312970
Регистрационный номер

Фамилия Демидова
Имя Анжелика
Отчество Александровна

(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 3

1. По кругу написано 50 положительных чисел так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти произведение этих чисел.

2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $3x-1=\left[\lg\left(10^{-y}\cdot 4^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{3y}\cdot 4^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наибольшим возможным значением x.

3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $3+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\sqrt{29}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: _____
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Юниор

Работа по математике

Дата 06.04.24
Вариант № 3
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
1	X	0				1	

№1

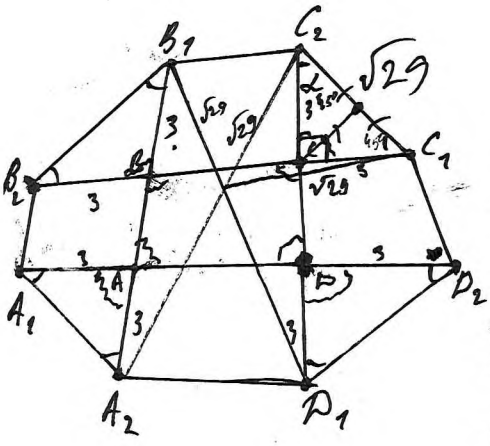
В задаче не сказано, что числа должны быть различными, значит по кругу можно написать 50 двоек, т.к. они удовлетворяют условию задачи ($2^2=4$, $2+2=4$).

=> Ответ: 2^{50}.

Это является единственным правильным решением, т.к. если допустить, что другая последовательность существует, то если взять любые числа больше 2-х, то если взять все одинаковые числа, к примеру тройки, то условие последовательности не выполняется. А если числа будут разными, то, взяв последнее 50-ое число (оно будет огромным, т.к., чтобы получить в сумме квадрат предыдущего числа, хотя бы одно число из двух последующих будет больше предыдущего ($3+3>5$)), т.е. возвращаясь к 1-му и 2-му числу последовательности не удастся в сумме получить квадрат 50-ого числа. Числа меньше 2-х просто не удовлетворяют условию последовательности круга ($1+1=2$).

Ответ: 2^{50}.

Лист ___ из ___



№3

Решение:

1. Т.к. нам дано, что точки на продолжении сторон равно удалены от середины стороны исходного четырёхугольника на расстояние $3+\frac{a}{2}$, где a – длина стороны $\Rightarrow$ от вершин четырёхугольника все точки продолжений равно удалены на $3+\frac{a}{2}-\frac{a}{2}=3$.

2. Рассмотрим получившийся треугольник между вершиной исходного четырёхугольника с соседними вершинами получившегося восьмиугольника (CC_1C_2):

$CC_1=CC_2=3 \Rightarrow \triangle CC_1C_2$ – равнобедренный $\Rightarrow$ углы при основании C_1C_2 равны между собой ($\angle CC_2C_1=\angle C_2C_1C=\alpha$) $\Rightarrow \angle C_2CC_1=180-2\alpha$.

3. По аналогии рассматриваем другие треугольники (AA_1A_2, BB_1B_2, DD_1D_2). Т.к. все эти треугольники равны, то $\angle A_1AA_2=\angle B_1BB_2=\angle C_1CC_2=\angle D_1DD_2=180-2\alpha$.

4. Т.к. вертикальные углы равны, то в четырехугольнике $ABCD$ получается четыре равных угла $\Rightarrow \angle BAD=\angle ADC=\angle DCB=\angle CBA=\frac{360}{4}=90^\circ \Rightarrow ABCD$ – прямоугольник

5. Проведем диаметры окружности описанной вокруг восьмиугольника. (BD_1 и A_2C_2)

6. Чтобы описать окружность вокруг восьмиугольника он должен быть правильным $\Rightarrow ABCD$ – квадрат со стороной $\sqrt{29}$

$\Rightarrow S_{ABCD}=(\sqrt{29})^2=29$.

Ответ: 29.