316149
Регистрационный номер

Фамилия ГУСЕВ
Имя СТЕПАН
Отчество АНТОНОВИЧ

(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 1

1. По кругу написано 2023 положительных числа так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти сумму этих чисел.

2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $3x+5=\left[\lg\left(10^{y}\cdot 2^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{3y}\cdot 2^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наибольшим возможным значением x.

3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $1+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\sqrt{5}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

ОЛИМПИАДА ЮНИОР

Работа по ~~ФИЗИКЕ~~/МАТЕМАТИКЕ

Дата 6.04.2024
Вариант № 1
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
0	0	1				1	

№2

Максимальное значение x будет в случае, когда $[d]=d$, т.к. $[d]\le d$?

x по условию целое число!
y тоже!

$d=\lg(10^y\cdot 2^x)$

$d=\lg(10^{3y}\cdot 2^x)$

$\lg(10^y\cdot 2^x)=\lg(10^{3y}\cdot 2^x)$

$\begin{cases} 10^y\cdot 2^x = 10^{3y}\cdot 2^x \\ 10^y\cdot 2^x>0 \end{cases}$

$\begin{cases} 10^y=10^{3y} \\ 10^y\cdot 2^x>0 \end{cases}$ (0)

Условие неверно!

$\begin{cases} y=0 \\ 10^0\cdot 2^x>0 \end{cases}$

$\begin{cases} y=0 \\ 2^x>0 \end{cases}$

Вернёмся к исходному ур-нию и найдём x:

$3x+5=\lg(10^0\cdot 2^x)-\lg(10^0\cdot 2^x)$

$x+5=0$

$x=-\frac{5}{3}$ (-1)

Лист 1 из 2

Ответ: координаты с наибольшим возможным значением x являются $x=-\frac{5}{3}$; $y=0 \Rightarrow (-\frac{5}{3};0)$.

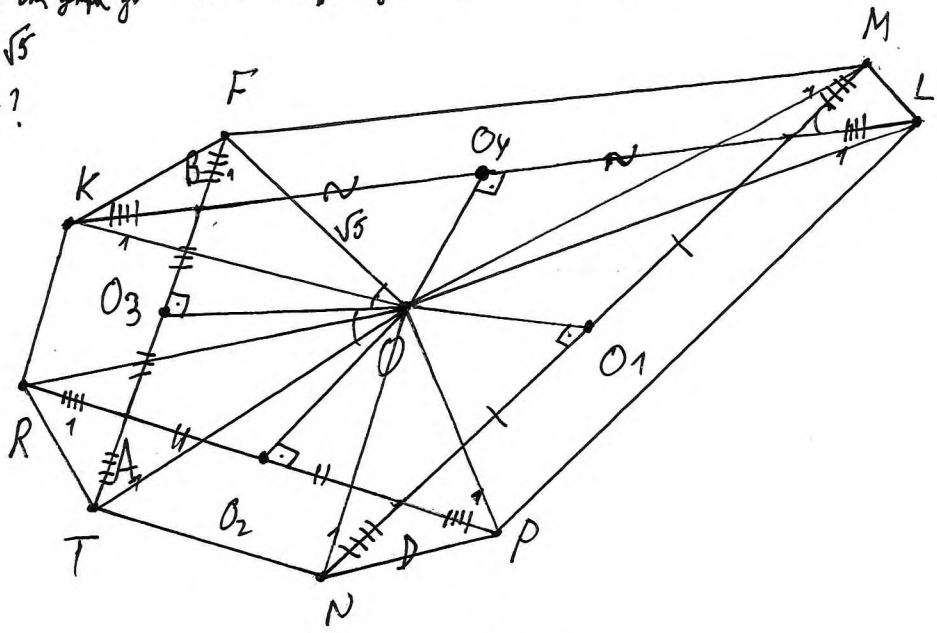
№3

Дано: $ABCD$ – вписанный 4-угольник

расстояние от центра до каждой стороны $= 1+\frac{a}{2}$, где a – длина стороны $\frac{a}{2}$

$R_{опис} = \sqrt{5}$

Найти: S_{ABCD} – ?



Решение:

1. Т.к. расстояние от центра вписанного до каждой стороны равно $\frac{a}{2}+1$, то расстояние от биссектрисы к этой стороне будет равно $\frac{a}{2}+1-\frac{a}{2}=1$

2. Рассм. $\triangle FOJ$: $FO = OJ = R_{опис} = \sqrt{5} \Rightarrow \triangle FOJ$ – р/б (по опр)

OO_3 – медиана (и угл) $\Rightarrow OO_3$ явл. бисс. и высотой (по св-ву р/б $\triangle$)

3. Аналогично п.2 рассмотрим $\triangle ROP$, $\triangle NOM$, $\triangle LOK$

4. Т.к. из п.2 и п.3 OO_3, OO_4, OO_1, OO_2 явл. высотами, но в тетраэдрах $ABCD$ по опред. этого все сечения окружности с радиусом $r = OO_1 = OO_2 = OO_3 = OO_4$, т.к. все они перпендикуляры, опущенные на сечения окружности с центром в тетраэдре.

5. $S_{ABCD} = p \cdot r = \frac{1}{2}P \cdot r = \frac{1}{2} \cdot (AB+BC+CD+AD) \cdot r$

6. По т. Пифагора в $\triangle OO_1N$:

$ON^2 = OO_1^2 + O_1N^2$

$5 = r^2 + \left(\frac{a}{2}+1\right)^2$

$5 = r^2 + \frac{a^2}{4} + a + 1$

$r^2 = 4 - \frac{a^2}{4} - a$

$r = \sqrt{\frac{-a^2-4a+16}{4}} = \frac{\sqrt{-a^2-4a+16}}{2}$

7. По св-ву описанного, описанного около окружности, суммы противоположных сторон равны $\Rightarrow$

$\Rightarrow AB + CD = AD + CB$

а это что такое?

r = ?

1

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

ОЛИМПИАДА ЮНИОР

Работа по ~~ФИЗИКЕ~~ / МАТЕМАТИКЕ

Дата 6.04.2024
Вариант № 1
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№3 (продолжение)

1. Из · л. Пифагора $\rho \triangle FOO$, $\triangle TOO$, $\triangle ROB$, $\triangle POB$, $\triangle OBM$, $\triangle MOM$, $\triangle LOO$, $\triangle KOO$ =

$\Rightarrow AO = AC = CD = AD = a$

2. $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(a+a+a+a) \cdot r = \frac{4a(\sqrt{4-a^2-4a+16})}{4} = a\sqrt{-a^2-4a+16}$

Ответ: $S_{ABCD} = a\sqrt{-a^2-4a+16}$.

Площадь не найдена!

316149
Регистрационный номер

Фамилия ГУСЕВ
Имя СТЕПАН
Отчество АНТОНОВИЧ

617
(не заполнять)

Подпись

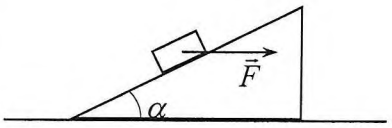
ЮНИОР

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

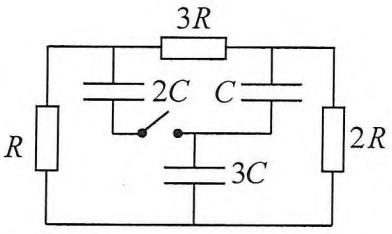
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 617
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

ОЛИМПИАДА ЮНИОР

Работа по ФИЗИКЕ

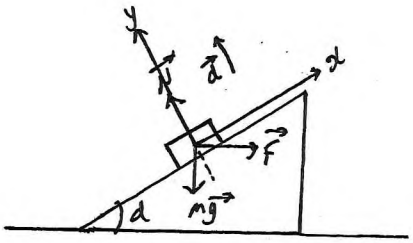
Дата 06.04.2024
Вариант № _____
Площадка написания:
НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
2	5	1				8	

N2

Дано: α
m
Найти: F - ?



Решение:

1. Запишем второй закон Ньютона для тела в проекциях на оси x и y:

Ox: $F \cdot \cos\alpha = mg \sin\alpha$

Oy: $ma = N - mg\cos\alpha - F\sin\alpha$

2. Выразим искомую силу F из первого ур-я:

$$F = \frac{mg\sin\alpha}{\cos\alpha} = mg\,\mathrm{tg}\,\alpha$$

Ответ: $F = mg\,\mathrm{tg}\,\alpha$ +5

N1

Дано: $V = 20\,л$
$V_0 = 0{,}5\,л$
$t = 20°$
$P_т = 1 \cdot 10^6$ Па
$\rho_{жа} = 800\ кг/м^3$
$\mu = 28$ г/моль
$R = 8{,}31$

Решение:

1. Плотность жидкого азота $\rho_{жа} = \frac{m_{жа}}{V_{жа}}$
2. Запишем уравнение Клапейрона-Менделеева для газообразного состояния жидкого азота в ко
нечный момент времени: $V_0 = V_к$, т.к. сосуд имеет закрыт и азот не выходит из
$P_к V_к = \nu_к R T_к \Rightarrow P_к = \frac{m_к R T_к}{\mu_{жа} V_к} = \frac{\rho_{жа} R T_к}{\mu_{жа}}$

~~3. Проверим разорвёт ли сосуд, сравнив давление~~ $P_к$ ~~с максимальным внутренним давле~~
~~$P_т = \frac{\rho_{жа} R T_к}{\mu_{жа}}$~~

Найти: ~~можно ли сосуд~~

~~3. (продолжение)~~

№1

3. Проверим, разорвется ли сосуд, подставив вместо $T_к$: $t = 20^\circ C = 20 + 273 = 293$ К

$$p_к = \frac{100 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{35} = \frac{293 \cdot 8{,}31}{35} \approx 69{,}57 \text{ Па}$$

293 · 8,31 = 2344 + 293 + 2930 = 2434,83

2434,83 : 35 = 69,566

. Сравним полученное значение с максимальным внутренним давлением $p_м$

$p_к = 69{,}57$ Па

$p_м = 1 \cdot 10^6$ Па

$p_к << p_м$ ⇒ сосуд Дьюара не разорвет, если весь азот испарится

4. Найдём температуру азота, при которой сосуд разорвет:

$$p_к = \frac{100 \cdot 8{,}31 \cdot T}{35} \Rightarrow T = \frac{35 \cdot 10^6}{8{,}31} \approx 4{,}2 \cdot 10^6 \text{ К}$$

3500 : 331 = 11,211

3324

1760

1662

980

831

1510

831

...

Ответ: сосуд Дьюара не разорвет, если весь азот испарится; температура азота, при которой сосуд разорвет = $T = 4{,}2 \cdot 10^6$ К

2

№3

Дано: R, $2R$, $3R$, C, $2C$, $3C$, t

Найти: Q_R, Q_{2R}, Q_{3R} - ?

Решение:

$$I = \frac{q}{t} \qquad Q = VI = I^2 R$$

1. После замыкания ключа, ток потечет через все три конденсатора и через резисторы с сопротивлением $2R$ и $3R$. До резистора с сопротивлением R заряд с конденсатора не дойдет, поэтому $I_R = 0 \Rightarrow Q_R = I_R^2 R = 0$

2. На резисторе с сопротивлением $3R$ сила тока будет равна силе тока на конденсаторе $2C$ в начальный момент времени, т.к. $I_{3R} = I_{2C} = \frac{q}{t}$

3. Количество теплоты для ~~одного~~ резистора с сопротивлением $3R$:

$$Q_{3R} = I_{3R}^2 \cdot 3R = \frac{3Rq^2}{t^2}$$

4. На резисторе с сопротивлением $2R$ сила тока будет равна сумме сил токов на конденсаторах C и $3C$, которая в свою очередь равна силе тока на конденсаторе $2C$, т.к. именно от него они ушли на конденсаторы, т.к. $I_{2R} = I_C + I_{3C} = I_{2C} = \frac{q}{t}$

5. Количество теплоты для резистора с сопротивлением $2R$:

$$Q_{2R} = I_{2R}^2 \cdot 2R = \frac{2Rq^2}{t^2}$$

1

Ответ: $Q_{1R} = 0$; $Q_{2R} = \frac{2Rq^2}{t^2}$; $Q_{3R} = \frac{3Rq^2}{t^2}$