313288
Регистрационный номер

Фамилия Майданик
Имя Ольга
Отчество Кирилловна

(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 4

1. По кругу написано 25 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти квадрат суммы этих чисел.

2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $2x+1=\left[\lg\left(10^{-y}\cdot 5^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{4y}\cdot 5^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наименьшим возможным значением y.

3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $4+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\frac{\sqrt{130}}{2}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

Работа по ~~Информатике~~ математике

Дата 6.04.24

Вариант № 4

Площадка написания: НИЯУ МИФИ

ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
0	0	0				0	

№1

Пусть первое число x_1, тогда последующие: $x_2, x_3, \dots, x_{25}$

По условию $x_1^2 = x_2 + x_3$; $x_2^2 = x_3 + x_4$; $\dots$; $x_{24}^2 = x_{25} + x_1$;

$x_{25}^2 = x_1 + x_2$. Найти: $(x_1 + x_2 + \dots + x_{25})^2$ - ?

Если сложить все квадраты чисел:

$$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{25}^2 = 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + \dots + 2x_{25} = 2(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{25})$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{25} = \frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_{25}^2}{2}$$

$x_1 = x_2 = \dots = x_{25} = 2$ - пример

$$(x_1 + x_2 + \dots + x_{25})^2 = \left(\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_{25}^2}{2}\right)^2$$

0

№2 $2x+1 = [\lg(10^{-y} \cdot 5^x)] - [\lg[10^{4y} \cdot 5^x]]$; $x, y \in \mathbb{Z}$

1. При $x \in \mathbb{Z}$ $2x+1$ - нечётное число, следовательно $[\lg(10^{-y} \cdot 5^x)] - [\lg[10^{4y} \cdot 5^x]]$ должно быть тоже нечётным числом. Пусть $[\lg(10^{-y} \cdot 5^x)] - [\lg[10^{4y} \cdot 5^x]] = A$

2. Тогда

$$A = [\lg(10^{-y} \cdot 5^x)] - [\lg[10^{4y} \cdot 5^x]] =$$

$$= ([\lg 10^{-y}] + [\lg 5^x]) - ([\lg[10^{4y}]] + [\lg 5^x]) =$$

$$= [-y] + [\lg 5^x] - [4y] - [\lg[5^x]]$$

$x \in \mathbb{Z} \Rightarrow 5^x$ - целое число $\Rightarrow [5^x] = 5^x \Rightarrow [\lg 5^x] = [\lg[5^x]]$

$A = [-y] - [4y]$

$y \in \mathbb{Z} \Rightarrow -y$ - целое и $4y$ - целое $\Rightarrow \left.\begin{matrix}[-y] = -y \\ [4y] = 4y\end{matrix}\right\} \Rightarrow A = -5y$

3. Из пункта 1. A - нечетное >0 $\Rightarrow -5y$ - нечётное $\Rightarrow y$ - нечётное.

4. При $y<0$ $A>0 \Rightarrow x<0$ $\quad x=0;\ y=0 \quad 1 = [\lg 1] - [\lg[1]] = 0$ ✗

При $y>0$ $A<0 \Rightarrow x<0$

0

№3

Дано:

$ABCD$ - вып. 4-х уг.

$M, S \in (BC)$

$N, P \in (AB)$

$Q, R \in (CD)$

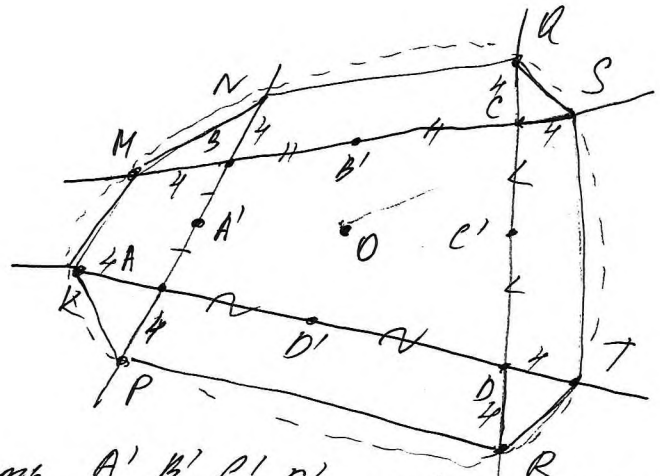
$K, T \in AD$

$MNQSTRPK$ - 8-ми уг.

$\omega(O; R_\omega)$ - опис. около $MNQSTRPK$

$R_\omega = \frac{\sqrt{130}}{2}$

S_{ABCD} - ?



1. Пусть A', B', C', D' - середины AB, BC, CD и AD соответственно

2. По условию расстояние от каждой взятой точки на продолжении сторон от середины стороны равно $4 + \frac{a}{2}$ (a - сторона) $\Rightarrow$

$\Rightarrow MB = BN = QC = CS = DT = DR = AP = AK = 4$

3. $S_{ABCD} = S_\Phi - S_{PKMN} - S_{QSTR} - S_{BNQC} - S_{PADR}$, $S_\Phi = S_{MNQSTRPK}$

0

313288
Регистрационный номер

Фамилия Найдашен
Имя Ольга
Отчество Кирилловна

613
(не заполнять)

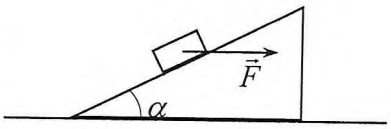
Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

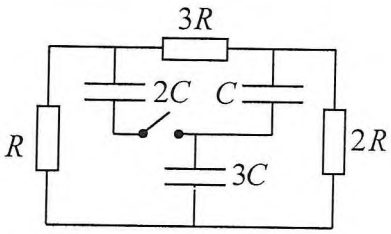
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 613
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Олимпиада Юниор

Работа по физике

Дата 6.04.24
Вариант № ____
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
5	5	0				10	

№1

Дано:
$V = 20\,л$
$V_0 = 0{,}5\,л$
$t = 20^\circ$
$p_m = 1 \cdot 10^6\,Па$
$\rho = 800\,кг/м^3$
$\mu = 28\,г/моль$
$R = 8{,}31\,Дж/моль \cdot К$

1) $p_a > p_m$?
2) 1) $V \to T$ - ?

Решение:

1. $pV = \nu RT$
$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{\rho V}{\mu} \Rightarrow pV = \frac{\rho V_0 RT}{\mu} \Rightarrow p = \frac{\rho RTV_0}{\mu V}$

2. Чтобы сосуд разорвало, давление азота должно быть больше максимального давления, которое выдерживает сосуд. Сравним p_a и p_m.

$p_a = \frac{\rho R(t+273^\circ)}{\mu} = \frac{800 \cdot 10^3\,г/м^3 \cdot 8{,}31\,Дж/моль \cdot К \cdot 293 \cdot 0{,}5}{28 \cdot 20} =$

$= \frac{8 \cdot 10^5 \cdot 8{,}31 \cdot 293 \cdot 0{,}5}{28 \cdot 20} = \frac{10^5 \cdot 831 \cdot 586 \cdot 0{,}5}{7 \cdot 20} = \frac{586 \cdot 831 \cdot 10^3 \cdot 0{,}5}{7 \cdot 20} \approx$

$\approx \frac{146{,}5 \cdot 0{,}831 \cdot 10^6}{7} \approx \frac{121{,}7415 \cdot 10^6}{7} > 1 \cdot 10^6 \Rightarrow$ Если накачать азот до $t = 20^\circ C$, то сосуд взорвется, т.к. внутреннее давление будет превышать максимально допустимое

3. Температура, при которой сосуд взорвется: $\frac{10}{7} \approx 1{,}4$

$p_m V = \frac{\rho V_0}{\mu} RT \Rightarrow T = \frac{\mu p_m V}{\rho V_0 R} = \frac{10^6 \cdot 20 \cdot 28}{800 \cdot 10^3 \cdot 0{,}5 \cdot 8{,}31} = \frac{10^3 \cdot 20 \cdot 28}{8 \cdot 0{,}5 \cdot 831} = \frac{14 \cdot 10^4}{831} \approx$

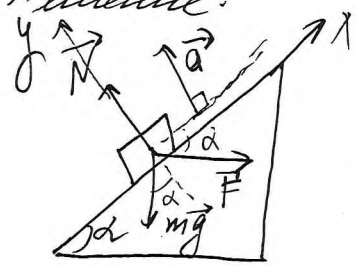
$\approx 168\,К$

Ответ: 168 К +5

№2

Дано:
m, α
$F - ?$

Решение:



$\vec{a} = \vec{a}_y + \vec{a}_x$

по II з-н: $m\vec{a} = F\cos\alpha - mg\sin\alpha$
на Ox

по условию $\vec{a}$ перпендикулярно наклонной грани клина $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ проекция $\vec{a}$ на $Ox = 0$: $0 = F\cos\alpha - mg\sin\alpha \Rightarrow$

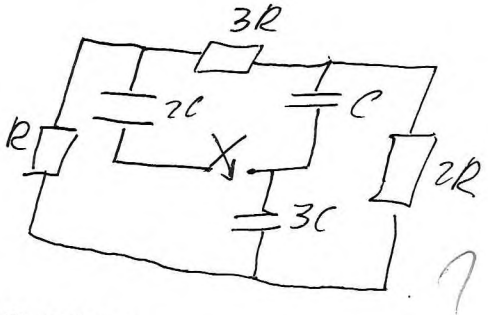
$\Rightarrow F = \frac{mg\sin\alpha}{\cos\alpha} = mg\,tg\,\alpha$

Ответ: $F = mg\,tg\,\alpha$ +5

№3

Дано
$R, 2R, 3R$
$C, 2C, 3C$
$\mathcal{E}(2C)$

$Q_R; Q_{2R}; Q_{3C}$ - ?



нагрев.

$Q = I^2Rt$

Когда замкнут ключ, конденсатор $2C$ с зарядом q будет разряжаться, а конденсатор C заря-

? 0