312799
Регистрационный номер

Фамилия Чугреев
Имя Александр
Отчество Сергеевич

123
(не заполнять)

Подпись

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по математике, Заключительный этап, 11 класс

Вариант 1

1. По кругу написано 2023 положительных числа так, что квадрат каждого числа равен сумме двух чисел, следующих за ним по часовой стрелке. Найти сумму этих чисел.

2. Пара целых чисел x, y удовлетворяет уравнению $3x+5=\left[\lg\left(10^{y}\cdot 2^{x}\right)\right]-\left[\lg\left[10^{3y}\cdot 2^{x}\right]\right]$, где $[a]$ – целая часть числа a – наибольшее целое число, не превосходящее a. Найти пару $(x;y)$ с наибольшим возможным значением x.

3. На продолжениях каждой из сторон выпуклого четырехугольника $ABCD$ (в обе стороны) взяты по две точки, равноотстоящие от середины соответствующей стороны на расстояние $1+a/2$, где a – длина стороны. Полученные 8 точек являются вершинами восьмиугольника, про который известно, что около него можно описать окружность радиуса $\sqrt{5}$. Найти площадь четырехугольника $ABCD$.

Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 109
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по математике

Дата 06.04.2024
Вариант № 1
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
2	1	0				3	

№1

Заметим, что случай, где все числа 2 — подходит в этом случае сумма всех чисел равна 4046

Если докажем, что других случаев не может быть:

2023.

1 2 3 4

Если под номером 1 стоит число, меньшее, чем под номером 2, то:

$$\begin{cases} a_1^2 = a_2 + a_3 \\ a_2^2 = a_3 + a_4 \end{cases}$$

$a_1^2 - a_2^2 = a_2 - a_4$; $a_1^2 - a_2^2 < 0$

$\Rightarrow a_2 - a_4 < 0 \Rightarrow a_4 > a_2 > a_1$,

$\Rightarrow$ по методу мат. индукции получим, что ~~$a_{2022} > a_4 > 1$~~,

числа должны каждый раз увеличиваться, но $a_1 < a_{2022} \Rightarrow$ такого не может быть

Если $a_2 > a_1$, то числа также должны увеличиваться со $a_{max} < a_{2023} \Rightarrow$ ✗

Ответ: 4046.

(2)

нужно обоснование!

№2

$3x+5=[\lg(10^{3y}\cdot 2^x)]-[\lg[10^{3y}\cdot 2^x]]$

$[\lg f(x)]$ показывает ~~сколько~~ кол-во десятков у $f(x)$

Т.к. $10^{3y}\cdot 2^x < 1 \Rightarrow [10^{3y}\cdot 2^x]=0 \Rightarrow \varnothing$

$\Rightarrow 10^{3y}\cdot 2^x \geq 1$

при $x=-2$ кол-во десятков уменьшается на один

$-1=[\lg(10^{3y}\cdot\frac{1}{4})]-[\lg[10^{3y}\cdot\frac{1}{4}]]$

$-1=3y-1-(3y-1) \Rightarrow -1=3y-1-3y+1 \Rightarrow -2y=-1$

$y=\frac{1}{2}$

при $x=-3$:

$-4=3y-1-(3y-1) \Rightarrow -4=-2y \Rightarrow y=2$

Ответ: $(-3;2)$

Почему рассмотрели именно эти случаи?

Недостаточное обоснование!

1

312799
Регистрационный номер

Фамилия Чугреев
Имя Александр
Отчество Сергеевич

609
(не заполнять)

Подпись

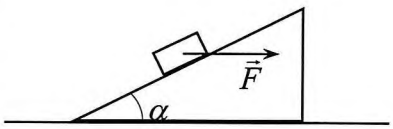
ЮНИОР

«Утверждаю»
Председатель оргкомитета конкурса

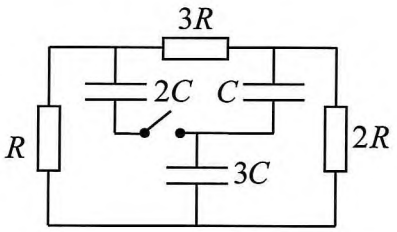
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Всероссийский конкурс научных работ школьников «Юниор», профиль «Инженерные науки»,
Олимпиада по физике, Заключительный этап, 11 класс

1. В открытом сосуде Дьюара (сосуде, допускающим хранение сжиженных газов при низких температурах) объемом $V = 20$ л остался объем $V_0 = 0{,}5$ л жидкого азота. Его не заметили и прочно закрыли сосуд крышкой. Азот в сосуде постепенно нагревался и испарялся. Разорвет ли сосуд Дьюара, когда весь азот испарится и нагреется до комнатной температуры $t = 20°$ С, если сосуд выдерживает максимальное внутреннее давление $p_m = 1 \cdot 10^6$ Па? И если да, то при какой температуре азота внутри сосуда его разорвет? Плотность жидкого азота $\rho = 800$ кг/м^3, молярная масса азота $\mu = 28$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·град). Ответ обосновать.

2. На горизонтальной поверхности стола находится незакрепленный клин с углом при основании α. На наклонную грань этого клина кладут тело и действуют на него такой горизонтальной силой $\vec{F}$ (см. рисунок), что ускорение тела оказывается направленным перпендикулярно наклонной грани клина. Найти силу F. Трение между телом и клином отсутствует.



3. Имеется электрическая цепь, состоящая из трех резисторов R, $2R$ и $3R$, трех конденсаторов C, $2C$ и $3C$, и проводов с пренебрежимо малым сопротивлением (см. схему на рисунке). Конденсатор $2C$ заряжают зарядом q (остальные конденсаторы не заряжены), а потом замыкают ключ. Какие количества теплоты Q_R, Q_{2R} и Q_{3R} выделятся на каждом резисторе в процессе установления равновесия?



Председатель методической комиссии, 2024 г.

ШИФР: 609
(не заполнять)

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

Работа по Физике

Дата 06.04.2024
Вариант № _____
Площадка написания: НИЯУ МИФИ
ФИО и рег. номер не указывать!

ОЦЕНКА
(не заполнять)

1	2	3	4	5	6	ИТОГО	Подпись
5	5	1				11	

№1

Дано:
$V = 20\,л$
$V_0 = 0{,}5\,л$
$t = 20°C$
$P_m = 10^6\,Па$
$\rho = 800\,кг/м^3$
$\mu = 28\,\frac{г}{моль}$
$R = 8{,}31\,\frac{Дж}{моль \cdot град}$

t_2 - ?

Решение:
Если весь азот испарится, то ур-ю Менделеева-Клапейрона,

$pV = \nu RT$

$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{\rho V_0}{\mu} = \frac{800 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}} = \frac{400 \cdot 5}{7} = \frac{1000}{7}$

$p = \frac{\nu RT}{V} = \frac{1000 \cdot 8{,}31 \cdot 293}{7 \cdot 20 \cdot 10^{-3}} \approx 42 \cdot 58 \cdot 8{,}31 \cdot 10^3 \approx 21 \cdot 8{,}31 \cdot 10^5 > 10^6$

$1{,}6 \cdot 10^6 > 1 \cdot 10^6$

$\Rightarrow$ разорвет

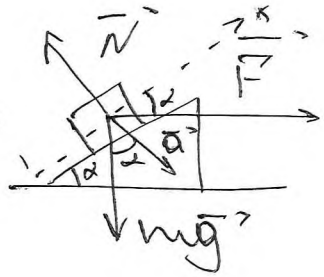
$P_m V = \nu R T_2 \Rightarrow T_2 = \frac{P_m V}{\nu R} = \frac{10^6 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot 7}{1000 \cdot 8{,}31} = \frac{140 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 8{,}31} = \frac{1400}{8{,}31}$

$= 168 + \frac{492}{831} = 168 + \frac{164}{273} \approx 169\,K$

140000 | 831
-831 | 168
5690
-4986
7140
-6648
492

Ответ: 169 K ⊕ 5

№2



$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} = m\vec{a}$

$Ox: mg\cos(90° - \alpha) = F\cos\alpha$

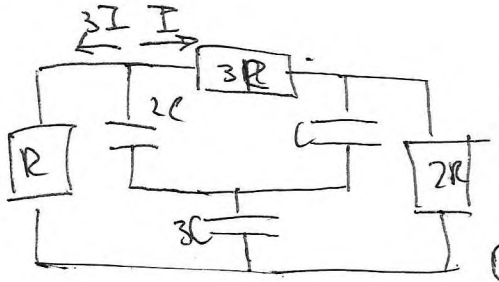
$mg\sin\alpha = F\cos\alpha$

$F = mg\operatorname{tg}\alpha$

Ответ: $mg\operatorname{tg}\alpha$ +5

№3

Дано:
R; 2R; 3R
C; 2C; 3C



$U = \frac{q}{C}$; $I_0 = \frac{q}{t}$

$I = \frac{I_0}{4} = \frac{q}{4t}$

$Q_R = (3I)^2 Rt = 9I^2 Rt = \frac{9q^2 Rt}{16t^2} = \frac{9q^2 R}{16t}$

~~$Q_{3R} = 3I^2 Rt + \frac{9q^2 t}{16t} = \frac{3q^2 R}{16t}$~~

$U_{2c} = U_c \Rightarrow \frac{q}{2C} = \frac{q_2}{C} \Rightarrow q = 2q_2$

$U_{3c} = \frac{q + q_2}{3C} = \frac{3 \cdot q}{2 \cdot 3C} = \frac{q}{2C}$

$U = \frac{q}{2C}$

$W = \frac{q^2}{4C} + \frac{q^2}{4 \cdot 2C} + \frac{9q^2}{4 \cdot 2 \cdot 3C} =$

$= \frac{q^2}{4C} + \frac{q^2}{8C} + \frac{9q^2}{24C} =$

$= \frac{18q^2}{24C} = \frac{3q^2}{4C}$

$I_0 = \frac{q}{t}$

$4I = I_0 \Rightarrow I = \frac{q}{4t}$

$Q_R = 9I^2 Rt = \frac{9q^2 R}{16t}$; $Q_{3R} = I^2 Rt = \frac{q^2 R}{16t}$

$Q_{3R} = 16I^2 Rt = \frac{q^2 R}{t}$

Ответ: $\frac{9q^2 R}{16t}$; $\frac{q^2 R}{t}$; $\frac{q^2 R}{16t}$. (1)