318125.
Регистрационный номер

Фамилия Черепков
Имя Павел
Отчество Александрович

(не заполнять)

Черепков
Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 4

1. По кругу написано 25 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти квадрат суммы этих чисел.

2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $2x+1=\left[\lg\left(10^{-y}\cdot 5^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{4y}\cdot 5^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наименьшим возможным значением y.

3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $4+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\frac{\sqrt{130}}{2}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

ОЛИМПИАДА ЮНИОР

Работа по МАТЕМАТИКА

Дата 06.04.242
Вариант № 4
Площадка написания: МИФИ.
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
2	0	X				1	

1.

Пусть числа $x, y, z, w \dots$

Рассмотрим пример для 3-х чисел:

x
z y.

$x^2 = y+z$
$z^2 = y+x$
$y^2 = x+z$.

$\Rightarrow x^2+y^2+z^2 = 2(y+z+x)$

~~Это будет выполняться по~~

Рассмотрим случай $x=y=z$.

$3x^2 = 6x$.

$x^2 = 2x$. - единственное положительное решение $\boxed{x=2}$

тогда, по такой же схеме, для 25-ти чисел ~~сумма~~ нужное значение равно: $(25 \cdot 2)^2 = \boxed{2500}$ +

Случай 2:

$x \neq y \neq 2$.

$x^2+y^2+z^2=(2x+2y+2z)$

при $x, y, z < 2$

$x^2+y^2+z^2 < (2x+2y+2z)$

при $x, y, z > 2$.

$x^2+y^2+z^2 > 2(x+y+z)$

Так же, заметим, что

при сумме $x+y+z$ больше 6 $x^2+y^2+z^2 > 2(x+y+z)$

а при $x+y+z < 4 \Rightarrow$ $x^2+y^2+z^2 < (2x+2y+2z)$

По т. Коши.

$\vee$

$x \neq y \neq 2$ - решений не существует.

$\vee$

единственное решение

$(x+y+z+\dots)^2 = 2500$ при $x=y=z=\dots$

Ответ: 2500.

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

ОЛИМПИАДА ЮНИОР

Работа по МАТЕМАТИКЕ.

Дата 06.04.24г.
Вариант № 4
Площадка написания: МИФИ.
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№ 2.

x, y - целые числа

рассмотрим $[\lg[10^{4y} \cdot 5^x]]$ - очевидно,

что при x и y - целых $\Rightarrow$

$\Rightarrow [\lg[10^{4y} \cdot 5^x]] = [\lg(10^{4y} \cdot 5^x)]$

(существенный факт). при $10^{4y} \cdot 5^x \geq 1$

$2x+1 = [\lg(10^{-y}) + \lg 5^x] - [\lg 10^{4y} + \lg 5^{-x}]$

$2x+1 = [\lg(10^{-y})] - [\lg 10^{4y}]$

$2x+1 = [-y] - [4y]$.

т.к y - целое $\Rightarrow$

$\Rightarrow 2x+1 = -y-4y$

$2x+1 = -5y$.

Лист 2 из 2

тогда $x = \frac{-5y-1}{2}$

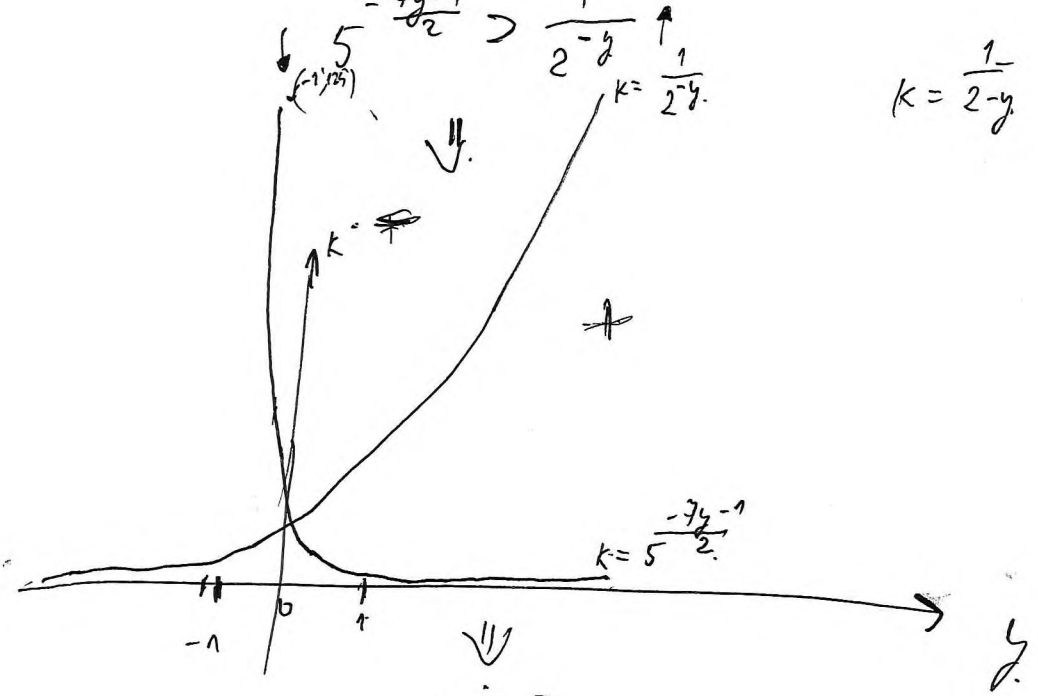
~~$-10y-2$~~

$$10^{-y} \cdot 5^{\frac{-5y-1}{2}} > 1$$

$$2^{-y} \cdot 5^{-y} \cdot 5^{\frac{-5y-1}{2}} > 1$$

$$2^{-y} \cdot 5^{\frac{-7y-1}{2}} > 1$$

$$5^{\frac{-7y-1}{2}} > \frac{1}{2^{-y}}$$



$k = \frac{1}{2^{-y}}$ $k = 5^{\frac{-7y-1}{2}}$

$y > 0$.

или $\boxed{y = 1}$

$2x + 1 = -5$.

$\boxed{x = -3}$

Ответ: пара чисел $(-3; 1)$, где 1 – это y.

Регистрационный номер: 318129

(не заполнять): 618

Фамилия: Черепков

Имя: Павел

Отчество: Александрович

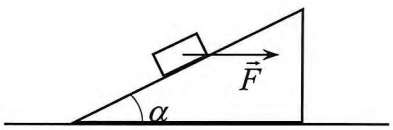
Подпись: Черепков

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

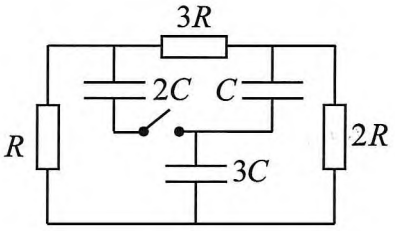
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 618
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада юниор

Работа по физике

Дата 06.04.24г

Вариант № _____

Площадка написания: МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
5	5	2				12	

№ 1

Дано:

$V = 20$ л.

$V_0 = 0{,}5$ л

$t = 20°C = 293°K$

$p_m = 10^6$ Па

$\rho = 800 \frac{кг}{м^3}$

$M = 0{,}028$ кг/моль

$R = 8{,}31$ Дж/моль·град.

T.

1) $\rho = \frac{m_0}{V_0} \Rightarrow m_0 = \rho V_0$

2) при полном нагреве азота:

$pV = \frac{m_0}{M} RT$

$p = \frac{m_0 RT}{MV} = \frac{\rho V_0 RT}{MV_0}$

$p = \frac{800 \cdot 0{,}5 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{0{,}028 \cdot 20} \approx$

$\approx 1{,}6 \cdot 10^6$ Па $> p_m \Rightarrow$

$\Rightarrow$ разорвет. сосуд

$p_m \cdot V = \frac{\rho \cdot V_0 RT}{M}$

$T = \frac{p_m \cdot V \cdot M}{\rho V_0 R}$

$T = \frac{10^6 \cdot 20 \cdot 0{,}028}{800 \cdot 0{,}5 \cdot 8{,}31} = \frac{2 \cdot 28 \cdot 100}{8 \cdot 0{,}5 \cdot 8{,}31} = \frac{2 \cdot 28 \cdot 100}{4 \cdot 8{,}31} = \frac{28 \cdot 100}{8{,}31} \approx$

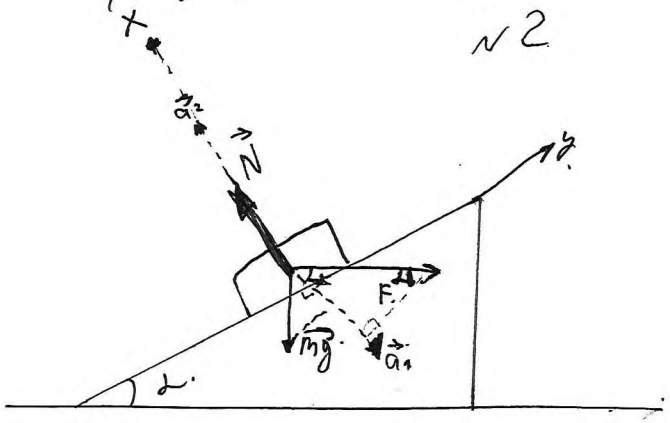
$\approx$

№ 1 (продолжение)

$\approx 169\,^\circ K$ (+) 5

Ответ: разорвет при $169\,^\circ K$.

№ 2



Дано:
m, a.

Рассмотрим 2 случая:

1) a_1.

Ox: $mg\cdot\cos\alpha + F\cdot\sin\alpha - N = m a_1$ (1)

Oy: $F\cdot\cos\alpha - mg\sin\alpha = 0$ (2) $\Rightarrow F = \dfrac{mg\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

$F\cdot\sin\alpha = mg\sin\alpha$ ф.

$m = \dfrac{F\sin\alpha}{g}$

(2) в (1)

$F\cdot\sin\alpha$.

$F\cdot\cos\alpha + F\cos\alpha - N = \dfrac{F}{g} a_1$.

$2F\cdot\cos\alpha - \dfrac{F}{g} a_1 = N$

$F\left(2\cos\alpha - \dfrac{a_1}{g}\right) = N$.

$F = \dfrac{N}{2\cos\alpha - \frac{a_1}{g}}$.

(+) 5

Ответ: $F = mg\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = mg\,tg\alpha$.

ШИФР: 618
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по _____

Дата 08.04.22
Вариант № _____
Площадка написания: МИФИ.
ФИО и рег. номер не указывать!

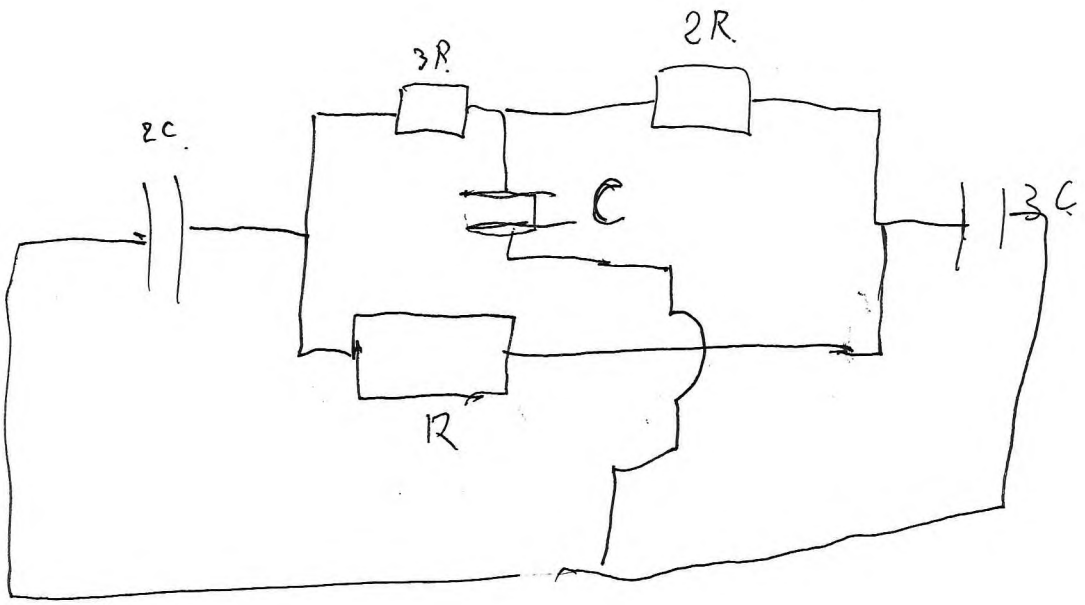
ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

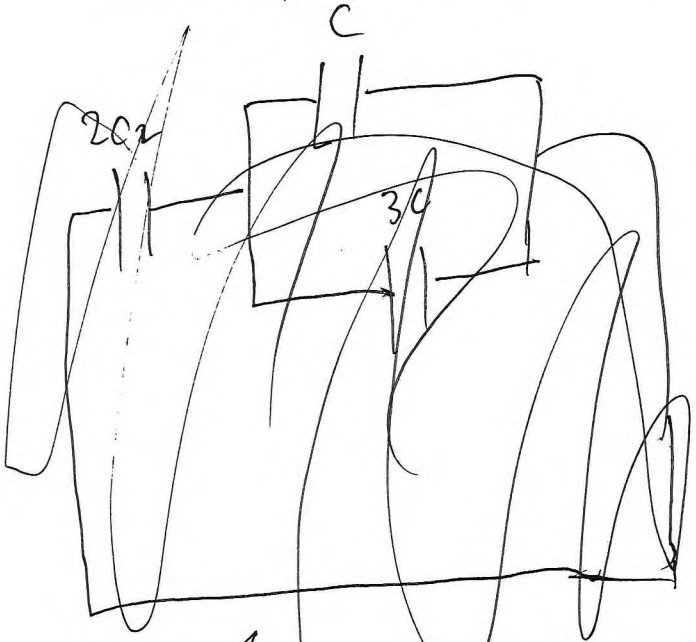
№ 3.

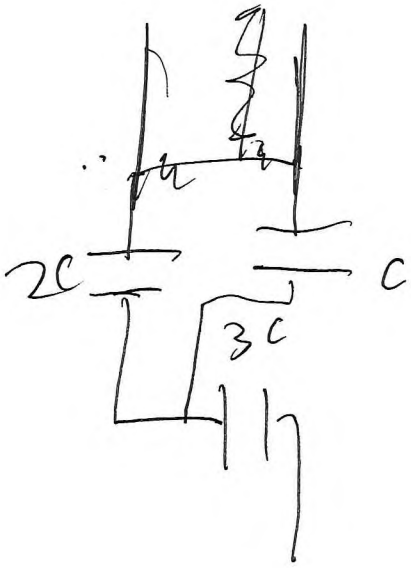
1) напряжение от $2C = U = \frac{q}{2C}$

2) перерисуем схему:



Если рассмотреть систему только сетрое конденсаторов:





1. $C_{общ} = \frac{1}{2C} + \frac{1}{4C} = \frac{3}{4}C.$

$C_{общ} = \frac{4}{3}C.$

$q = \frac{3}{4}q.$

$\frac{3}{4}q = \frac{3}{4}C$

$\frac{3}{4}C = \frac{3}{4}2C$

$1 = \frac{3}{3}$

V.

$q_1/2C + q_2/4C = \frac{q}{2C}$

$2q_1 + q_2 = 2q.$

ШИФР: 618
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

Работа по физике

Дата 06.04.24 г.
Вариант № _____
Площадка написания: МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

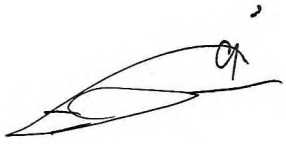
~ 3. (продолжение).

$q_1 + q_2 + q_3 = 6q_1 = q.$

$q_1 = \frac{q}{6}$ $q_2 = \frac{q}{3}$ $q_3 = \frac{q}{2}$ +

$W_0 = \frac{q^2}{2 \cdot 2C} = \frac{q^2}{4C}$

$W = \frac{q_1^2}{2C} + \frac{q_2^2}{2C} + \frac{q_3^2}{6C}$ +



$Q_1 = W_0 - W = \frac{q^2}{4C} - \frac{q^2}{12C} = \frac{q^2}{6C}$ +

$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 30IRt = \frac{5}{C}$

$I_1 \cdot R = I_2 \cdot 3R \quad I_1 = 3I_2$

$Q_R = (5I)^2 \cdot Rt = 25I^2Rt$

$Q_{2R} = I^2 \cdot 2Rt = 2IRt$

$Q_{3R} = I^2 \cdot 3R \cdot t = 3IRt$

Ответ: $\frac{5}{30}\frac{q^2}{C}$ −

$\frac{1}{30}\frac{q^2}{C}$

$\frac{1}{10}\frac{q^2}{C}$ 2