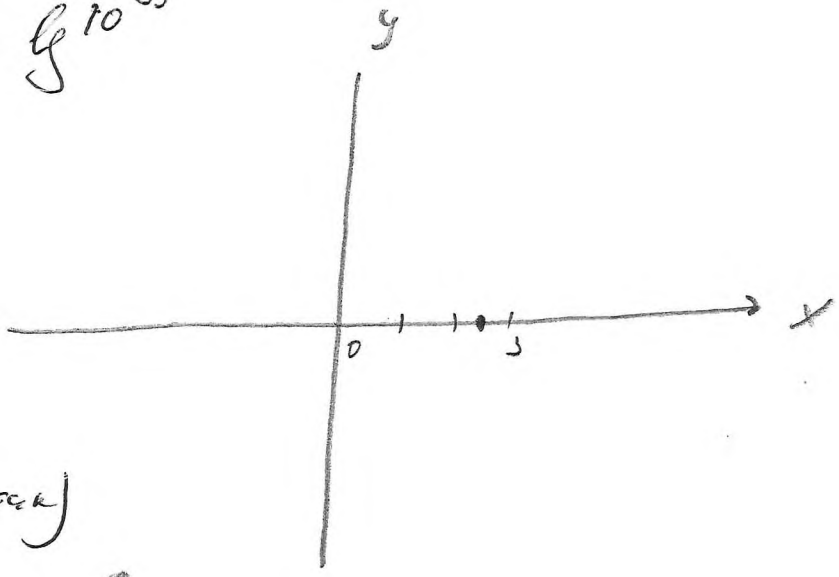
$2x-7=\lg\frac{10^{2y}3^x10^y}{3^x}=\lg 10^{3y}$

$\lg e^{2x-7}=\lg 10^{3y}$

$e^{2x-7}=10^{3y}$

$\frac{e^{2x}}{e^7}=10^{3y}$

$e^{2x}=e^7 10^{3y}$ (посл. график)



$x=3,5$:

$1=10^{3y}\Rightarrow y=0$

Если:

$2x-7\to-\infty$, то $e^{2x-7}\to 0\Rightarrow$

$10^{3y}\to 0\Rightarrow y\to-\infty$

$e^{2x-7}=\ln(x)$

346693
Регистрационный номер

Фамилия Бакай
Имя Полина
Отчество Николаевна

627
(не заполнять)

Подпись

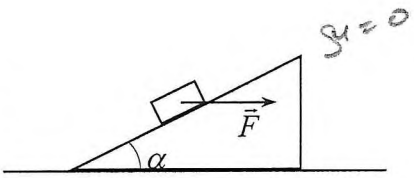
«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

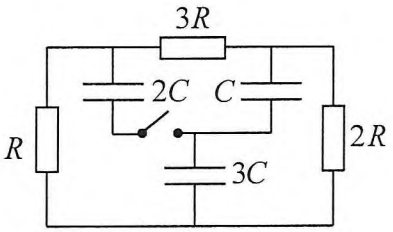
1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

m – кубесит

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 627
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Юниор

Работа по физике

Дата 6.04.27

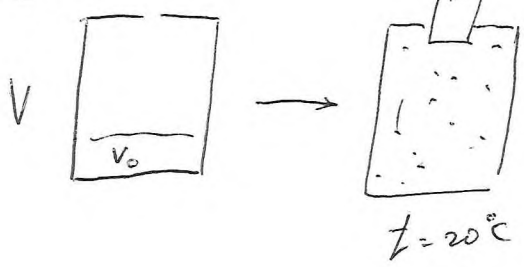
Вариант № _____

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	5	1	7	0

№1 Решение:



$V = 20 \cdot 0{,}001 = 0{,}02 м^3$

$V_0 = 0{,}0005 м^3$

Дано: $V = 20 л$
$V_0 = 0{,}5 л$
$t = 20°C$
$p_m = 1 \cdot 10^6 Па$
$\rho = 800 \frac{кг}{м^3}$
$\mu = 28 \frac{г}{моль}$
$R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot C}$

Разорвёт ли сосуд? $\tau - ?$

1) Масса дуста:

$m = \rho \cdot V_0 = 800 \frac{кг}{м^3} \cdot 0{,}0005 м^3 = 8 \cdot 0{,}05 кг = 0{,}4 кг$

По к-М:

2) $pV = \nu R t = \frac{m}{\mu} R t \Rightarrow p = \frac{mRt}{\mu V}$

$p = \frac{0{,}4 кг \cdot 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot °C} \cdot 20°C}{28 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль} \cdot 0{,}02 м^3} = \frac{4 \cdot 8{,}31 \cdot 20}{\frac{28}{7} \cdot 0{,}02} = \frac{831 \cdot 20 \cdot 100}{2 \cdot 7} \approx 118{,}7142 \cdot 10^3 Па$

$118714 Па < 1000000 Па$

Ответ: не разорвёт

(1)

Зачёркнут: ~~Ответ: сосуд разорвёт~~

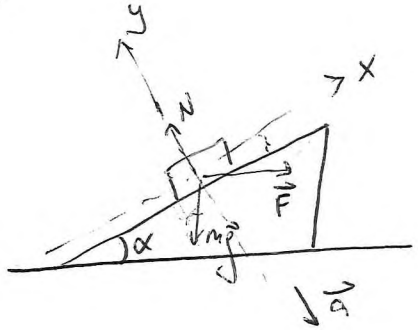
3) $pV = \nu R \tau \Rightarrow p_m V = \nu R \tau \Rightarrow \tau = \frac{p_m V}{\nu R} = \frac{p_m V \mu}{mR}$

$p = p_m$

$\tau = \frac{1 \cdot 10^6 \cdot 0{,}02 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{0{,}4 \cdot 8{,}31} = \frac{10^4 \cdot 2 \cdot 28}{4 \cdot 831} = \frac{1400 \cdot 10^2}{831} \approx 169°C$

Ответ: 169 °C

№2



Решение:

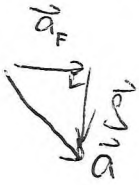
Введём оси x и y вдоль и перпендикулярно к наклонной грани клина.

Дано: m ; α

найти F - ?

Известно, что ускорение тела направлено по оси y

По II ЗН:



x: $F\cos\alpha = mg\sin\alpha$

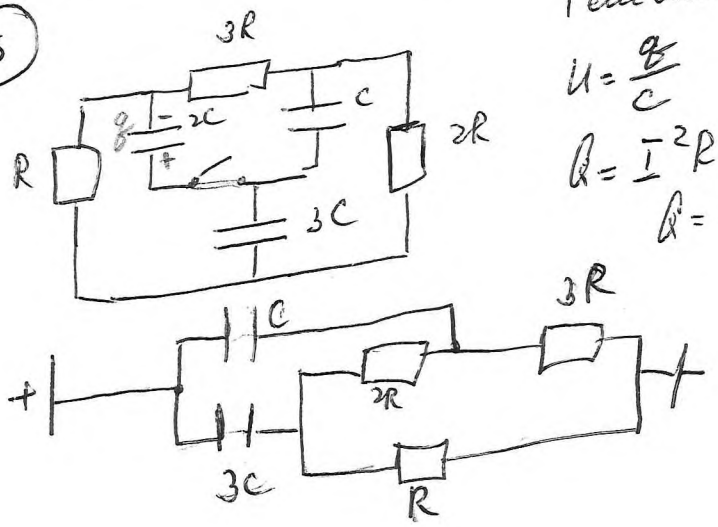
y: ~~$+tmg\cos\alpha - F\sin\alpha = Ma$~~

$N - mg\cos\alpha - F\sin\alpha = -ma$

$F = mg\,tg\alpha$

Ответ: $F = mg\,tg\alpha$ ✓

№3



Решение:

$U = \frac{q}{C}$

$Q = I^2 Rt$

$Q = \frac{q^2}{t} R$

Дано: C ; q

Q_R , Q_{2R} ; Q_{3R} - ?