313438
Регистрационный номер

Фамилия Андреев
Имя Никита
Отчество Максимович

(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 3

1. По кругу написано 50 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти произведение этих чисел.
2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $3x-1=\left[\lg\left(10^{-y}\cdot 4^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{3y}\cdot 4^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наибольшим возможным значением x.
3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $3+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\sqrt{29}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Юниор

Работа по [redacted] математике

Дата 06.04.2024
Вариант № 3
Площадка написания: НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	0	1				2	

№1

$a^2 = b + c$
$b^2 = c + d$

Пусть $a = 2$. Тогда $\begin{cases} b = 1 \\ c = 3 \end{cases}$ (☆) $\quad \begin{cases} b = 2 \\ c = 2 \end{cases}$ (□)

числа могут быть равны

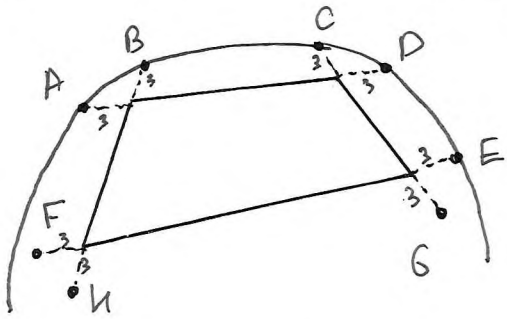
(☆) 2 1 3 d $\quad 1^2 = 3 + d$. Поскольку $d \in N \Rightarrow \varnothing$

(□) 2 2 2 d $\quad 2^2 = 2 + d$. $d = 2$. Видно, что при всех числах, равных 2, условие $X_i^2 = X_{i+1} + X_{i+2}$ выполнится. Тогда произведение этих чисел $= 2^{50}$. Заметим, что только $2^2 = 2 + 2$; $1^2 < 1 + 1$; $3^2 > 3 + 3$; $4^2 > 4 + 4$, если решать аналогично системе (□). Если числа отличны, как в (☆), рано или поздно мы дойдем до 49-го числа, которое не будет в квадрате иметь равенство сумме 50-го и 1-го числа, либо нам понадобятся отрицательные числа, не удовлетворяющие условию ~~[redacted]~~ положительности. Цепочка 2, 2, 2, 2 ... – единственная.

Ответ: 2^{50}

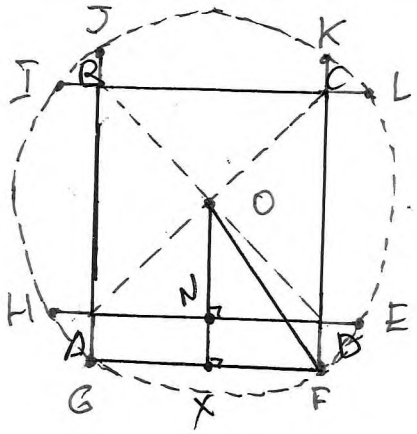
1

№3 Рассмотрим произвольный выпуклый четырехугольник.



Точки G, И точно бы не лежали на окружности, на которой расположены точки B, C.

Поскольку восьмиугольник содержит точки, удаленные от всех вершин четырехугольника V на 3, а также вокруг него можно описать окружность, единственный возможный случай, если такой четырехугольник – квадрат. Пусть сторона квадрата – a.



Дано
$R = \sqrt{29}$

S_{ABCD} - ?

$S(O; AD) = ON$

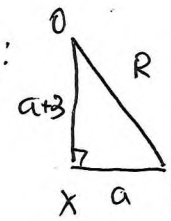
$S(O; GF) = OX$

$OX = ON + NX$

$NX = DF = AG = 3$ (по условию)

$ON = a$, т.к. ABCD - квадрат.

$\triangle OXF$:



$OF^2 = (a+3)^2 + a^2 = 29$

$a^2 + 6a + 9 + a^2 = 29$

$2a^2 + 6a - 20 = 0$

$a^2 + 3a - 10 = 0$

$a = \left[\begin{array}{l} -5 \text{ – не подходит по смыслу.} \\ 2 \end{array}\right.$

Тогда $S_{ABCD} = a^2 = 4$.

Ответ: 4

1

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Юниор

Работа по математике

Дата 06.04.2024
Вариант № 3
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись

№2 $x, y \in Z$ $\quad 3x - 1 = [\lg(10^{-y} \cdot 4^x)] - [\lg[10^{3y} \cdot 4^x]]$

пусть $x = 0$. тогда $\quad -1 = [\lg(\frac{1}{10^y})] - [\lg[10^{3y}]]$

$-1 = -y - 3y \Rightarrow y_0 = \frac{1}{4}$

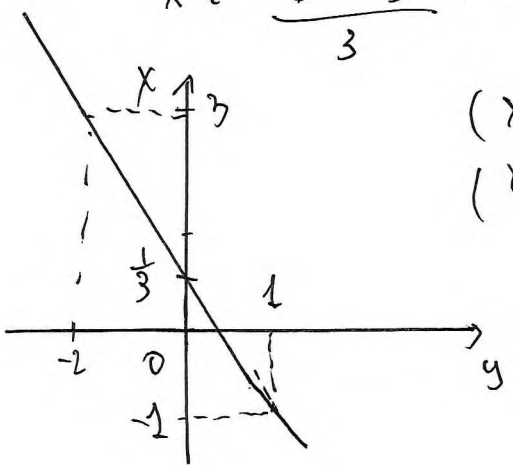
(зачеркнуто) $y \in Z$

$3x - 1 = [-y \cdot \lg 4^x] - [+3y + \lg[4^x]]$ $y \in Z \Rightarrow$

$\Leftrightarrow \quad 3x - 1 = -4y + [\lg 4^x] - [\lg 4^x]$

$3x - 1 = -4y$

$x = \frac{1-4y}{3} = \frac{1}{3} - \frac{4}{3}y$



$(x_1; y_1) = (3; -2)$

$(x_2; y_2) = (-1; +1)$

0

313438
Регистрационный номер

Фамилия Андреев
Имя Никита
Отчество Максимович

6/5
(не заполнять)

Подпись

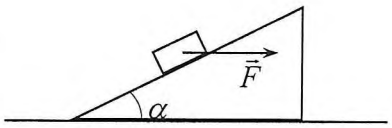
ЮНИОР

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

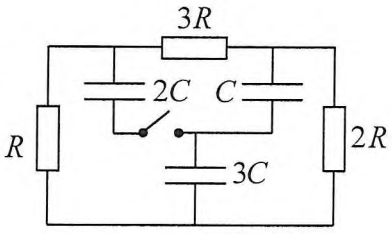
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 615
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Юниор

Работа по Физике

Дата 06.04.2024
Вариант № _____
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
5	5	1				11	

№1

$V = 20$ л

$V_0 = 0{,}5$ л

$t = 20°C$

$P_{кр} = 10^6$ Па

$\rho_m = 800 \frac{кг}{м^3}$

$\mu_{N_2} = 28 \frac{г}{моль} = 0{,}028 \frac{кг}{моль}$

$R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К}$

$t_{кр} - ?$

$m_м = \rho V_0$. По закону сохранения масса, масса жидкого Азота будет равна массе газообразного.

$m_м = m = \rho V_0$

Согласно закону Менделеева-Клапейрона:

$$pV_{кр} = \nu R T_{кр} \; ; \quad T_{кр} = \frac{P_{кр} V}{\nu R} \; ; \quad \nu = \frac{m}{\mu}$$

$$T_{кр} = \frac{P_{кр} V \mu}{m R} = \frac{10^6 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{800 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 8{,}31} \approx 168 К =$$

$= -105°C$.

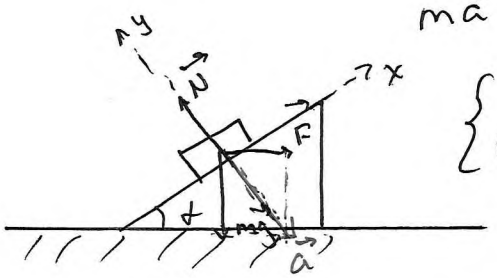
Азот сможет нагреться до $-105°C$, достигнув максимального значения давления. Далее колба взорвется.

Ответ: Сосуд Дьюара разорвет, когда температура станет $-105°C$

Ф5

№2

Дано:
α
μ
F-?



$m\vec{a} = \vec{N} + \vec{F} + m\vec{g}$

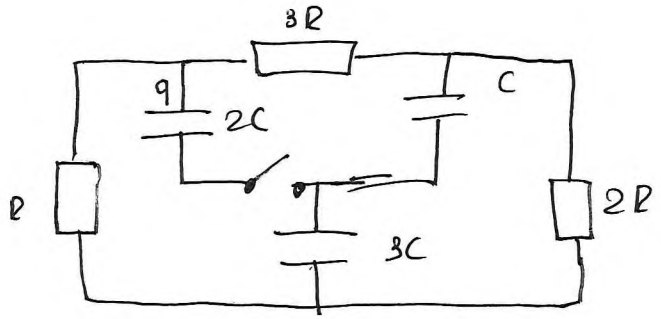
$$\begin{cases} Ox: 0 = F\cos\alpha - mg\sin\alpha \\ Oy: -ma = N - F\sin\alpha - mg\cos\alpha \end{cases} \Rightarrow F = mg\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\begin{cases} ma = F\sin\alpha + mg\cos\alpha - N \\ F = mg\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \end{cases} \Rightarrow ma = mg\sin^2\alpha\,\mathrm{tg}\alpha + mg\cos\alpha - N$$

$F = mg\,\mathrm{tg}\alpha$, где m – масса груза

Ответ: $mg\,\mathrm{tg}\alpha$ +1 б

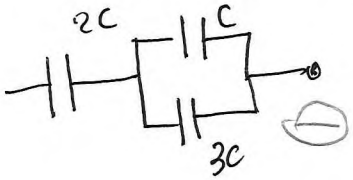
№3



Дано:
R
C_q

Q_R – ?
Q_{2R} – ?
Q_{3R} – ?

после замыкания ключа схема конденсаторов выглядит так:



$U_C = U_{3C} \Rightarrow \begin{cases} q_C = CU \\ q_{3C} = 3CU \end{cases}$

$q_{2C} = q_C + q_{3C} = 3CU.$

по закону сохранения заряда:

$q = q_{2C} + q_{3C} + q_a = 6CU \Rightarrow U = \frac{q}{6C}$

$W_0 = \frac{q^2}{2C}$ $W_{2C} = \frac{2CU^2}{2} = \frac{C\cdot q^2}{36C^2} = \frac{q^2}{36C}$ $W_C = \frac{q^2}{72C}$ $W_{3C} = \frac{9q^2}{216C}$

$Q_R + Q_{2R} + Q_{3R} = \frac{q^2}{72C} - \frac{q^2}{12C} = \frac{5q^2}{12C} = Q_{общ}$ +1 б

ШИФР: 615
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

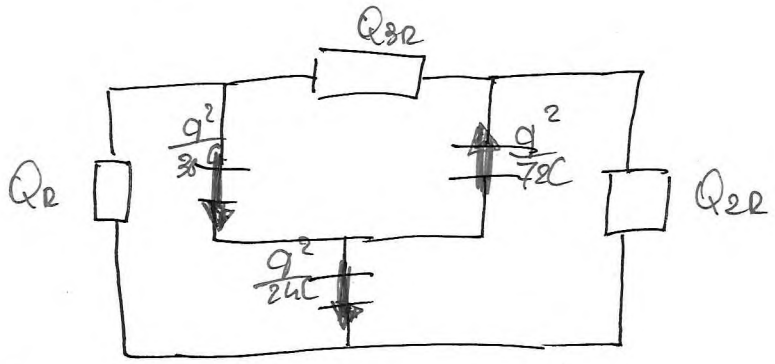
Юниор

Работа по Физике

Дата 06.04.2024
Вариант № ____
Площадка написания: Инду МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись



$$Q_R = \frac{q^2}{36C} + \frac{q^2}{24C} = \frac{5q^2}{72C}$$

$$Q_{2R} = \frac{q^2}{24C} - \frac{q^2}{72C} = \frac{2q^2}{72C}$$

$$Q_{3R} = \frac{q^2}{36C} + \frac{q^2}{72C} = \frac{3q^2}{72C}$$

$\Rightarrow Q_R : Q_{2R} : Q_{3R} = 5 : 2 : 3$

$$\Rightarrow Q_R = \frac{1}{2} Q_{общ} = \frac{5q^2}{24C}$$

$$Q_{2R} = \frac{5q^2}{60C} = \frac{1}{5} Q_{общ} = \frac{q^2}{12C}$$

$$Q_{3R} = \frac{3}{10} Q_{общ} = \frac{5q^2}{40C} = \frac{q^2}{8C}$$

Ответ: $\frac{5q^2}{24C}$; $\frac{q^2}{12C}$; $\frac{q^2}{8C}$ — 1